

2018~2019学年湖北武汉武昌区武汉大学附属中学

高一下学期期末数学试卷

一、选择题（本大题共12小题，每小题5分，共60分）

1 等差数列 $1, -1, -3, \dots, -89$ 的项数是（ ）.

- A. 45 B. 46 C. 47 D. 92

2 与不等式 $x < 6$ 解集相同的不等式是（ ）.

- A. $x + \frac{1}{x-3} < 6 + \frac{1}{x-3}$ B. $\frac{x \sin x}{\sin x} < 6$
C. $x |\log_2 x| < 6 |\log_2 x|$ D. $\pi^x < \pi^6$

3 设等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和等于 S_n ，若 $a_7 = 8$ ， $S_9 = 36$ ，则 $a_{20} =$ （ ）.

- A. 34 B. 35 C. 36 D. 37

4 已知直线 $a \parallel$ 平面 α ， $P \in \alpha$ ，那么过点 P 且平行于直线 a 的直线（ ）.

- A. 只有一条，不在平面 α 内 B. 有无数条，不一定在平面 α 内
C. 只有一条，在平面 α 内 D. 有无数条，一定在平面 α 内

5 数列 $\{a_n\}$ 的通项公式是 $a_n = \frac{1}{\sqrt{n} + \sqrt{n+1}}$ ，若前 n 项和为10，则项数 n 为（ ）

- A. 11 B. 99 C. 120 D. 121

6 已知正四棱锥的底面边长为2，侧面与底面所成的二面角的大小为 60° ，则该四棱锥的体积为（ ）.

- A. 4 B. $4\sqrt{3}$ C. $\frac{4\sqrt{3}}{3}$ D. $\frac{4}{3}$

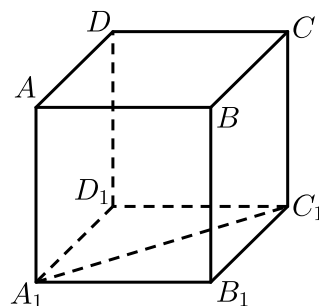
7 在 $\triangle ABC$ 中，角 A, B, C 所对的边分别为 a, b, c ，若 $A = 45^\circ$ ， $a = \sqrt{2}$ ， $\sqrt{2} < b < 2$ ，则满足条件的 $\triangle ABC$ 的个数为（ ）。

- A. 2 B. 1 C. 0 D. 1或2

8 设 $P(x, y)$ 是直线 $x + 2y = 3$ 上的任意一点，则式子 $f(x, y) = 2^x + 4^y$ 的最小值是（ ）。

- A. $4\sqrt{2}$ B. $2\sqrt{6}$ C. 8 D. 6

9 已知一个四面体的四个面都是直角三角形，且这个四面体的四个顶点都是正方体 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 的顶点，若这四个顶点中有三个是 A_1, B_1, C_1 ，则第四个顶点是（ ）。



- A. A 或 C B. B 或 D C. A 或 B 或 C 或 D D. A 或 C 或 D

10 在钝角 $\triangle ABC$ 中，角 A, B, C 所对的边分别为 a, b, c ， $a \cos A = b \sin A$ ，则角 A 的取值范围是（ ）。

- A. $\left(0, \frac{\pi}{2}\right) \cup \left(\frac{\pi}{2}, \pi\right)$ B. $\left(0, \frac{\pi}{2}\right)$ C. $\left(\frac{\pi}{2}, \pi\right)$ D. $\left(0, \frac{\pi}{4}\right)$

11 在封闭的直三棱柱 $ABC - A_1B_1C_1$ 内有一个球，已知三棱柱的底面 ABC 是正三角形，边长为2， $AA_1 = \sqrt{3}$ ，则该球的最大体积为（ ）。

- A. $\frac{\sqrt{3}}{2}\pi$ B. $\frac{4\sqrt{3}}{27}\pi$ C. $\frac{\sqrt{3}}{3}\pi$ D. $\frac{4\sqrt{3}}{9}\pi$

12 已知各项均为正数的数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n ，且 $\frac{a_{n+1}}{2} = \frac{S_n + n}{S_{n+1} - S_n + 1}$ ，给出如下结论：

① $a_2 = 1$ ；

②存在正奇数 n ，使得 $a_n - a_1 \neq n - 1$ ；

③ $a_2 + a_4 + \cdots + a_{2n} = n^2$ ．

则上述结论正确的个数为（ ）．

A. 3

B. 2

C. 1

D. 0

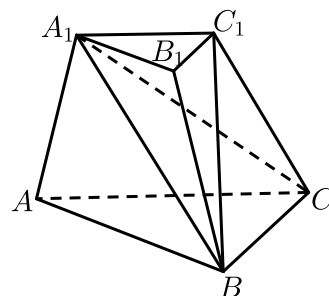
二、填空题（本大题共4小题，每小题5分，共20分）

13 设 $0 < x < 1$ ，则 $\frac{4}{x} + \frac{1}{1-x}$ 的最小值为_____．

14 已 $\left(1 - \frac{1}{1+2}\right)\left(1 - \frac{1}{1+2+3}\right)$
 $\left(1 - \frac{1}{1+2+3+4}\right) \cdots \left(1 - \frac{1}{1+2+3+\cdots+18}\right) =$ _____．

15 在 $\triangle ABC$ 中， $AB = 2$ ， $BC = 3$ ， $CA = 4$ ，且 $\triangle ABC$ 的外接圆和内切圆半径分别为 R 和 r ，则 $Rr =$ _____．

16 如图，三棱台 $ABC - A_1B_1C_1$ 的上底面 $A_1B_1C_1$ 与下底面 ABC 的面积之比为 $2:3$ ，则四面体 $BA_1B_1C_1$ ，四面体 BCA_1C_1 ，四面体 $ABCA_1$ 的体比为_____．



三、解答题（本大题共6小题，共70分）

17 已知等比数列 $\{a_n\}$ 的公比 $q < 1$ ， $a_2 = \frac{1}{2}$ ，且 $a_2 + \frac{1}{8}$ 是 a_1 和 a_3 的等差中项，

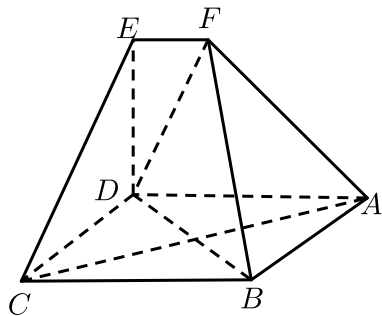
设 $b_n = na_n$ ， S_n 是数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和．

（1）求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式．

（2）求 S_n 的表达式．

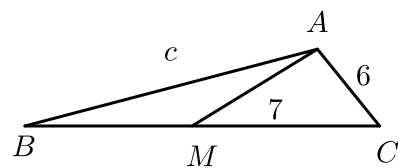
18 已知 $a > 0, b > 0, c > 0$, 且 $a + b + c = 1$. 求证: $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} \geq 9$.

- 19 如图，在五面体 $ABCDEF$ 中，面 $ABCD$ 是边长为 $\sqrt{3}$ 的菱形，面 ABF 是正三角形， $AC = \sqrt{11}$ ， $DF = \sqrt{2}$ 。



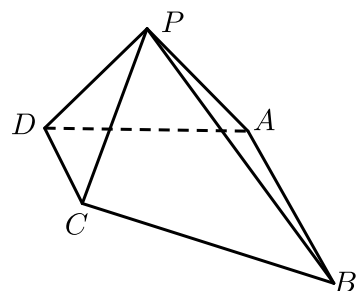
- (1) 求异面直线 EF 与 AB 所成角的余弦值；
- (2) 在三棱锥 $A - BDF$ 中，三条侧棱 AB 、 AD 、 AF 与底面 BDF 所成的角是否都相等？若都相等，试求出这几个角的大小；若不都相等，试说明理由。

20 在 $\triangle ABC$ 中，角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c ， $2a \cos C - c = 2b$ ．



- (1) 求角 A 的大小．
- (2) 若 $b = 6$ ，且 BC 边上的中线 $AM = 7$ ，求 c 的值．

- 21 如图，在四棱锥 $P-ABCD$ 中， $AB//CD$ ， $\triangle APD$ 为等腰直角三角形， $PA=PD=\frac{\sqrt{2}}{2}CD=\sqrt{2}$ ， $CD\perp AD$ ，且平面 $PAD\perp$ 平面 $ABCD$ 。



- (1) 证明：平面 $PAB\perp$ 平面 PCD 。
- (2) 若三棱锥 $B-PAD$ 的体积为 $\frac{4}{3}$ ，求侧面 PAD 与侧面 PBC 所成的二面角的正切值。

22 设二次函数 $f(x) = ax^2 + (2b+1)x - a - 3$, $a, b \in \mathbf{R}$.

(1) 若 $a = 1$, $b = -\frac{1}{2}$, 且关于 x 的不等式 $3f(x) \leq kx \leq f(x) + 20$ 在区间 $[3, 8]$ 上至少有一个解, 求实数 k 的取值范围.

(2) 若关于 x 的方程 $f(x) = 0$ 在区间 $[5, 8]$ 上至少有一个解, 求 $a^2 + b^2$ 的最小值.

2018~2019学年湖北武汉武昌区武汉大学附属中学 高一下学期期末数学试卷

一、选择题（本大题共12小题，每小题5分，共60分）

1 B 2 D 3 A 4 C 5 C 6 C 7 A 8 A 9 A 10 D 11 B

12 B

二、填空题（本大题共4小题，每小题5分，共20分）

13 9

14 $\frac{10}{27}$

15 $\frac{4}{3}$

16 $2:\sqrt{6}:3$

三、解答题（本大题共6小题，共70分）

17 (1) $\left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}$.

(2) $S_n = 4 - (2n+4) \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^n$.

18 证明见解析.

- 19 (1) $\frac{5}{6}$.
(2) 相等 , $= \frac{\pi}{3}$.

- 20 (1) $\frac{2}{3}\pi$.
(2) 16 .

- 21 (1) 证明见解析 .
(2) $\tan \theta = \sqrt{10}$.

- 22 (1) $k \in \left[5, \frac{25}{3} \right]$.
(2) $\frac{1}{169}$.