

## 期末冲刺卷（高一 A）命题人：厦门外国语学校

一、单选题（本大题共 8 小题，共 40.0 分.在每小题列出的选项中，选出符合题目的一项）

1. 设集合  $A=\{x|0 \leq x \leq 2\}$ ,  $B=\{x|x \leq 1\}$  则  $A \cup B =$  ( )

- A.  $(-\infty, 1]$                       B.  $(-\infty, 2]$                       C.  $[0, 1]$                               D.  $[1, 2]$

2. 已知函数  $f(x)=\ln(\sqrt{1+9x^2}-3x)+1$ , 则  $f(\lg 5)+f(\lg \frac{1}{5}) =$  ( )

- A. -1                                      B. 0                                      C. 1                                      D. 2

3. “ $\frac{3}{x+1} > 1$ ”是“ $x < 5$ ”的 ( ) 条件

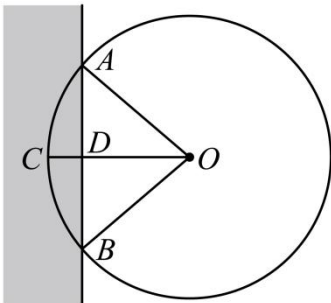
- A. 充分不必要                      B. 必要不充分                      C. 充要                                      D. 既不充分也不必要

4. 设  $a=5^{0.7}$ ,  $b=\sin 2$ ,  $c=\log_6 0.2$ , 则  $a, b, c$  的大小关系正确的是 ( )

- A.  $a > b > c$                       B.  $b > a > c$                       C.  $b > c > a$                       D.  $c > a > b$

5. 我国古代数学经典著作《九章算术》中记载了一个“圆材埋壁”的问题：“今有圆材埋在壁中，不知大小，以锯锯之，深一寸，锯道长一尺，问径几何？”现有一类似问题，不确定大小的圆柱形木材，部分埋在墙壁中，其截面如图所示.用锯去锯这木材，若锯口深  $CD=2-\sqrt{3}$ , 锯道  $AB=2$ , 则图中  $\widehat{ACB}$  与弦  $AB$  围成的弓形的面积为 ( )

其截面如图所示.用锯去锯这木材，若锯口深  $CD=2-\sqrt{3}$ , 锯道  $AB=2$ , 则图中  $\widehat{ACB}$  与弦  $AB$  围成的弓形的面积为 ( )



- A.  $\frac{\pi}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}$                       B.  $\frac{2\pi}{3} - \sqrt{3}$                       C.  $\frac{\pi}{3} - \frac{\sqrt{3}}{2}$                       D.  $\frac{\pi}{3} - \frac{\sqrt{3}}{3}$

6. 三个数  $\sin 1.5 \cdot \sin 2 \cdot \sin 3.1$ ,  $\cos 4.1 \cdot \cos 5 \cdot \cos 6$ ,  $\tan 7 \cdot \tan 8 \cdot \tan 9$  中, 值为负数的个数有个 ( )

- A. 0                                      B. 1                                      C. 2                                      D. 3

7. 若函数  $y=f(x)$  的值域是  $[\frac{1}{3}, 4]$ , 则函数  $F(x)=f(x)+\frac{1}{f(x)}$  的值域是 ( )

- A.  $[\frac{1}{3}, 4]$                               B.  $[2, \frac{17}{4}]$                               C.  $[\frac{10}{3}, \frac{17}{4}]$                               D.  $[4, \frac{17}{4}]$

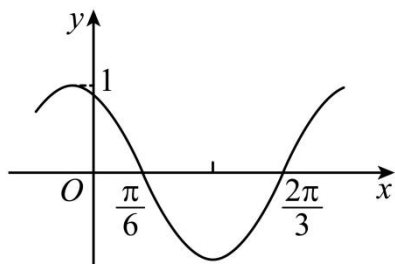
8. 解析数论的创始人狄利克雷在数学领域成就显著, 对函数论、位势论和三角级数论都有重要贡献. 以他

名字命名的狄利克雷函数  $D(x) = \begin{cases} 1, x \text{为有理数}, \\ 0, x \text{为无理数}, \end{cases}$  以下结论错误的是 ( )

- A.  $D(\sqrt{2}) < D(1)$     B. 函数  $y = D(x)$  不是周期函数  
C.  $D(D(x)) = 1$     D. 函数  $y = D(x)$  在  $(-\infty, +\infty)$  上不是单调函数

二、多选题 (本大题共 4 小题, 共 20.0 分. 在每小题有多项符合题目要求)

9. 下图是函数  $y = \sin(\omega x + \varphi)$  的部分图像, 则  $\sin(\omega x + \varphi) =$  ( )



- A.  $\sin(x + \frac{\pi}{3})$                       B.  $\sin(\frac{\pi}{3} - 2x)$                       C.  $\cos(2x + \frac{\pi}{6})$                       D.  $\cos(\frac{5\pi}{6} - 2x)$

10. 对于实数  $a, b, m$ , 下列说法正确的是 ( )

- A. 若  $am^2 > bm^2$ , 则  $a > b$ ;  
B. 命题“ $\forall x > 1, x^2 - x > 0$ ”的否定是“ $\exists x_0 \leq 1, x_0^2 - x_0 \leq 0$ ”;  
C. 若  $b > a > 0, m > 0$ , 则  $\frac{a+m}{b+m} > \frac{a}{b}$ ;  
D. 若  $a > b > 0$ , 且  $|\ln a| = |\ln b|$ , 则  $2a + b$  的最小值为  $2\sqrt{2}$

11. 若函数  $f(x) = \cos^2 x + 2\sin x$  在区间  $[-\frac{\pi}{3}, \theta]$  的最大值为 2, 则  $\theta$  的可能取值为 ( )

- A. 0    B.  $\frac{\pi}{3}$     C.  $\frac{2\pi}{3}$     D.  $\pi$

12. 已知函数  $f(x)(x \in \mathbf{R})$  满足  $f(x) = f(4-x) + 9f(2)$ , 又  $f(x+9)$  的图象关于点  $(-9, 0)$  对称, 且  $f(1) = 2022$ , 则 ( )

- A.  $f(x)$  关于  $x=2$  对称    B.  $f(43) + f(44) + f(45) = -2022$   
C.  $f(\frac{1}{3}x - 1) + 3$  关于点  $(3, 3)$  对称    D.  $f(\frac{1}{3}x - 1) + 3$  关于点  $(1, 3)$  对称

三、填空题 (本大题共 4 小题, 共 20.0 分)

13.  $\log_2 8 + (3 - \sqrt{2})^0 + (\frac{81}{16})^{-\frac{1}{4}} + \sqrt[4]{(3 - \pi)^4} =$  \_\_\_\_\_.

14. 函数  $y = 9 - \sin 2x$  的单调递增区间是\_\_\_\_\_.

15. 在一段时间内, 某地的某种动物快速繁殖, 此动物总只数的倍增期为 18 个月, 那么 100 只野兔增长到 10 万只野兔大概需要\_\_\_\_\_年. ( $\lg 2 = 0.3010, \lg 3 = 0.4771$ )

16. 已知函数  $f(x) = \begin{cases} \frac{2^x + 2}{2}, & x \leq 1 \\ |\ln(x-1)|, & x > 1 \end{cases}$ , 若  $F(x) = f^2(x) - af(x) + \frac{2}{3}$  的零点个数为 4, 则实数  $a$  取值范围  
为\_\_\_\_\_.

#### 四、解答题 (本大题共 6 小题, 共 70.0 分. 解答应写出文字说明, 证明过程或演算步骤)

17. 已知幂函数  $f(x) = (2m^2 + m - 2)x^{2m+1}$  在  $(0, +\infty)$  上是减函数

(1) 求  $f(x)$  的解析式

(2) 若  $f(\sqrt{2-a}) < f(\sqrt{a-1})$ , 求  $a$  的取值范围.

18. 已知  $f(\alpha) = \frac{\sin(5\pi + \alpha) \cos(\frac{5\pi}{2} - \alpha) \cos(\pi + \alpha)}{\sin(\frac{3\pi}{2} - \alpha) \cos(\frac{\pi}{2} + \alpha) \sin(\frac{7\pi}{2} + \alpha)}$ .

(1) 化简  $f(\alpha)$ ;

(2) 若  $f(\alpha) = \frac{1}{3}$ , 求  $3\sin^2 \alpha - 4\sin \alpha \cos \alpha + 5\cos^2 \alpha$  的值.

19. 设函数  $y = mx^2 - mx - 1$ .

(1) 若函数  $y = mx^2 - mx - 1$  有两个零点, 求  $m$  的取值范围;

(2) 若命题:  $\exists x \in \mathbf{R}, y \geq 0$  是假命题, 求  $m$  的取值范围;

(3) 若对于  $x \in [1, 3]$ ,  $y > (m+1)x^2 + 3$  恒成立, 求  $m$  的取值范围.

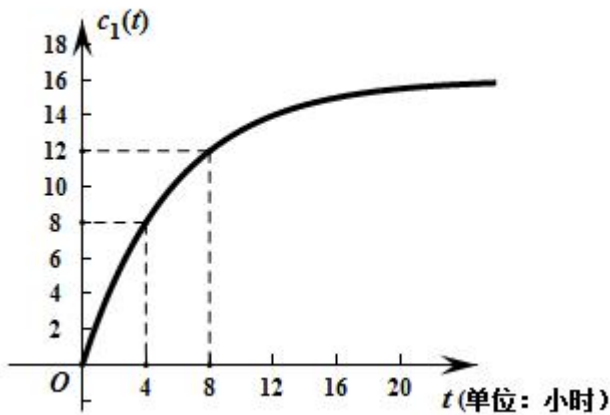
20. 已知实数  $x > 0, y > 0$ , 且  $2xy = x + y + a(x^2 + y^2) (a \in \mathbf{R})$ .

(1) 当  $a = 0$  时, 求  $2x + 4y$  的最小值, 并指出取最小值时  $x, y$  的值;

(2) 当  $a = \frac{1}{2}$  时, 求  $x + y$  的最小值, 并指出取最小值时  $x, y$  的值.

21. 用打点滴的方式治疗“新冠”病患时, 血药浓度(血药浓度是指药物吸收后, 在血浆内的总浓度)随时间变化的函数符合  $c_1(t) = \frac{m_0}{kV}(1 - 2^{-kt})$ , 其函数图像如图所示, 其中  $V$  为中心室体积(一般成年人的中心室体积近似为 600),  $m_0$  为药物进入人体时的速率,  $k$  是药物的分解或排泄速率与当前浓度的比值. 此种药物在人体

内有效治疗效果的浓度在 4 到 15 之间，当达到上限浓度时，必须马上停止注射，之后血药浓度随时间变化的函数符合  $c_2(t) = c \cdot 2^{-kt}$ ，其中  $c$  为停药时的人体血药浓度。



(1) 求出函数  $c_1(t)$  的解析式；

(2) 一病患开始注射后，最迟隔多长时间停止注射？为保证治疗效果，最多再隔多长时间开始进行第二次注射？(保留小数点后一位，参考数据  $\lg 2 \approx 0.3$ ,  $\lg 3 \approx 0.48$ )

22. 已知函数  $g(x) = \frac{x+b}{2x^2+a}$ ,  $x \in (-1,1)$ ，从下面两个条件中任选一个条件，求出  $a$ ,  $b$  的值，并解答后面的问题。(注：如果选择多个条件分别解答，按第一个解答计分)

① 已知函数  $f(x) = x^2 - (a-2)x + 4$ ,  $f(x)$

在定义域  $[b-1, b+1]$  上为偶函数；② 已知函数  $f(x) = ax + b (a > 0)$  在  $[1,2]$  上的值域为  $[2,4]$ ；

(1) 选择\_\_\_\_，求  $a$ ,  $b$  的值；

(2) 证明  $g(x)$  在  $(-1,1)$  上单调递增；

(3) 解不等式  $g(t-1) + g(2t) < 0$

