福建省龙岩市上杭一中高考数学模拟卷

单选题

1. (5分) 若复数z满足$z\cdot(3-4i)=1+i^{2021}$，则z在复平面内所对应的点位于( )

A. 第一象限　B. 第二象限　C. 第三象限　D. 第四象限

2. (5分) 已知集合$A=\{y|y=3^x-2\}$，$B=\{x|y=\ln(x-3)\}$，则$A\cap(\complement_R B)=$( )

A. $(-\infty,3]$　B. $(-2,3)$　C. $(-2,3]$　D. $(-2,+\infty)$

3. (5分) 已知$\sin\alpha+\sqrt{3}\cos\alpha=\dfrac{\sqrt{2}}{3}$，则$\cos(\dfrac{7\pi}{6}-\alpha)=$( )

A. $\dfrac{\sqrt{2}}{6}$　B. $-\dfrac{\sqrt{2}}{6}$　C. $\dfrac{\sqrt{34}}{6}$　D. $-\dfrac{\sqrt{34}}{6}$

4. (5分) 已知$a=\log_{0.4}0.3$，$b=\log_{0.7}0.4$，$c=0.3^{0.7}$，则( )

A. $c<a<b$　B. $a<c<b$　C. $c<b<a$　D. $b<c<a$

5. (5分) 《乘风破浪的姐姐》是一档深受观众喜爱的电视节目.节目采用组团比赛的方式进行，参赛选手需要全部参加完五场公开比赛，其中五场中有四场获胜，就能取得参加决赛的资格.若某参赛选手每场比赛获胜的概率是$\dfrac{2}{3}$，则这名选手能参加决赛的概率是( )

A. $\dfrac{80}{243}$　B. $\dfrac{16}{243}$　C. $\dfrac{76}{243}$　D. $\dfrac{112}{243}$

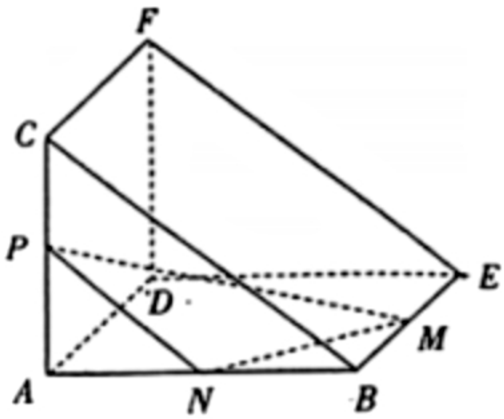
6. (5分) 已知圆C：$x^2+y^2+2x-4y-4=0$上存在两点P，Q关于直线l：$ax-by+2=0(ab>0)$对称，则$\dfrac{2}{a}+\dfrac{1}{b}$的最小值是( )

A. 1　B. 8　C. 2　D. 4

7. (5分) 已知F是双曲线C：$\dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$的右焦点，$O$为坐标原点，$y=kx$与双曲线$C$交于$M$($M$在第一象限)，$N$两点，$3|MF|=|NF|$，且$\angle MFN=\dfrac{2\pi}{3}$，则该双曲线的离心率为( )

A. $\sqrt{2}$　B. $\sqrt{3}$　C. $\sqrt{7}$　D. $\dfrac{\sqrt{7}}{2}$

8.（5分）已知三棱柱$ABC-DEF$，DA，DE，DF两两互相垂直，且$DA=DE=DF$，M，N分别是BE，AB边的中点，P是线段CA上任意一点，过三点P，M，N的平面与三棱柱$ABC-DEF$的截面有以下几种可能：①三角形；②四边形；③五边形；④六边形.其中所有可能的编号是(　)



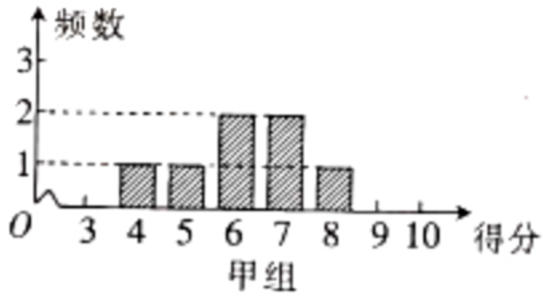
$A.$ ①②　　$B.$ ③④　　$C.$ ①②③　　$D.$ ②③④

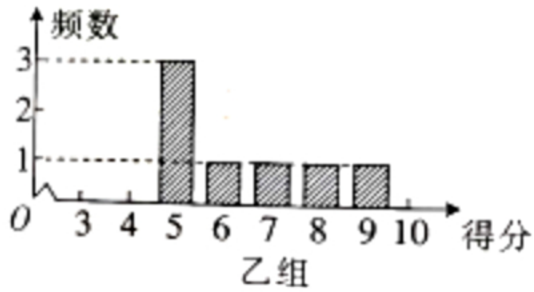
选择题（其中第1题包含解题视频，可扫描页眉二维码，点击对应试题进行查看）

1.（5分）使“$\log_2(2x-3)<2$”成立的一个充分不必要条件是(　)

$A.$ $x>\dfrac{3}{2}$　　$B.$ $x<\dfrac{3}{2}$或$x>3$　　$C.$ $2<x<3$　　$D.$ $3<x<\dfrac{7}{2}$

2.（5分）为了普及环保知识，增强环保意识，某学校分别从两个班各抽取7位同学分成甲、乙两组参加环保知识测试，得分(十分制)如图所示，则下列描述正确的有(　)





$A.$ 甲、乙两组成绩的平均分相等　　$B.$ 甲、乙两组成绩的中位数相等
$C.$ 甲、乙两组成绩的极差相等　　$D.$ 甲组成绩的方差小于乙组成绩的方差

3.（5分）已知函数$f(x)=e^x-e^{-x}-\sin 2x$，若$f(x_1)>f(x_2)$，则(　)

$A.$ $x_1^2>x_2^2$　　$B.$ $e^{x_1-x_2}>1$　　$C.$ $\ln|x_1|>\ln|x_2|$　　$D.$ $x_1|x_1|>x_2|x_2|$

4.（5分）数学中有许多形状优美、寓意独特的几何体，“等腰四面体”就是其中之一，所谓等腰四面体，就是指三组对棱分别相等的四面体.关于“等腰四面体”，以下结论正确的是(　)

$A.$ “等腰四面体”每个顶点出发的三条棱一定可以构成三角形
$B.$ “等腰四面体”的四个面均为全等的锐角三角形
$C.$ 三组对棱长度分别为5，6，7的“等腰四面体“的体积为$2\sqrt{95}$

D. 三组对棱长度分别为a，b，c的“等腰四面体“的外接球直径为$\sqrt{a^2+b^2+c^2}$

填空题

1.（5分）已知向量$\overrightarrow{a}$，$\overrightarrow{b}$的夹角为30°，$|\overrightarrow{a}|=2$，$|\overrightarrow{b}|=\sqrt{3}$，则$|\overrightarrow{a}+2\overrightarrow{b}|=$______.

2.（5分）$(x^2-\dfrac{2}{x})^n$的展开式中，第5项为常数项，则$n=$______ .

3.（5分）若函数$f(x)$的图象关于点$(-\dfrac{1}{2},0)$对称，且关于直线$x=1$对称，则$f(x)=$______ (写出满足条件的一个函数即可).

4.（5分）已知直线$l：2x+y-2=0$过抛物线$C：y^2=mx$的焦点F，且与y轴交于点P，M是抛物线C上一点，O为坐标原点，FM的中点Q满足$\overrightarrow{PQ}=\lambda(\dfrac{\overrightarrow{PM}}{|\overrightarrow{PM}|}+\dfrac{\overrightarrow{PO}}{|\overrightarrow{PO}|})$，则$\angle PMF=$______ ，点$M$的坐标为 ______ .

解答题

1.（10分）在递增的等比数列$\{a_n\}$中，$a_2a_5=32$，$a_3+a_4=12$.
(1)求$\{a_n\}$的通项公式；
(2)若$b_n=(-1)^na_{n+1}$，求数列$\{b_n\}$的前n项和S_n.

2.（12分）在$\triangle ABC$中，角A，B，C的对边分别为a，b，c，且$c\sin A=\sqrt{3}a(1-\cos C)$.

(1)求C；

(2)若$AB=\sqrt{3},\sin A=\dfrac{\sqrt{5}}{4}$，延长$AC$至$D$，使$CD=\sqrt{5}$，求$BD$的长.

3.（12分）全球变暖已经是近在眼前的国际性问题，冰川融化、极端气候的出现、生物多样性减少等等都会给人类的生存环境带来巨大灾难.某大学以对于全球变暖及其后果的看法为内容制作一份知识问卷，并邀请40名同学(男女各占一半)参与问卷的答题比赛，将同学随机分成20组，每组男女同学各一名，每名同学均回答同样的五个问题，答对一题得一分，答错或不答得零分，总分5分为满分.最后20组同学得分如表：

组别号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
男同学得分	4	5	5	4	5	5	4	4	5	5
女同学得分	3	4	5	5	5	4	5	5	5	3
组别号	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
男同学得分	4	4	4	4	4	4	5	5	4	3
女同学得分	5	5	4	5	4	3	5	3	4	5

(1)完成下列2×2列联表，并判断是否有90%的把握认为“该次比赛是否得满分”与“性别”有关；

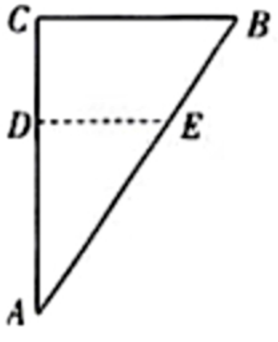
	男同学	女同学	总计
该次比赛得满分			
该次比赛未得满分			
总计			

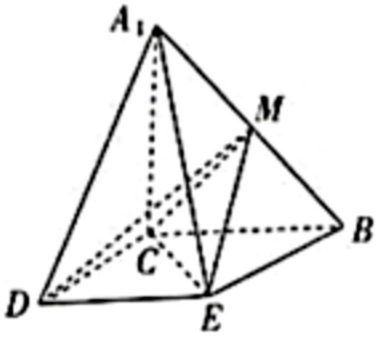
(2)随机变量X表示每组男生分数与女生分数的差，求X的分布列与数学期望.

参考公式和数据：$K^2=\dfrac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$，$n=a+b+c+d$.

$P(K^2 \geqslant k)$	0.10	0.05	0.010
k	2.706	3.841	6.635

4. (12分) 如图，在$\mathrm{Rt}\triangle ABC$中，$AC \perp BC$，$\angle BAC = 30^{\circ}$，$BC = \sqrt{3}$，$AC = 3DC$，$DE // BC$，沿DE将点A折至A_1处，使得$A_1C \perp DC$，点M为A_1B的中点.





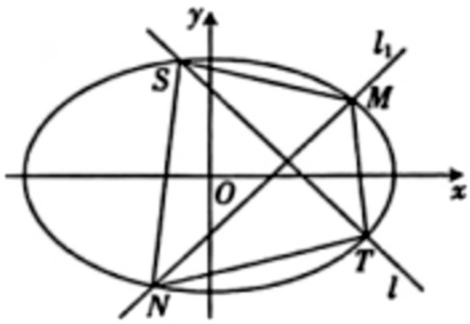
(1)证明：$A_1B \perp$平面CMD.

(2)求二面角$B - CM - E$的余弦值.

5.（12分）已知A，B为椭圆C：$\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$的左、右顶点，$P$是椭圆$C$上一点(异于$A$，$B$)，满足$k_{PA}\cdot k_{PB}=-\dfrac{4}{9}$.且$a=6$.斜率为$-1$的直线$l$交椭圆$C$于$S$，$T$两点，且$|ST|=4$.

(1)求椭圆C的方程及离心率；

(2)如图，设直线l_1：$y=x+m$与椭圆C交于M，N两点，求四边形$MSNT$面积的最大值.



6.（12分）已知函数$f(x)=x\ln x$.

(1)若函数$f(x)$在$[t,t+1](t>0)$上有极值，求t的取值范围及该极值；

(2)求使$n(x-1)<f(x)+x+1$对任意$x>1$恒成立的自然数n的取值集合.

福建省龙岩市上杭一中高考数学模拟卷（答案）

单选题

1. B　2. C　3. B　4. A　5. D　6. D　7. C　8. C

选择题（其中第1题包含解题视频，可扫描页眉二维码，点击对应试题进行查看）

1. $C|D$　2. $B|C|D$　3. $B|D$　4. $A|B|C$

填空题

1. $2\sqrt{7}$　2. 6　3. $sin(\frac{\pi}{3}x+\frac{\pi}{6})$　4. 90°（1，2）

解答题

1. 解：(1)由题设可得：$\begin{cases} a_2a_5=a_3a_4=32 \\ a_3+a_4=12 \\ a_3<a_4 \end{cases}$，解得：$a_3=4$，$a_4=8$，

$\therefore$公比$q=\frac{a_4}{a_3}=2$，

$\therefore a_n=a_3q^{n-3}=4\times2^{n-3}=2^{n-1}$；

(2)由(1)可得：$b_n=(-1)^n\bullet2^n=(-2)^n$，

$\therefore S_n=\frac{-2[1-(-2)^n]}{1+2}=-\frac{(-2)^{n+1}+2}{3}$．

2. 解：(1)由正弦定理及$csinA=\sqrt{3}a(1-cosC)$，

得$sinAsinC=\sqrt{3}sinA-\sqrt{3}sinAcosC$，

因为$sinA>0$，

所以$sinC=\sqrt{3}(1-cosC)$，

即$sinC+\sqrt{3}cosC=2sin(C+\frac{\pi}{3})=\sqrt{3}$，

所以$sin(C+\frac{\pi}{3})=\frac{\sqrt{3}}{2}$，

因为$0<C<\pi$，

所以$\frac{\pi}{3}<C+\frac{\pi}{3}<\frac{4\pi}{3}$，

所以$C=\frac{\pi}{3}$；

(2)△ABC中，由正弦定理得，$\frac{AB}{sin\angle ACB}=\frac{BC}{sinA}$，

所以$BC=\frac{ABsinA}{sin\angle ACB}=\frac{\sqrt{5}}{2}$，

△BCD中，由余弦定理得，$BD=\sqrt{BC^2+CD^2-2BC\cdot CDcos\angle BCD}$，

$=\sqrt{\frac{5}{4}+5-2\times\sqrt{5}\times\frac{\sqrt{5}}{2}\times(-\frac{1}{2})}=\frac{\sqrt{35}}{2}$．

3. 解：(1)2×2列联表如下：

	男同学	女同学	总计
该次比赛得满分	8	11	19
该次比赛未得满分	12	9	21
总计	20	20	40

所以$K^2=\frac{40\times(8\times9-11\times12)^2}{19\times21\times20\times20}\approx0.902<2.706$，

所以没有90%的把握认为“该次比赛是否得满分”与“性别”有关；

(2)X可以取值为-2，-1，0，1，2，

$P(X=-2)=\frac{1}{20}$；$P(X=-1)=\frac{3}{10}$；$P(X=0)=\frac{7}{20}$；$P(X=1)=\frac{1}{5}$；$P(X=2)=\frac{1}{10}$，

所以X的分布列为：

X	-2	-1	0	1	2
P	$\frac{1}{20}$	$\frac{3}{10}$	$\frac{7}{20}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{10}$

所以$E(X)=(-2)\times\frac{1}{20}+(-1)\times\frac{3}{10}+0\times\frac{7}{20}+1\times\frac{1}{5}+2\times\frac{1}{10}=0$．

4. (1)证明：由$DC\perp BC$，$A_1C\perp DC$，且$A_1C\cap BC=C$，$A_1C\subset$平面A_1CB，$BC\subset$平面A_1CB，

可得$DC\perp$平面A_1CB，因此$DC\perp A_1B$．

由$\angle BAC=30°$，$BC=\sqrt{3}$，得$AC=\sqrt{3}BC=3DC=3$，

因此$DC=1$，$AD=2=A_1D$，由勾股定理可得$A_1C=\sqrt{A_1D^2-DC^2}=\sqrt{3}=BC$．

又因为点M为A_1B的中点，所以$CM\perp A_1B$，

而$CD\cap CM=C$，$CM\subset$平面CMD，$CD\subset$平面CMD，故$A_1B\perp$平面CMD．

(2)解：因为$DE\perp CD$，$DE\perp A_1D$，CD，$DE\subset$平面A_1CD，$A_1D\subset$平面A_1CD，

所以$DE\perp$平面A_1CD，又$BC\parallel DE$，所以$BC\perp$平面A_1CD．

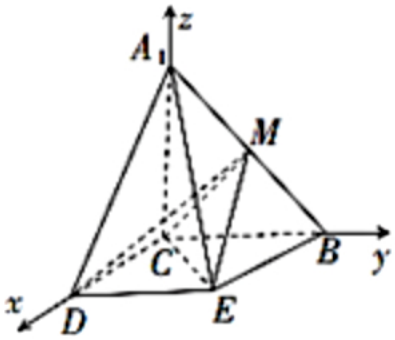
如图，以C为原点，建立空间直角坐标系$C\text{-}xyz$，则$M(0,\frac{\sqrt{3}}{2},\frac{\sqrt{3}}{2})$，$E(1,\frac{2\sqrt{3}}{3},0)$，$B(0,\sqrt{3},0)$，

易知$\overrightarrow{n_1}=(1,0,0)$是平面$CMB$的一个法向量．

设平面CME的法向量为$\overrightarrow{n_2}=(x,y,z)$，则，即，

令$y=\sqrt{3}$，得$\overrightarrow{n_2}=(-2,\sqrt{3},-\sqrt{3})$．$cos\langle\overrightarrow{n_1},\overrightarrow{n_2}\rangle=\frac{-2}{\sqrt{1}\times\sqrt{4+3+3}}=-\frac{\sqrt{10}}{5}$，

易知二面角$B\text{-}CM\text{-}E$为锐角，故二面角$B\text{-}CM\text{-}E$的余弦值为$\frac{\sqrt{10}}{5}$．



5. 解：(1)设点$P(x,y)$，点A，B分别为$(-6,0)$，$(6,0)$，

因为$k_{PA}\bullet k_{PB}=\frac{y}{x+6}\bullet\frac{y}{x-6}=-\frac{4}{9}$，

所以$4x^2+9y^2=144$，

因为点P在椭圆C上，所以 $\frac{x^2}{36}+\frac{y^2}{b^2}=1$，即$y^2=b^2-\frac{b^2x^2}{36}$，代入上式

得 $\frac{b^2}{4}=4$，即$b^2=16$，

所以椭圆C的方程为 $\frac{x^2}{36}+\frac{y^2}{16}=1$，

所以$e=\frac{c}{a}=\frac{\sqrt{a^2-b^2}}{a}=\sqrt{1-\frac{b^2}{a^2}}=\sqrt{1-\frac{16}{36}}=\frac{2\sqrt{5}}{6}=\frac{\sqrt{5}}{3}$.

(2)因为$l\perp l_1$，所以四边形$MSNT$的面积为$S_{四边形MSNT}=\frac{1}{2}|ST|\cdot|MN|$，

由题意可得$|ST|=4$，则$S_{四边形MSNT}=2|MN|$，

即当$|MN|$取到最大值时，$S_{四边形MSNT}$取到最大值，

联立直线l_1与椭圆C的方程，可得$13x^2+18mx+9m^2-144=0$，

由$\triangle>0$，可得$m^2<52$，

设点M，N的坐标分别为(x_1, y_1)，(x_2, y_2)，

则$x_1+x_2=-\frac{18m}{13}$，$x_1x_2=\frac{9m^2-144}{13}$，

所以$|MN|=\sqrt{2[(-\frac{18m}{13})^2-4\times\frac{9m^2-144}{13}]}=\frac{12\sqrt{2}\sqrt{-m^2+52}}{13}$，

所以当$m=0$时，$|MN|$取到最大值，最大值为$\frac{24\sqrt{26}}{13}$，

故$S_{四边形MSNT}$的最大值为$\frac{48\sqrt{26}}{13}$.

6. 解：(1)函数函数$f(x)=x\ln x$，则$f'(x)=\ln x+1$，

由$f'(x)<0$，解得$0<x<\frac{1}{e}$，由$f'(x)>0$，解得$x>\frac{1}{e}$，

所以$f(x)$在$(0，\frac{1}{e})$上单调递减，在$(\frac{1}{e}，+\infty)$上单调递增，

因为函数$f(x)$在$[t，t+1](t>0)$上有极值，所以$\begin{cases} t<\frac{1}{e} \\ t+1>\frac{1}{e} \\ t>0 \end{cases}$，解得$0<t<\frac{1}{e}$，

所以$f(x)$的极小值为$f(\frac{1}{e})=-\frac{1}{e}$；

(2)因为$n(x-1)<f(x)+x+1$对任意$x>1$恒成立，即$n<\frac{xlnx+x+1}{x-1}$对任意$x>1$恒成立，

令$g(x)=\frac{x+xlnx+1}{x-1}$，则$g\prime(x)=\frac{(lnx+2)(x-1)-(x+xlnx+1)}{(x-1)^2}=\frac{x-lnx-3}{(x-1)^2}$，

令$\mu(x)=-x-lnx-3$，则$\mu\prime(x)=1-\frac{1}{x}$，

因为$x>1$，所以$\mu'(x)>0$，所以$\mu(x)$在$(1，+\infty)$上为增函数，

因为$\mu(4)=1-ln4<0$，$\mu(5)=2-ln5>0$，

所以存在$x_0\in(4，5)$，使得$\mu(x_0)=x_0-lnx_0-3=0$，

当$x\in(1，x_0)$时，$g'(x)<0$，函数$y=g(x)$单调递减；

当$x\in(x_0，+\infty)$时，$g'(x)>0$，函数$y=g(x)$单调递增，

所以$g(x)_{min}=g(x_0)=\frac{x_0+x_0lnx_0+1}{x_0-1}=\frac{x_0+x_0(x_0-3)+1}{x_0-1}=x_0-1$，

所以$n<x_0-1$恒成立，因为$x_0\in(4，5)$，所以$x_0-1\in(3，4)$，则$n\leq3$，

故自然数n的取值集合为$\{0，1，2，3\}$．