2018-2019学年福建省龙岩市长汀县龙宇中学高三（上）期中数学试卷（文科）

一、选择题（本大题共12小题，共60.0分）

1. 已知集合$A=\{0,2\}$，$B=\{-2,-1,0,1,2\}$，则$A\cap B=(\quad)$

A. $\{0,2\}$　　B. $\{1,2\}$

C. $\{0\}$　　D. $\{-2,-1,0,1,2\}$

【答案】A
【解析】解：集合$A=\{0,2\}$，$B=\{-2,-1,0,1,2\}$，
则$A\cap B=\{0,2\}$.
故选：A.
直接利用集合的交集的运算法则求解即可.
本题考查集合的基本运算，交集的求法，是基本知识的考查.

2. 已知复数$z=m+2i$，且$(2+i)z$是纯虚数，则实数$m=(\quad)$

A. 1　　B. 2　　C. -1　　D. -2

【答案】A
【解析】解：$\because(2+i)z=(2+i)(m+2i)=2m+4i+mi+2i^2=(2m-2)+(m+4)i$为纯虚数，

$\therefore\begin{cases}2m+2=0\\ m+4\neq 0\end{cases}$，

解得$m=1$.
故选：A.
把复数$z=m+2i$代入$(2+i)z$，然后利用复数代数形式的乘法运算化简，再由已知条件列出方程组，求解可得答案.
本题考查了复数代数形式的乘除运算，考查了复数的基本概念，是基础题.

3. 若公差为2的等差数列$\{a_n\}$的前9项和为81，则$a_9=(\quad)$

A. 1　　B. 9　　C. 17　　D. 19

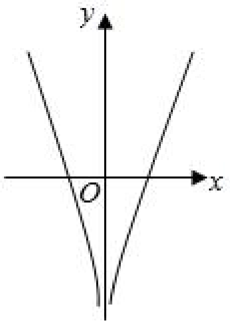
【答案】C
【解析】解：$\because$公差为2的等差数列$\{a_n\}$的前9项和为81，

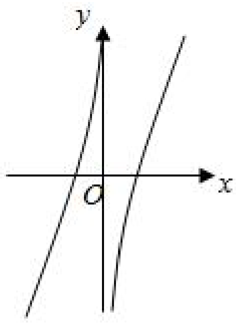
$\therefore S_9=9a_1+\frac{9\times 8}{2}\times 2=81$，

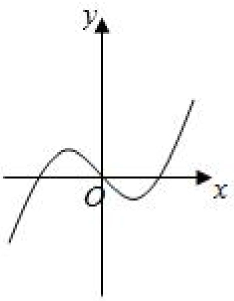
解得$a_1=1$，
$\therefore a_9=1+(9-1)\times 2=17$.
故选：C.

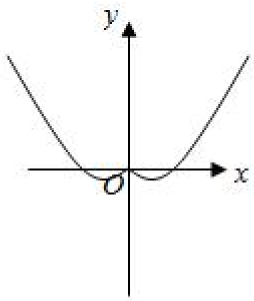
利用等差数列前 n 项和公式求出首项，由此能求出第 9 项.
本题考查等差数列的第 9 项的求法，是基础题，解题时要认真审题，注意等差数列的性质的合理运用.

4.　函数$y=x^2+\ln|x|$的图象大致为(　　)

A. 

B. 

C. 

D. 

【答案】A
【解析】解：$\because f(-x)=x^2+\ln|x|=f(x)$，
$\therefore y=f(x)$为偶函数，
$\therefore y=f(x)$的图象关于 y 轴对称，故排除 B，C，
当$x\to 0$ 时，$y\to-\infty$，故排除 D，
或者根据，当$x>0$ 时，$y=x^2+\ln x$为增函数，故排除 D，
故选：A.
先求出函数为偶函数，再根据函数值的变化趋势或函数的单调性即可判断.
本题考查了函数图象的识别，关键是掌握函数的奇偶性和函数的单调性和函数值的变化趋势，属于基础题.

5.　已知集合$A=\{a,1\}$，$B=\{a^2,0\}$，那么“$a=-1$”是“$A\cap B\neq\varnothing$”的(　　)

A. 充分而不必要条件　　B. 必要而不充分条件
C. 充分必要条件　　D. 既不充分也不必要条件

【答案】C
【解析】解：当$a=-1$ 时，$A=\{-1,1\}$，$B=\{1,0\}$，则$A\cap B=\{1\}\neq\varnothing$成立，即充分性成立，
若$A\cap B\neq\varnothing$，则$a^2=1$ 或$a^2=a$，即$a=1$ 或$a=-1$ 或$a=0$，
当$a=1$ 时，$A=\{1,1\}$不成立，
当$a=-1$ 时，$A=\{-1,1\}$，$B=\{1,0\}$，则$A\cap B=\{1\}\neq\varnothing$成立，
当$a=0$ 时，$B=\{0,0\}$不成立，综上$a=-1$，

即“$a=-1$”是“$A\cap B\neq\varnothing$”的充要条件，

故选：C.

根据集合交集的定义结合充分条件和必要条件的定义进行判断.

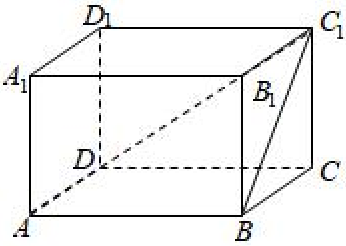
本题主要考查充分条件和必要条件的判断，根据集合交集的定义进行运算是解决本题的关键.

6. 在长方体$ABCD-A_1B_1C_1D_1$中，$AB=BC=2$，AC_1与平面BB_1C_1C所成的角为$30°$，则该长方体的体积为(　　)

A. 8　　B. $6\sqrt{2}$　　C. $8\sqrt{2}$　　D. $8\sqrt{3}$

【答案】C

【解析】解：长方体$ABCD-A_1B_1C_1D_1$中，$AB=BC=2$，AC_1与平面BB_1C_1C所成的角为$30°$，



即$\angle AC_1B=30°$，可得$BC_1=\frac{AB}{\tan 30°}=2\sqrt{3}$.

可得$BB_1=\sqrt{(2\sqrt{3})^2-2^2}=2\sqrt{2}$.

所以该长方体的体积为：$2\times2\times2\sqrt{2}=8\sqrt{2}$.

故选：C.

画出图形，利用已知条件求出长方体的高，然后求解长方体的体积即可.

本题考查长方体的体积的求法，直线与平面所成角的求法，考查计算能力.

7. 已知函数$f(x)=2\cos^2x-\sin^2x+2$，则(　　)

A. $f(x)$的最小正周期为π，最大值为3

B. $f(x)$的最小正周期为π，最大值为4

C. $f(x)$的最小正周期为2π，最大值为3

D. $f(x)$的最小正周期为2π，最大值为4

【答案】B

【解析】解：函数$f(x)=2\cos^2x-\sin^2x+2$，

$=2\cos^2x-\sin^2x+2\sin^2x+2\cos^2x$，

$=4\cos^2x+\sin^2x$，

$=3\cos^2x+1$，

$=3\cdot\frac{\cos 2x+1}{2}+1$，

$=\frac{3\cos 2x}{2}+\frac{5}{2}$，

故函数的最小正周期为π，

函数的最大值为$\frac{3}{2}+\frac{5}{2}=4$，

故选：B.

首先通过三角函数关系式的恒等变换，把函数的关系式变形成余弦型函数，进一步利用余弦函数的性质求出结果.

本题考查的知识要点：三角函数关系式的恒等变换，余弦型函数的性质的应用.

8. 已知函效$f(x)=\begin{cases}x-\sin x,x<0\\x^3+1,x\geq 0\end{cases}$，则下列结论正确的是(　　)

A. $f(x)$有极值　　B. $f(x)$有零点　　C. $f(x)$是奇函数　　D. $f(x)$是增函数

【答案】D
【解析】解：当$x<0$时，$f(x)=x-\sin x$，
$\therefore f'(x)=1-\cos x\geq 0$恒成立，
$\therefore f(x)$在$(-\infty,0)$上为增函数，
$\therefore f(x)<f(0)=0$，
当$x\geq 0$时，$f(x)=x^3+1$，函数为增函数，
$\therefore f(x)\geq f(0)=1$，
综上所述$f(x)$是增函数，函数无极值，无零点，
$\because f(-x)\neq -f(x)$，$f(-x)\neq f(x)$，
$\therefore$函数为非奇非偶函数，
故选：D.
当$x<0$时，$f(x)=x-\sin x$，利用导数判断函数为增函数，当$x\geq 0$时，$f(x)=x^3+1$，函数为增函数，再去判断零点，极值和奇偶性.
本题考查了分段函数的问题，关键是掌握函数的单调性，属于中档题

9. 在$\triangle ABC$中，AD为BC边上的中线，E为AD的中点，则$\overrightarrow{EB}=$(　　)

A. $\frac{3}{4}\overrightarrow{AB}-\frac{1}{4}\overrightarrow{AC}$　　B. $\frac{1}{4}\overrightarrow{AB}-\frac{3}{4}\overrightarrow{AC}$　　C. $\frac{3}{4}\overrightarrow{AB}+\frac{1}{4}\overrightarrow{AC}$　　D. $\frac{1}{4}\overrightarrow{AB}+\frac{3}{4}\overrightarrow{AC}$

【答案】A
【解析】解：在$\triangle ABC$中，AD为BC边上的中线，E为AD的中点，

$$\overrightarrow{EB}=\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AE}=\overrightarrow{AB}-\frac{1}{2}\overrightarrow{AD}$$

$$=\overrightarrow{AB}-\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC})$$

$=\frac{3}{4}\overrightarrow{AB}-\frac{1}{4}\overrightarrow{AC}$，

故选：A.
运用向量的加减运算和向量中点的表示，计算可得所求向量.
本题考查向量的加减运算和向量中点表示，考查运算能力，属于基础题.

10. 已知椭圆C：$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{4}=1$的一个焦点为$(2,0)$，则$C$的离心率为(　　)

A. $\frac{1}{3}$　　B. $\frac{1}{2}$　　C. $\frac{\sqrt{2}}{2}$　　D. $\frac{2\sqrt{2}}{3}$

【答案】C

【解析】解：椭圆 C：$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{4}=1$ 的一个焦点为$(2,0)$，

可得$a^2-4=4$，解得$a=2\sqrt{2}$，

$\because c=2$，

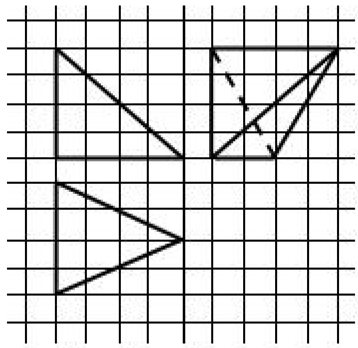
$\therefore e=\frac{c}{a}=\frac{2}{2\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{2}}{2}$.

故选：C.

利用椭圆的焦点坐标，求出 a，然后求解椭圆的离心率即可.

本题考查椭圆的简单性质的应用，考查计算能力.

11. 如图，网格纸上小正方形的边长为 1，粗线画出的是某几何体的三视图，则该几何体最长的棱长为(　　)



A. $4\sqrt{3}$

B. $4\sqrt{2}$

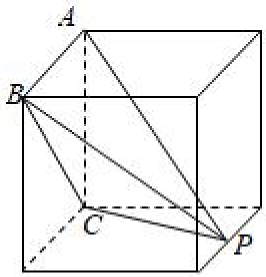
C. 6

D. $2\sqrt{5}$

【答案】C

【解析】解：利用“三线交汇得顶点”的方法，该几何体是三棱锥$P-ABC$

如图所示，其中，正方体棱长为 4，点 P 是正方体其中一条棱的中点，



则：$AB=AC=4, PC=\sqrt{4^2+2^2}=2\sqrt{5}, BC=4\sqrt{2}$，$AP=BP=\sqrt{4^2+4^2+2^2}=6$，所以最长棱为 6.

故选：C.

根据几何体的三视图还原几何体形状，求出各棱的长度，比较后，可得答案.

本题考查的知识点是由三视图，求体积，其中根据已知分析出几何体的形状是解答的关键

12. 设函数$f(x)=x^3+(a-1)x^2+ax$.若$f(x)$为奇函数，则曲线$y=f(x)$在点$(0,0)$处的切线方程为(　　)

A. $y=-2x$　　B. $y=-x$　　C. $y=2x$　　D. $y=x$

【答案】D

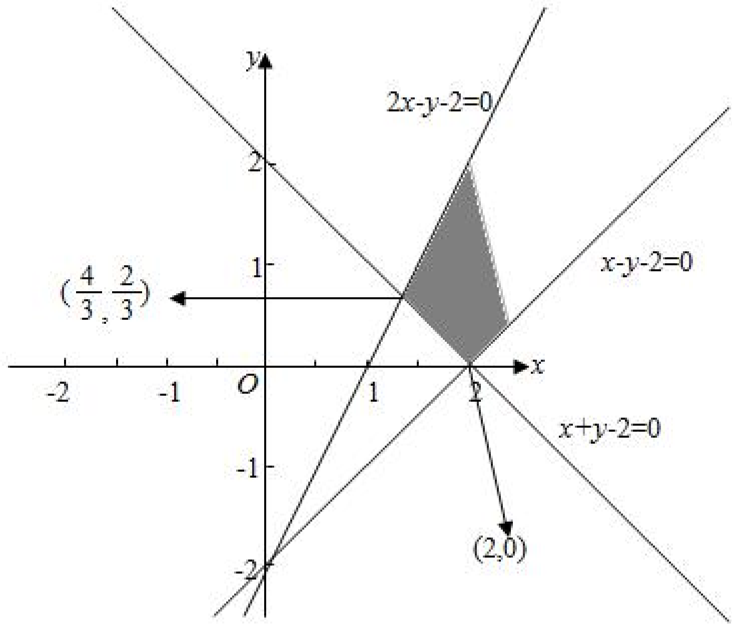
【解析】解：函数$f(x)=x^3+(a-1)x^2+ax$，若$f(x)$为奇函数，
可得$a=1$，所以函数$f(x)=x^3+x$，可得$f'(x)=3x^2+1$，
曲线$y=f(x)$在点$(0,0)$处的切线的斜率为：1，
则曲线$y=f(x)$在点$(0,0)$处的切线方程为：$y=x$.
故选：D.
利用函数的奇偶性求出 a，求出函数的导数，求出切线的向量然后求解切线方程.
本题考查函数的奇偶性以及函数的切线方程的求法，考查计算能力.

二、填空题（本大题共 4 小题，共 20.0 分）

13. 已知函数$f(x)=\log_2(x^2+a)$，若$f(3)=1$，则$a=$______.
【答案】-7
【解析】解：函数$f(x)=\log_2(x^2+a)$，若$f(3)=1$，
可得：$\log_2(9+a)=1$，可得$a=-7$.
故答案为：-7.
直接利用函数的解析式，求解函数值即可.
本题考查函数的解析式的应用，函数的领导与方程根的关系，是基本知识的考查.

14. 若 x，y 满足约束条件$\begin{cases}x+y-2\geq 0\\x-y-2\leq 0\\2x-y-2\geq 0\end{cases}$，则$z=x+2y$的最小值为______.

【答案】2
【解析】解：因为线性约束条件所决定的可行域为非封闭区域且目标函数为线性的，
最值一定在边界点处取得.
分别将点$(\frac{4}{3},\frac{2}{3})$, $(2,0)$代入目标函数，
求得：$z_1=\frac{4}{3}+2\times\frac{2}{3}=\frac{8}{3}$, $z_2=2+2\times 0=0$，
所以最小值为 2.
故答案为：2.



画出约束条件的可行域，利用目标函数以及可行域，判断最值点的位置，然后求解最小值即可.
此题考查了简单的线性规划，考查目标函数的几何意义，体现了数形结合的数学思想方法及数学转化思想方法，是中档题.

15. 直线$y=x+1$与圆$x^2+y^2+2y-3=0$交于 A，B 两点，则$|AB|=$______.
【答案】$2\sqrt{2}$

【解析】解：圆$x^2+y^2+2y-3=0$的圆心$(0,-1)$，半径为：2，

圆心到直线的距离为：$\frac{|0+1+1|}{\sqrt{2}}=\sqrt{2}$，

所以$|AB|=2\sqrt{2^2-(\sqrt{2})^2}=2\sqrt{2}$.

故答案为：$2\sqrt{2}$.

求出圆的圆心与半径，通过点到直线的距离以及半径、半弦长的关系，求解即可.

本题考查直线与圆的位置关系的应用，弦长的求法，考查计算能力.

16. 已知函数$f(x)=\sin(\omega x+\frac{\pi}{4})(\omega>0)$在$(\frac{\pi}{12},\frac{\pi}{3})$上有最大值，但没有最小值，则$\omega$的取值范围是______

【答案】$(\frac{3}{4},3)$

【解析】解：要求函数$f(x)=\sin(\omega x+\frac{\pi}{4})(\omega>0)$在$(\frac{\pi}{12},\frac{\pi}{3})$上有最大值，但没有最小值，

所以$\frac{\pi}{3}-\frac{\pi}{12}<T$，即$\frac{\pi}{4}<\frac{2\pi}{\omega}$，解得$0<\omega<8$.

且存在$k\in Z$，使得$-\frac{\pi}{2}+2k\pi<\omega\cdot\frac{\pi}{12}+\frac{\pi}{4}<\frac{\pi}{2}+2k\pi<\omega\cdot\frac{\pi}{3}+\frac{\pi}{4}<\frac{3\pi}{2}+2k\pi$.

因为$0<\omega<8$，所以$\begin{cases}\frac{\pi}{2}+2k\pi>\omega\cdot\frac{\pi}{12}+\frac{\pi}{4}>\frac{\pi}{4}\\-\frac{\pi}{2}+2k\pi<\omega\cdot\frac{\pi}{12}+\frac{\pi}{4}<\frac{11\pi}{12}\end{cases}$.

所以$-\frac{1}{8}<k<\frac{17}{24}$，所以$k=0$，

所以$-\frac{\pi}{2}<\omega\cdot\frac{\pi}{12}+\frac{\pi}{4}<\frac{\pi}{2}<\omega\cdot\frac{\pi}{3}+\frac{\pi}{4}<\frac{3\pi}{2}$，

由$-\frac{\pi}{2}<\omega\cdot\frac{\pi}{12}+\frac{\pi}{4}<\frac{\pi}{2}$解得$-9<\omega<3$.

由$\frac{\pi}{2}<\omega\cdot\frac{\pi}{3}+\frac{\pi}{4}<\frac{3\pi}{2}$，解得$\frac{3}{4}<\omega<\frac{15}{4}$，

所以$\frac{3}{4}<\omega<\frac{15}{4}$.

故答案为$(\frac{3}{4},3)$.

要求函数$f(x)=\sin(\omega x+\frac{\pi}{4})(\omega>0)$在$(\frac{\pi}{12},\frac{\pi}{3})$上有最大值，但没有最小值，可得所以$-\frac{\pi}{2}<\omega\cdot\frac{\pi}{12}+\frac{\pi}{4}<\frac{\pi}{2}<\omega\cdot\frac{\pi}{3}+\frac{\pi}{4}<\frac{3\pi}{2}$，解之即可得结论.

本题主要考查研究有关三角的函数时要利用整体思想，灵活应用三角函数的图象和性质解题.

三、解答题（本大题共 6 小题，共 70.0 分）

17. 记S_n为等比数列$\{a_n\}$的前 n 项和.已知$S_2=2$，$S_3=-6$.

(1)求$\{a_n\}$的通项公式；

(2)求S_n，并判断S_{n+1}，S_n，S_{n+2}是否成等差数列.

【答案】解：(1)设等比数列$\{a_n\}$首项为a_1，公比为 q，

则$a_3=S_3-S_2=-6-2=-8$，则$a_1=\frac{a_3}{q^2}=\frac{-8}{q^2}$，$a_2=\frac{a_3}{q}=\frac{-8}{q}$，

由$a_1+a_2=2$，$\frac{-8}{q^2}+\frac{-8}{q}=2$，整理得：$q^2+4q+4=0$，解得：$q=-2$，

则$a_1=-2$，$a_n=(-2)(-2)^{n-1}=(-2)^n$，

$\therefore\{a_n\}$的通项公式$a_n=(-2)^n$；

(2)由(1)可知：$S_n=\frac{a_1(1-q^n)}{1-q}=\frac{-2[1-(-2)^n]}{1-(-2)}=-\frac{1}{3}[2+(-2)^{n+1}]$，

则$S_{n+1}=-\frac{1}{3}[2+(-2)^{n+2}]$，$S_{n+2}=-\frac{1}{3}[2+(-2)^{n+3}]$，

由$S_{n+1}+S_{n+2}=-\frac{1}{3}[2+(-2)^{n+2}]-\frac{1}{3}[2+(-2)^{n+3}]$，

$=-\frac{1}{3}[4+(-2)\times(-2)^{n+1}+(-2)^2\times(-2)^{n+1}]$，

$=-\frac{1}{3}[4+2(-2)^{n+1}]=2\times[-\frac{1}{3}(2+(-2)^{n+1})]$，

$=2S_n$，

即$S_{n+1}+S_{n+2}=2S_n$，

$\therefore S_{n+1}$，S_n，S_{n+2}成等差数列．

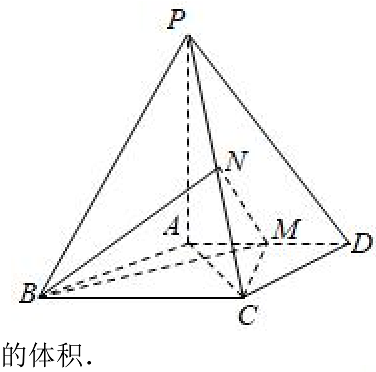
【解析】(1)由题意可知$a_3=S_3-S_2=-6-2=-8$，$a_1=\frac{a_3}{q^2}=\frac{-8}{q^2}$，$a_2=\frac{a_3}{q}=\frac{-8}{q}$，由$a_1+a_2=2$，列方程即可求得 q 及a_1，根据等比数列通项公式，即可求得$\{a_n\}$的通项公式；

(2)由(1)可知.利用等比数列前 n 项和公式，即可求得S_n，分别求得S_{n+1}，S_{n+2}，显然$S_{n+1}+S_{n+2}=2S_n$，则S_{n+1}，S_n，S_{n+2}成等差数列．

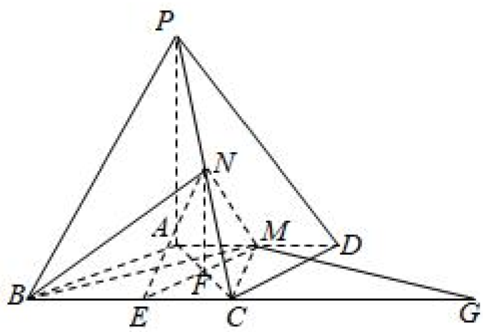
本题考查等比数列通项公式，等比数列前 n 项和，等差数列的性质，考查计算能力，属于中档题．

18. 如图，四棱锥$P-ABCD$中，$PA\perp$底面 $ABCD$，$AD//BC$，$AB=AD=AC=3$，$PA=BC=4$，M 为线段 AD 上一点，$AM=2MD$，N 为 PC 的中点．

(Ⅰ)证明$MN//$平面 PAB；



(Ⅱ)求四面体$N-BCM$的体积．



【答案】证明：(Ⅰ)取 BC 中点 E，连结 EN，EM，

$\because N$为 PC 的中点，$\therefore NE$是$\triangle PBC$的中位线

$\therefore NE//PB$，

又$\because AD//BC$，$\therefore BE//AD$，

$\because AB=AD=AC=3$，$PA=BC=4$，M为线段AD上一点，$AM=2MD$，

$\therefore BE=\frac{1}{2}BC=AM=2$，

$\therefore$四边形$ABEM$是平行四边形，

$\therefore EM//AB$，$\therefore$平面$NEM//$平面PAB，

$\because MN\subset$平面NEM，$\therefore MN//$平面PAB.

解：(Ⅱ)取AC中点F，连结NF，

$\because NF$是$\triangle PAC$的中位线，

$\therefore NF//PA$，$NF=\frac{1}{2}PA=2$，

又$\because PA\perp$面$ABCD$，$\therefore NF\perp$面$ABCD$，

如图，延长BC至G，使得$CG=AM$，连结GM，

$\because AM\overset{//}{=}CG$，$\therefore$四边形$AGCM$是平行四边形，

$\therefore AC=MG=3$，

又$\because ME=3$，$EC=CG=2$，

$\therefore\triangle MEG$的高$h=\sqrt{5}$，

$\therefore S_{\triangle BCM}=\frac{1}{2}\times BC\times h=\frac{1}{2}\times 4\times\sqrt{5}=2\sqrt{5}$，

$\therefore$四面体$N-BCM$的体积$V_{N-BCM}=\frac{1}{3}\times S_{\triangle BCM}\times NF=\frac{1}{3}\times 2\sqrt{5}\times 2=\frac{4\sqrt{5}}{3}$.

【解析】(Ⅰ)取BC中点E，连结EN，EM，得NE是$\triangle PBC$的中位线，推导出四边形$ABEM$是平行四边形，由此能证明$MN//$平面PAB.

(Ⅱ)取AC中点F，连结NF，NF是$\triangle PAC$的中位线，推导出$NF\perp$面$ABCD$，延长BC至G，使得$CG=AM$，连结GM，则四边形$AGCM$是平行四边形，由此能求出四面体$N-BCM$的体积.

本题考查线面平行的证明，考查四面体的体积的求法，是中档题，解题时要认真审题，注意空间思维能力的培养.

19. 某家庭记录了未使用节水龙头50天的日用水量数据(单位：m^3)和使用了节水龙头50天的日用水量数据，得到频数分布表如下：

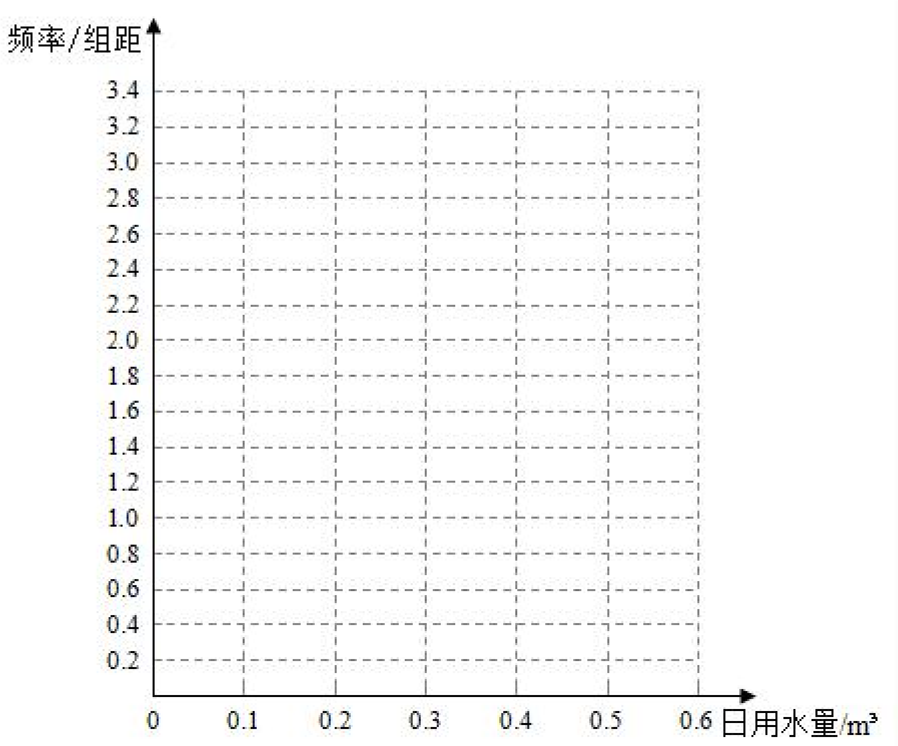
未使用节水龙头50天的日用水量频数分布表

日用水量	[0,0.1)	[0.1,0.2)	[0.2,0.3)	[0.3,0.4)	[0.4,0.5)	[0.5,0.6)	[0.6,0.7)
频数	1	3	2	4	9	26	5

使用了节水龙头50天的日用水量频数分布表

日用水量	[0,0.1)	[0.1,0.2)	[0.2,0.3)	[0.3,0.4)	[0.4,0.5)	[0.5,0.6)
频数	1	5	13	10	16	5

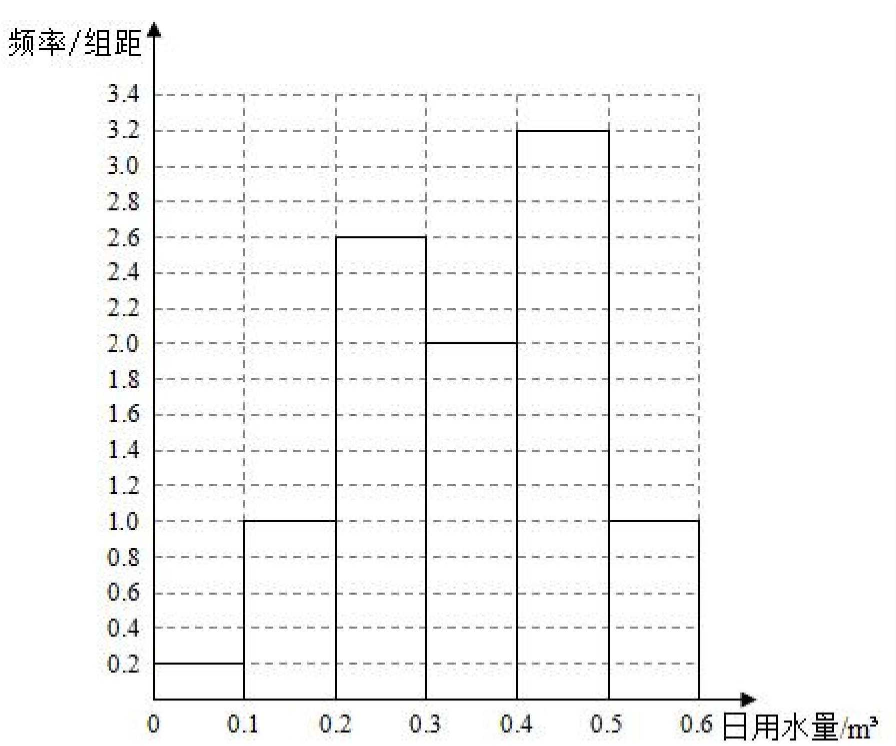
(1)作出使用了节水龙头 50 天的日用水量数据的频率分布直方图；



(2)估计该家庭使用节水龙头后，日用水量小于 $0.35m^3$的概率；

(3)估计该家庭使用节水龙头后，一年能节省多少水？(一年按 365 天计算，同一组中的数据以这组数据所在区间中点的值作代表)

【答案】解：(1)根据使用了节水龙头 50 天的日用水量频数分布表，
作出使用了节水龙头 50 天的日用水量数据的频率分布直方图，如下图：



(2)根据频率分布直方图得：
该家庭使用节水龙头后，日用水量小于 $0.35m^3$的概率为：

$p=(0.2+1.0+2.6+1)\times 0.1=0.48$.

(3)由题意得未使用水龙头50天的日均水量为：

$\frac{1}{50}(1\times 0.05+3\times 0.15+2\times 0.25+4\times 0.35+9\times 0.45+26\times 0.55+5\times 0.65)=0.48$，

使用节水龙头50天的日均用水量为：

$\frac{1}{50}(1\times 0.05+5\times 0.15+13\times 0.25+10\times 0.35+16\times 0.45+5\times 0.55)=0.35$，

∴估计该家庭使用节水龙头后，一年能节省：$365\times(0.48-0.35)=47.45m^3$.

【解析】(1)根据使用了节水龙头50天的日用水量频数分布表能作出使用了节水龙头50天的日用水量数据的频率分布直方图.

(2)根据频率分布直方图能求出该家庭使用节水龙头后，日用水量小于$0.35m^3$的概率.

(3)由题意得未使用水龙头50天的日均水量为0.48，使用节水龙头50天的日均用水量为0.35，能此能估计该家庭使用节水龙头后，一年能节省多少水.

本题考查频率分由直方图的作法，考查概率的求法，考查平均数的求法及应用等基础知识，考查运算求解能力，考查函数与方程思想，是中档题.

20. 设抛物线C：$y^2=2x$，点$A(2,0)$，$B(-2,0)$，过点A的直线l与C交于M，N两点.

(1)当l与x轴垂直时，求直线BM的方程；

(2)证明：$\angle ABM=\angle ABN$.

【答案】解：(1)当l与x轴垂直时，$x=2$，代入抛物线解得$y=\pm 2$，

所以$M(2,2)$或$M(2,-2)$，

直线BM的方程：$y=\frac{1}{2}x+1$，或：$y=-\frac{1}{2}x-1$.

(2)证明：设直线l的方程为l：$x=ty+2$，$M(x_1,y_1)$，$N(x_2,y_2)$，

联立直线l与抛物线方程得$\begin{cases} y^2=2x \\ x=ty+2 \end{cases}$，消$x$得$y^2-2ty-4=0$，

即$y_1+y_2=2t$，$y_1y_2=-4$，

则有$k_{BN}+k_{BM}=\frac{y_1}{x_1+2}+\frac{y_2}{x_2+2}=\frac{(\frac{y_2^2}{2}\times y_1+\frac{y_1^2}{2}\times y_2)+2(y_1+y_2)}{(x_1+2)(x_2+2)}=\frac{(y_1+y_2)(\frac{y_1y_2}{2}+2)}{(x_1+2)(x_2+2)}=0$，

所以直线BN与BM的倾斜角互补，

$\therefore \angle ABM=\angle ABN$.

【解析】(1)当$x=2$时，代入求得M点坐标，即可求得直线BM的方程；

(2)设直线l的方程，联立，利用韦达定理及直线的斜率公式即可求得$k_{BN}+k_{BM}=0$，即可证明$\angle ABM=\angle ABN$.

本题考查抛物线的性质，直线与抛物线的位置关系，考查韦达定理，直线的斜率公式，考查转化思想，属于中档题.

21. 已知函数$f(x)=(ax-1)e^x$，$(a\in R)$.

(1)讨论$f(x)$的单调性；

(2)当$m>n>0$时，证明：$me^m+n<ne^m+m$.

【答案】解：(1)$f(x)$的定义域为R，且$f'(x)=(ax+a-1)e^x$，

①当$a=0$时，$f'(x)=-e^x<0$，此时$f(x)$的单调递减区间为$(-\infty,+\infty)$.

②当$a>0$时，由$f'(x)>0$ 0'/>，得$x>-\frac{a-1}{a}$;

由$f'(x)<0$，得$x<-\frac{a-1}{a}$.

此时$f(x)$的单调减区间为$(-\infty,-\frac{a-1}{a})$，单调增区间为$(-\frac{a-1}{a},+\infty)$.

③当$a<0$时，由$f'(x)>0$ 0'/>，得$x<-\frac{a-1}{a}$;

由$f'(x)<0$，得$x>-\frac{a-1}{a}$.

此时$f(x)$的单调减区间为$(-\frac{a-1}{a},+\infty)$，单调增区间为$(-\infty,-\frac{a-1}{a})$.

(2)证明：当$m>n>0$时，要证：$me^n+n<ne^m+m$，

只要证：$m(e^n-1)<n(e^m-1)$，即证：$\frac{e^m-1}{m}>\frac{e^n-1}{n}$，$(*)$

设$g(x)=\frac{e^x-1}{x},x>0$，则$g'(x)=\frac{(x-1)e^x+1}{x^2},x>0$，

设$h(x)=(x-1)e^x+1$，
由(1)知$h(x)$在$[0,+\infty)$上单调递增，
所以当$x>0$时，$h(x)>h(0)=0$，
于是$g'(x)>0$ 0'/>，所以$g(x)$在$(0,+\infty)$上单调递增，
所以当$m>n>0$时，$(*)$式成立，
故当$m>n>0$时，$me^n+n<ne^m+n$.
【解析】(1)求出函数的导数，通过讨论a的范围，求出函数的单调区间即可；

(2)问题转化为证明$\frac{e^m-1}{m}>\frac{e^n-1}{n}$，$(*)$设$g(x)=\frac{e^x-1}{x},x>0$，根据函数的单调性证明即可.

本题考查了函数的单调性、最值问题，考查导数的应用以及分类讨论思想，转化思想，是一道中档题.

22. 在直角坐标系xOy中，曲线C的参数方程为$\begin{cases}x=3\cos\theta\\y=\sin\theta\end{cases}$，($\theta$为参数)，直线$l$的参数方程为$\begin{cases}x=a+4t\\y=1-t\end{cases}$，($t$为参数).

(1)若$a=-1$，求C与l的交点坐标；

(2)若C上的点到l距离的最大值为$\sqrt{17}$，求a.

【答案】解：(1)曲线C的参数方程为$\begin{cases}x=3\cos\theta\\y=\sin\theta\end{cases}$($\theta$为参数)，化为标准方程是：$\frac{x^2}{9}+y^2=1$；

$a=-1$时，直线l的参数方程化为一般方程是：$x+4y-3=0$；

联立方程$\begin{cases}\frac{x^2}{9}+y^2=1\\x+4y-3=0\end{cases}$，

解得$\begin{cases}x=3\\y=0\end{cases}$或$\begin{cases}x=-\frac{21}{25}\\y=\frac{24}{25}\end{cases}$，

所以椭圆C和直线l的交点为$(3,0)$和$(-\frac{21}{25},\frac{24}{25})$.

(2)l的参数方程$\left\{\begin{array}{l}x=a+4t\\y=1-t\end{array}\right.$($t$为参数)化为一般方程是：$x+4y-a-4=0$，

椭圆 C 上的任一点 P 可以表示成$P(3\cos\theta,\sin\theta)$，$\theta\in[0,2\pi)$，
所以点 P 到直线 l 的距离 d 为：

$d=\frac{|3\cos\theta+4\sin\theta-a-4|}{\sqrt{17}}=\frac{|5\sin(\theta+\varphi)-a-4|}{\sqrt{17}}$，$\varphi$满足 $\tan\varphi=\frac{3}{4}$，且的 d 的最大值为$\sqrt{17}$.

①当$-a-4\leq 0$ 时，即$a\geq-4$ 时，

$$|5\sin(\theta+\varphi)-a-4|\leq|-5-a-4|=|5+a+4|=17$$

解得$a=8$ 和-26，$a=8$ 符合题意.
②当$-a-4>0$ 时，即$a<-4$ 时
$|5\sin(\theta+\varphi)-a-4|\leq|5-a-4|=|5-a-4|=17$，
解得$a=-16$ 和 18，$a=-16$ 符合题意.
【解析】(1)将曲线 C 的参数方程化为标准方程，直线 l 的参数方程化为一般方程，联立两方程可以求得焦点坐标；
(2)曲线 C 上的点可以表示成$P(3\cos\theta,\sin\theta)$，$\theta\in[0,2\pi)$，运用点到直线距离公式可以表示出 P 到直线 l 的距离，再结合距离最大值为$\sqrt{17}$进行分析，可以求出 a 的值.
本题主要考查曲线的参数方程、点到直线距离和三角函数的最值，难点在于如何根据曲线 C 上的点到直线 l 距离的最大值求出 a.