

---

# 探矿者地质矿产勘查软件系统

## 用户指南

(V 3.0 版)



**中矿数智**  
— DIGI MINE —

中国地质科学院矿产资源研究所  
战略合作伙伴

中国地质科学院矿产资源研究所

二〇二三年八月

## 目 录

第一章 矿产勘查信息化.....	1
第一节 矿产勘查的目标任务与理论思路.....	1
第二节 矿产勘查信息化的需求.....	25
第三节 智能矿产勘查评价工作流程.....	27
第二章 探矿者地质矿产勘查软件系统设计.....	37
第一节 矿产勘查软件国内外现状.....	38
第二节 MRAS 探矿者软件需求分析 .....	46
第三节 MRAS 探矿者软件系统总体设计 .....	75
第三章 矿产资源评价工作流程及设计.....	86
第一节 矿产资源评价系统的总体结构设计.....	86
第二节 基于 MRAS 的矿产资源评价工作流程 .....	92
第四章 探矿者中常用的数据模型及关键算法.....	107
第一节 数据模型.....	107
第二节 三维地质建模技术.....	113
第三节 多元统计分析方法.....	130
第四节 地统计学方法.....	175
第五章 探矿者中地质勘查制图的计算机实现.....	199
第一节 计算几何基础.....	199
第二节 空间数据的变换.....	205
第三节 拓扑关系的生成.....	211
第四节 空间分析.....	222
第五节 数字地面模型的生成算法.....	232
第六章 探矿者软件中关键三维可视化的计算机实现.....	247
第一节 数据整理.....	247
第二节 钻孔建模.....	247
第三节 剖面定义和剖面编辑.....	249
第四节 曲面生成和交叉处理.....	251

第五节 地物化遥属性模型.....	258
第六节 地质模型空间分析.....	265
第七章 探矿者中资源量估算的计算机实现.....	274
第一节 资源量估算的要求与原则.....	274
第二节 地质块段法.....	280
第三节 断面法.....	286
第四节 地质统计学法.....	291
第八章 探矿者中常用的资源评价方法.....	300
第一节 特征分析方法.....	300
第二节 证据加权法.....	302
第三节 “三部式”矿产资源评价法.....	306
第四节 矿床模型综合信息体积法.....	308
第五节 BP 神经网络法.....	315
第六节 ART1 神经网络法.....	327
第七节 蒙特卡洛方法.....	342
第八节 逻辑信息法.....	349
综合参考文献.....	362



中矿数智

中国地质科学院矿产资源研究所  
战略合作伙伴

# 第一章 矿产勘查信息化

## 第一节 矿产勘查的目标任务与理论思路

### 1.1 背景及意义

截至 2020 年，我国铁、铜、铝、铅、锌、镍、钾盐等矿产产量对需求的保障分别为 33.7%、15.5%、56.8%、36%、64.4%、13.8%、61.6%。如不采取有效措施，重要矿产供需矛盾将进一步加剧，外部依赖将扩大。未来 10-20 年，我国需应对严峻的能源与矿产资源供需局面，需强化地质找矿、提高资源利用效率，以确保国内经济与社会发展对矿产资源的需求。然而，我国地质工作整体较低，矿产资源潜力巨大。预测显示，重要矿产资源平均查明率为 35%，有待挖掘的潜力较大，需进一步加强潜力评价，实施动态评价，科学部署，全力推进，取得重要进展。党中央、国务院高度重视此事，2009 年，国土资源部提出了“公益先行、商业跟进、基金衔接、整装勘查、快速突破”的地质找矿新机制和“358”目标。

在新时期的指导下，《国家找矿突破行动纲要（2011-2020）》推动深部找矿示范，成为当前和未来时期的重要战略任务。找矿突破战略是保障我国经济社会可持续发展，提高矿产资源保障能力的重要举措，以科学发展观为引导，贯彻资源节约和环保基本国策，遵循地质与市场规律，推行“公益先行、商业跟进、基金衔接、整装勘查、快速突破”地质找矿新机制，建设市场导向的多元投资平台，加强国内矿产资源保障。工作应兼顾资源分布和区域经济布局，以找矿促进区域经济，重点突出能源和稀缺资源。需借助找矿战略行动，推动资源管理与地勘单位改革，以科技进步推动找矿突破，提升勘查开发水平，建立矿产资源战略接续区，储备重要矿产资源，支持经济发展和产业。然而，预测深度增大和深部信息不足制约着深部矿产资源三维预测效果。

2021 年 2 月 25 日，自然资源部发布会介绍了十年找矿突破成果，指出我国仍处于工业化中后期和城镇化快速发展阶段，战略性矿产资源需求与供需矛盾长期存在。紧缺战略性矿产需突出，科技创新推进矿藏深勘，加强绿色矿山建设，为构建现代化国家提供矿业支持。重点工作包括基础地质工作、科技创新、矿种综合评价，旨在提高资源利用效率，推动绿色勘查与矿山建设。



## 1.2 矿产勘查的目标任务

矿产资源预测评价是对地球表面具有经济价值的矿产可能存在的位置和资源潜力进行科学预测，从而指导国家政府资源政策制定和矿产勘查部署工作。

### 1.2.1 矿产勘查目标

所谓“矿产勘查”是对矿床进行普查与勘探的综合活动。矿床普查在特定地区范围内，以不同精度要求进行矿床勘查，通常分为概查与详查两个阶段。概查可以同时进行地质制图，也可从已知矿点出发进行专门性找矿。找矿是全面搜索潜在矿产资源，对其性质、数量及经济意义进行初步评估，研究成因和分布规律，并提出进一步建议。它也可以针对特定矿种进行，如金、铜、金刚石等，着重在矿床生成或产出地区寻找矿床。找矿关注“找什么？”、“哪里找？”及“怎么找？”问题，因矿床形成需要多种地质条件，发现矿床相当困难。

矿床的形成与地质异常有关，其分布也遵循一定规律，因此找矿关注可能的成矿异常和矿床分布规律。为提高效果，通常会进行成矿预测，确定有利成矿远景区，缩小找矿范围，增加成功率。

勘探是在发现矿床后，对具有进一步开发价值的对象进行地表和地下揭露，评估矿床规模、形态、产状、质量、开采技术和经济条件等，即对矿床进行工业价值评价。当评价勘探呈现积极结果，确认矿床有开采价值并初步了解开发规模后，可进行详细勘探，确定矿石质量、储量、开采技术，为矿山开采提供必要数据。然后进行矿山设计、建设、开采矿石、选矿直至矿石采尽，最终进行复垦。整个过程如图 1-1 所示。

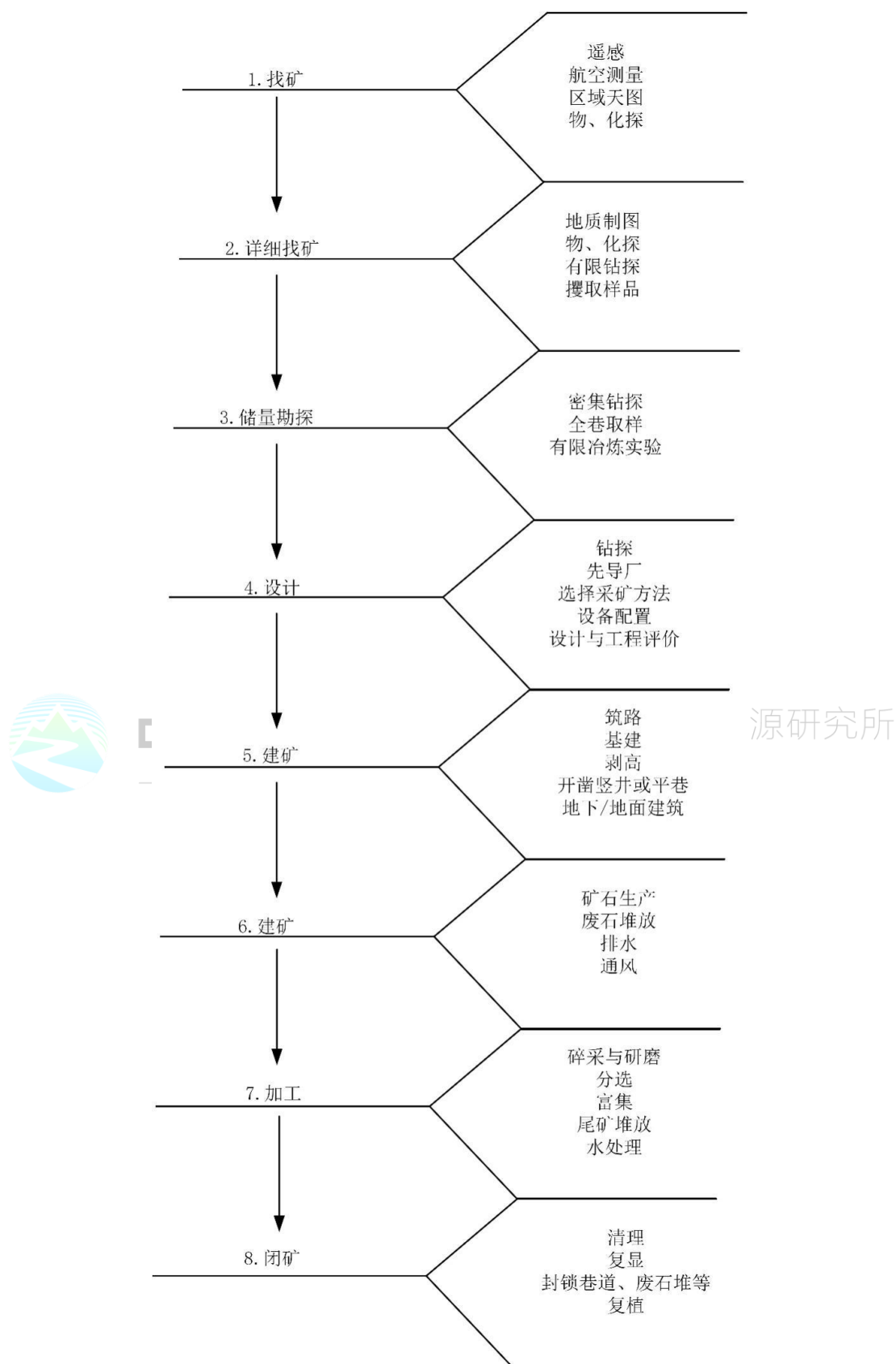


图 1-1 矿产勘查、开发各阶段及其工作内容流程图

(据联合国环境计划专刊(工业与环境), 1997, 20(4), “矿业与可持续发展”专辑, 矿业-----事实与数据)

由图 1-1 可以看出,矿产勘查即矿床的普查与勘探,是整个矿业过程的先导和基础。人类利用自然矿产资源首先需要进行找矿与勘探,然后进行矿山建设、矿石开采和加工,将地下资源转化为工农业生产和生活所需的矿物原料与矿产品。随后,为恢复因矿业活动而受影响的环境,闭矿后还需进行土地复垦和复植。地质学家的矿产勘查活动孕育新矿山的诞生,矿山的生命周期从发现矿床开始,为人类的生存和发展提供必需的物质基础,可持续发展也依赖于矿产资源的可持续利用。

“矿产勘查”的核心对象是矿床,因此与之关系最密切的学科是“矿床学”。为回答“找矿”的“找什么”问题,需要了解最有价值的矿床类型,这导致了对“矿床工业类型”的研究。矿床工业类型最初是作为矿产勘查的一部分,如 1960 年前苏联学者克列特尔 B. M. 编著的《矿床普查与勘探》专著中,被包含于找矿部分。后来,“矿床工业类型”成为单独的学科。在西方,矿床学与矿产勘查学有时合并为“经济地质学”,凸显了它们之间的紧密联系。

矿产勘查是矿业生产的起点,为矿业生产提供服务,因此与“矿产设计与建设”、“采矿学”、“选矿学”以及“矿石冶炼学”等学科密切相关。不了解矿床开发、选矿和冶炼的要求,无法正确评估矿床,也难以完成全面准确的勘查工作。在强调“勘查开发一体化”的背景下,尤其是对小型矿床进行勘查时,重视矿床开发、选矿和冶炼问题已成为不可分割的任务。因此,某些学者在《矿产普查勘探学》中将矿床开发、选矿和冶炼问题列为重要章节,凸显了它们之间的密切关系。

前苏联学者帕格列比茨基 E.O. 于 1977 年提出了矿床勘查的三大基础:地质基础、经济基础和数学基础。他认为,矿床勘查的本质可以通过经济学、地质学和数学三门科学的方法揭示和说明。矿产勘查中的数据处理、分析和评价需要依赖数学方法,如概率论、数理统计以及近年兴起的分形理论和混沌理论等。计算机技术也在矿产勘查中得到广泛应用。

另外,环境问题已成为影响矿产勘查的重要问题。考虑到资源集约利用和可持续发展,矿产勘查必须考虑生态环境保护和环境效应。因此,矿产勘查与环境地质学、生态环境学密切相关。总之,“矿产勘查”是一门综合性很强的应用地质学科,涵盖了多个学科领域的知识和技术手段。

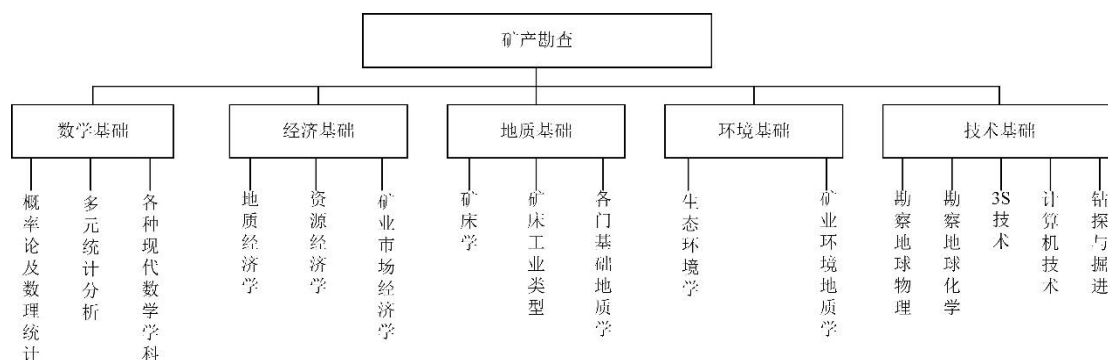


图 1-2 矿产勘查与各主要学科关系图

矿产预测的理论探索和实践始于 20 世纪 50 年代，各国都在进行相关工作。例如，美国在 20 世纪 70-80 年代投入大量资金进行了多个矿产资源评价计划，引发了全球性的矿产资源评价热潮。法国、加拿大、澳大利亚、前苏联等国家也在进行矿产资源区域评价工作。20 世纪 90 年代，美国地质调查局使用统一的三步式评价方法和标准的矿床模型，对美国 19 个成矿省的金、银、铜、铅和锌未发现资源进行了评价。21 世纪初，美国地质调查局为全球资源战略需求，开展了全球矿产资源潜力评价计划，旨在建立全球矿产资源潜力信息系统。这一计划使得矿产资源预测成为国际研究的重要方向。

在近 60 年的预测实践中，成矿学和矿产资源潜力评价理论研究主要发展为两条主线：一是基于板块构造理论，研究构造环境与矿床类型之间的联系，发展成矿带的地球动力学与成矿作用理论，实施战略性矿产资源评价；二是综合多学科信息，进行矿产资源当量预测。矿床模型和类比方法在相似性预测中取得了丰硕成果，例如《Mineral Deposit Models》和《Ore Deposit Models》等著作。美国地质调查局的“三部式”矿产预测法已广泛应用于全美和全球矿产资源评价计划。另一方法是综合信息矿产预测理论与方法，通过综合多元地质信息，建立综合信息找矿模型，进行矿产预测。近年来，也出现了中美合作的矿产资源评价方法研究，为国际评价技术的发展做出了贡献。

矿产勘查是根据国内外矿产品市场需求，运用成矿理论指导，采用勘查技术手段对矿产资源进行地质调查的专门性工作。矿产勘查的任务是在一定区域内找到并确定工业矿床，为矿产资源开发和矿山企业建设提供必需的地质资料和矿产

储量。矿产勘查是一项具有科研和生产属性的社会活动，需要科学探索并具有经济价值。矿产勘查工作需要在区域地质调查和成矿预测的基础上进行，以成矿理论为指导，采用合适的技术手段和方法，逐步深入地了解矿床。

矿产勘查工作是分阶段进行的，由于地质信息获取存在不确定性，需要降低投资风险并逐步深化认识。矿产勘查与矿床学、采矿学、选矿学、冶炼学等学科关系密切，矿床模型为找矿提供指导，而成矿理论和勘查技术为矿产资源开发提供基础。综合信息矿产预测理论与方法则以地质体为单元，综合多学科信息，建立综合信息找矿模型进行矿产预测。总之，矿产勘查是一门涉及多学科交叉的综合性工作，有着重要的经济和科研价值。

我国现阶段（自 2020 年起）的矿产勘查工作分为普查、详查和勘探三个阶段。普查阶段为初级，通过有效手段和稀疏取样工程，初步发现矿体地质特征，进行矿石加工选冶性能初步查明；进行概略研究估算推断资源量，提出详查范围。详查阶段为中级，通过有效手段、系统取样工程和试验研究，基本查明矿床地质特征、矿石加工选冶性能和开采技术条件，估算推断和控制资源量，提出勘探范围；也可进行预可行性或可行性研究，评价经济价值。勘探阶段为高级，通过有效手段、加密取样工程和深入实验研究，详细查明矿床地质特征、矿石加工选冶性能和开采技术条件，为矿山建设提供依据；估算储量，详细评价项目经济意义，评估矿产资源开发可行性。

近代矿产勘查学科体系在 20 世纪 40 年代形成。1940 年，B.M.克列特尔编著的《矿床普查与勘探教程》首次系统阐述了找矿、取样、编录和储量计算等基本内容，在此之前仅有“勘探作业”。至今已过去 80 多年，在此期间，矿产勘查面临的生产形势发生重大变化，各国学者也在该领域从不同角度进行了大量研究和发展。这些成果丰富了矿产勘查学科内容，但随着新形势、新任务和新要求出现，我国特别是计划经济向市场经济转变后，矿产勘查理论和方法急需进一步加强和提高，以满足变化需求。赵鹏大院士指出，新趋势包括：（1）找矿难度增加，隐伏矿成为主要目标。（2）为满足资源需求，开发新类型矿床。（3）加强勘查理论研究，指导实践。（4）对矿床模型和勘查模型的研究与应用，以适应新要求。（5）重视新技术、方法研发和高素质勘查人才培养。电子计算机的广泛应用不仅提高了数据处理能力，还开启了勘查方法研究新途径，如系统分析和地理信息



系统（GIS）技术的应用。

### 1.2.2 矿产勘查主要任务

20 世纪 40 年代初，近代找矿勘探地质学的学科体系形成。1940 年，克列特尔 B. M. 在《矿床普查与勘探教程》中首次系统阐述了本学科的基本内容，包括找矿、勘探、取样、编录、储量计算等原理和方法。最初，勘探方法与探矿技术紧密相关，如坑探和钻探。随后，勘探方法逐渐独立成为独立学科。

自克列特尔 B. M. 的著作问世以来，已经过去了 60 多年。在此期间，矿床普查勘探的生产形势发生了重大变化，各国学者从不同角度对这一学科进行了大量研究。这些生产和科研成果丰富了矿床普查勘探学的内容，但随着矿产普查勘探工作所面临的新形势、新任务和新要求，矿产勘查理论和方法亟需进一步加强和提高，以满足这种变化的需求。

#### 一、找矿难度日益增大，隐伏矿床找矿问题已成为矿产勘查最突出的问题

美国地质调查局早在 1981 年 857 号公报中警告：浅层富矿逐渐枯竭，需寻找深部矿床（埋深数百米至大于 1000 米），利用边远或经济不发达地区的贫矿。随着寻找隐伏矿的难度增加，矿床发现率呈指数下降。美国本土 48 个州 1937-1957 年统计显示，每 1 亿英尺（3048 米）钻探进尺所发现的油田面积指数减少，现在每 1 亿英尺钻探进尺只能找到小于 100 平方千米的油田面积。20 世纪 40 年代早期，大油田占发现的 3/4，50 年代早期，小油田比例上升。前苏联数据显示，矿床勘探复杂，新矿床常用过多钻孔。1959-1972 年，2150 个石油矿数据分析显示，C1 级储量只有 62.1% 转变为 A+B 级，部分无根据储量被注销或转为表外储量。在鞑靼共和国，C1 级储量仅可证实不超过 40%。与此同时，勘探成本上升。加拿大，1950 年勘探费用占金属矿床产值的 0.8%，至 1965 年已增至 4%，增加了 5 倍。深部开采成本上升，南非威特沃特斯兰德矿深达 1 万英尺以上，开采和选矿成本占黄金生产成本的 90% 以上。尽管南非劳动力和电力成本低，从品位低于 5 克/吨的矿石中回收金变得不经济。然而，随着采选冶技术的改进，处理低品位矿床经济可行，提高提取效率在经济上有利。因此，虽然寻找隐伏矿床、开采低品位和深埋矿床会影响经济效益，但随着科技进步，这些困难逐渐可克服，寻找隐伏矿床已势在必行、势不可挡。

#### 二、为满足对矿产资源的需求，不断开拓新类型矿床的找寻和开发

半个世纪来,许多重要矿床的发现多属以往未被重视或不为人知的新型矿床,例如:斑岩型矿床(包括 Cu、Mo、Sn、W、Au、Ag 等),近年发现大部分大型 Cu 矿为斑岩型;层状与层控矿床,含 Cu、U、Au、W 等矿的黑色页岩;风化壳型富铁矿床,如澳大利亚的哈默斯利等;火山岩型块状硫物矿床,如加拿大、美国、澳大利亚的 Cu、Pb、Zn、Ag 矿床;前寒武纪含 Fe、含 Mn 建造有关的 Cu、U、Au 矿床,如澳大利亚的奥林匹克坝;基性、超基性层状分异有关的 Pt 族金属矿床,如美国斯捷尔沃特矿床;沉积黑色岩系中的 Pt 族金属矿床,如俄罗斯的干谷矿床;浅成低温热液的“卡林型”Au 矿床,美国西部地区发现的一种分散在第三纪沉积岩中的染状 Au 矿床。此外,多国关注海洋矿产资源勘查,包括铁锰结核、钴结壳、天然气水合物等。总之,矿床勘查呈多方向拓展,由富向贫或富而小、传统向新型矿床,以适应“空间时代”、“信息时代”及“知识经济”时代需求,对新型矿物原料的研究日益受重视。

### 三、为更有效地指导找矿勘探实践,进一步加强了勘查理论的研究

在西方国家,矿床的“勘查哲学”和决策理论得到重视。所谓“勘查哲学”是指一套指导勘查成功地发现和确定矿床的原则,进一步来说,也就是研究、定义、解释和改进这些原则的智力信念。这种勘查哲学在不同时期具有不同的内容,也因勘查对象不同而有所差异。例如,拜雷 P.A. (1972) 认为,确定目标应在确定勘查哲学之前。勘查涉及五个基本要素:人力、知识、方法、时间和金钱。他强调人力是最关键的控制要素。

美国加州大学教授斯利科特 L.B. (1960) 则认为“找矿是世界上最大、最好的赌博事业”。他认为“赌徒破产律”在某种程度上可以作为从事这项风险事业的指导理论。他使用如下公式来表示“赌徒破产”的概率 P:

$$P_r = e^{-NP_i}$$

式中:  $P_i$ —每一次冒险的成功率;  $N$ —冒险次数

如果每次冒险的成功概率为 1:10 (成功比 0.1), 连续进行 10 次冒险的失败概率为 0.35, 20 次冒险的失败概率为 0.13。当资本雄厚时, 经过 100 次失败, 破产的机会仅为 0.00045, 即 45/1, 000, 000。斯利科特认为, 未来即使最强大的公司也无法满足理想规模的勘查资金需求, 因此他建议进行联合投资, 以确保

矿床勘查的成功。

前苏联在矿床勘查研究方面十分重视，提出了多个理论性概括，如 1957 年克列特尔 B. M. 提出的矿床勘探五大原则，1959 年比留科夫 B.H. 提出的三大基本勘探方法，1977 年帕格列比茨基 E. O. 提出的三大基础等。此外，还有许多学者发表了关于矿产勘查的专著，涵盖了不同角度的研究。

我国建国 50 年来，在矿床普查方面取得显著成就，不仅发现和评价了众多矿床，还深入认识了各类矿产分布和成矿区地质条件。在找矿经验方面，总结了多种原则，如“区域展开，重点突破”等。我国的矿床探方面也有不少成果，包括制定了多种矿产的勘探规范、研究矿产储量分类系统、进行矿床的探采对比研究等。我国地质院校和专家学者也进行了许多矿床普查勘探理论的研究，编写了一系列专著。

随着矿产勘查难度的提高，进行科学的找矿工作变得越发必要。科学找矿包括理论找矿、综合找矿、立体找矿和定量找矿等现代方法。近年来，人工智能和专家系统的智能找矿也逐渐应用。

#### 四、为适应“理论找矿”阶段的新要求，加强了对矿床模型和矿床勘查模型研究

美国地质学家惠顿 E.H.T (1983) 指出，当今地质科学的三个重要事件是：①板块构造理论的发展；②计算机的应用；③模型概念的引入。矿床模型可被看作是对矿床工业类型的深化和精化，特别是在通过分析成矿地质环境来指导找矿方面，类比矿床模型区与研究区的地质环境，发挥了重要作用。矿床模型是成矿预测的基础，但近年来发展了多种无模型成矿预测方法，可以提高在研究程度较低地区的成矿预测效果，即使在缺乏建立矿床模型所需资料的情况下。

#### 五、为提高矿床勘查工作效益并使矿业可持续发展，勘查过程中的经济分析和环境效应分析日益受到重视

如果矿床勘查忽视代价和成本，将无法被视为科学。同时，如果矿床勘查和开发无视环境效应，不顾生态保护要求，将导致社会公众不支持，矿业也无法持续发展。地质、经济和环境效果的统一是矿产勘查工作的最优化准则。勘查决策受到优劣比率（或成功概率）、收益与成本比率、生态环境影响程度及恢复、环境保护难易程度等基本要素的影响。矿物原料的经济合理利用，包括综合勘查、



综合利用、工业指标的经济论证等，以及正确选择勘探基地、先进而合理的勘探方法和技术手段，以及适当的勘探程度，都是提高勘查效果的关键因素。

由于在确定矿床开采可行性时，经济和环境因素都至关重要，因此在经济发达地区和经济欠发达地区，以及在生态环境脆弱地区和易受环境破坏或污染的地区，矿产勘查的战略任务和布局应有所区别。通常情况下，在经济开发程度较低的地区和生态环境较脆弱的地区，找矿战略应该集中于发现超大型或特别稀缺、市场需求巨大的矿床。

## **六、为提高矿床勘查效果，加强了新技术、新方法的研究和应用，提高了对勘查人才素质的要求**

随着寻找隐伏矿床的比例增加，传统方法逐渐难以有效发现矿床。根据戴瑞（1970）的统计，在加拿大，1950 年以前，85%的矿床是通过传统的探矿方法找到的。而到了 1951-1955 年，这个比例下降到 46%，到了 1961-1965 年期间为 31%，而在 1966-1969 年仅有 9%的矿床是通过传统方法找到的。正因为这样的情况，矿床勘查领域对于新技术和新方法的研究和应用变得日益重要。大量新技术和新方法的使用导致了地质、物化探、遥感等领域的信息量大幅增加。电子计算机的广泛应用不仅显著提升了数据处理能力和效率，还为勘查方法的研究开辟了新途径，如系统分析方法以及地理信息系统（GIS）技术的应用。

许多国家还将进一步研究地质学、地球物理学、地球化学、航天遥感等新技术和新仪器，加大探测深度、精度和可靠性，以及借鉴相邻学科的新成就，将全新的测试设备和直接找矿的仪器与方法作为整个地质学研究领域的重要任务之一。

除了强调矿床普查勘探中新技术和新方法的应用，也需要关注勘查人员素质的提升。一本美国勘探专著指出：“为什么有的公司在勘查中取得很大的成功，而有些同样规模的公司却失败，这不是一个容易回答的问题。但需要强调的是，矿床的发现需要有思想的人，需要那些愿意走更多路程的人，需要愿意执行有风险建议的人，需要那些能够从已勘探矿床中观察出更多问题的人。”在我国，也正实施“精兵加现代化装备的野战军”计划，以满足当今矿产勘查的严峻任务需求。

### 1.3 矿产勘查的理论思路

长期以来,矿产勘查理论研究备受忽视,常以地质成矿理论代替。区域地质构造与成矿理论分析是不可或缺的基础工作,为矿产勘查提供支持。坚实的基础地质工作能实现准确认知地区地质、构造演化、矿床特征及控制因素,促成令人满意的矿产勘查成果。然而,不合理的勘查策略与违背规律的实践可能效益不彰,甚至导致勘查失败。

矿产勘查既涉及地质,亦关涉经济。因此,勘查目标筛选、价值评估、流程设计与优化、市场需求、竞争力评价、投入产出与经济效益分析均至关重要。矿产勘查应顺应经济规律,不仅仅是地质规律。

矿产勘查不仅为地质认知,也涉及地质对象(矿床)的改造过程。与一般地质调查有所区别,特别是在勘查导致矿床采掘时,改造程度更为显著。必须审慎考虑环境效应,如矿产勘查及后续活动对土地、植被破坏,对大气、土壤、水质造成污染。

矿产勘查涵盖有潜力的区域,甚至在“点”上开展。通过多种技术手段与综合学科进行详尽工作,可获取丰富数据,达到三维定量与智能化水平。矿产勘查是复杂系统,是系统工程,逐步获取地质、资源、经济和环境等信息。最佳实践在于以最小代价(如人力、财力及物力的消耗)和最快速度(最少的时间消耗)获取充分必要的有用信息。因此,矿产勘查还需遵循系统与信息科学的规律。

矿产勘查的基本理论根植于制约成功的各种规律。面对日益增加的勘查难度和降低的勘查效率,加强基础理论研究显得尤为重要。奥尔 E.L.(1981)指出:“勘查中花费大量资金的事实表明,尽管我们的许多指导原则可能是正确的,但大部分原则并不是十分有效的。因此,为了进一步缩小找矿范围从而降低发现成本,我们需要更确切的找矿准则。为此,我们比以往更加需要新的概念。”20年后的今天,我们仍然面临缺乏先进有效的矿产勘查新理论和新概念的局面。特别是面向21世纪,我们不仅要加强对传统矿产资源的勘查、开发和保护,而且还要对非传统矿产资源,即对新类型、新领域、新深度、新用途和新工艺的矿产资源进行发现、开发和利用的研究。这就更需要有新的勘查理论的指导。

矿产勘查在不确定条件下做决策,首先,矿床成因和形成条件认识存在不确定性。成矿过程复杂,矿床变化多样,观察抽样、科技限制导致成因多解释,甚

至开采矿床成因争议。其次，地下埋藏多，出露有限，矿体位置产状常靠间接信息或少许观测推断。此外，勘查长期，政治、经济变化、风险勘探等不可预料情况影响。因此，矿产勘查风险大，受法则支配，结果不确定，以概率估计。为提高成功率，需详细综合地质调查，筛选最有利成矿地段勘查；用正确理论方法，合理部署勘查。谢学锦(1999)提出：“矿产有巨大风险与不确定性，需新概念、新技术减少风险。”他从地球化学角度提出新概念，如地球化学模式谱系、块体，巨型矿床成因条件，活动态金属等。他强调矿产勘查需战略性地球气、金属活动态测量、循序提取，以达“迅速掌握全面，逐步缩小靶区”目标。

近十年来，我们系统研究发展地质异常找矿新概念、新理论、新方法(赵鹏大、池顺都，1991)。矿床形成是有用元素在特殊环境下复杂作用结果，富集必须达规模、浓度供人类提取。成矿是稀有事件，各环节需物质或运动差异形成。例如，提供成矿物质来源的“矿源”，含高成矿元素地层、岩体，易析出成矿元素地层、岩体，或带入成矿地段流体等，与不含成矿性质相比，矿源地层、岩体显然“异常”。成矿要素在时间、空间匹配，构成“致矿地质异常”。矿床在与周围差异明显地质环境产出，矿床形成于最大地质异常部位。我们强调“致矿地质异常”和“地质异常找矿”从分析异常评价含矿性，是“求异”理论的找矿法。

在矿产勘查中，广泛使用的勘查地球物理法和地球化学法，旨在发现“物探异常”或“化探异常”。人们感兴趣的是由矿化或矿床引起的异常，称为“矿致物探异常”或“矿致化探异常”。地质异常是“致矿异常”，提供成矿的时间和空间，而矿化或矿床是其“果”。因此，地质异常与成矿因果关系与物化探异常与矿化因果关系相反。

“异常”与“背景”相对。过去矿产勘查忽视地质异常研究，因地质调查成果与物化探成果有别。地质调查成果以界线圈定的地质体和地质图描述为主，物、化探成果则是大量定量数据。物、化探具有“场”概念，数据反映地球物理或化学场。异常是超过阈值部分。要研究地质异常，需数字化和定量化地质观测成果。信息转化需减少损失，增加信息量，减少多解性，特别是识别隐蔽信息。地质异常找矿法也是“数字找矿”或“定量找矿”方法。定性描述说明异常性质，不圈定范围，不能比较强度。研究地质异常深入分析成矿特征，提取成矿信息。

考虑地质异常，非矿致异常也重要，可能反映异常地质体，揭示深部地质异

常，需解释非矿致异常。

矿产勘查在不确定条件下决策，核心是预测，有理论指导。除预测理论外，勘查方法的原理属于理论基础，包括地质、数学、经济、技术等方面。

### 1.3.1 地质基础

矿产勘查工作的主要内容包括查明地质特征和矿床特征。

#### (一) 地质特征

地质特征可分为基本特征和成矿地质条件两部分。

根据我国最新的《固体矿产地质勘查规范总则》的说明，基本特征是地质背景，包括与成矿有关的区域地质及区域地层、构造、岩浆岩、蚀变特征等。对砂矿床还包括第四纪地质及地貌特征。

成矿地质条件是指与成矿有直接关系的诸多因素，不同的矿床其成矿地质条件各异。如沉积矿产应详细划分地层层序、确定含矿层位、岩性组合、物质组成及沉积环境与成矿关系等；与岩浆岩有关的矿床应查明侵入岩的岩类、岩相、岩性、演化特点、与围岩的关系及蚀变特征等；变质矿床应研究变质作用强度、影响因素、相带分布特点及对矿床形成和改造的影响；与构造有密切关系的矿床，则应对控制或破坏矿床的主要构造进行研究，了解控矿构造的空间分布范围、发育程度、先后次序及分布规律等。

#### (二) 矿床特征

矿床特征则可分为矿体特征、矿石物质组成、矿石质量三部分。

矿体特征主要研究和控制矿体总的分布范围，矿体数量、规模、产状、空间位置及形态、相互关系等；根据矿床地质因素和矿石矿物共生组合特征，圈定氧化带的范围；研究围岩、夹石的岩性、产状、形态、矿石有用组分含量等。

矿石物质组成的研究包括：矿物组成及主要矿物含量、结构、构造、共生关系、嵌布粒度及其变化和分布特征；综合分析、全面考虑、合理确定回收利用的主要元素，分别研究氧化矿、原生矿、不同盐类矿物、贫矿、泥状矿等的性质、分布、所占比例及对加工选冶性能的影响等。矿石质量的研究包括：测试矿石的化学成分、有益和有害组分含量，可回收组分含量，赋存状况、变化及分布特征；划分矿石自然类型和工业品级、研究其变化规律和所占比例；研究矿石的蚀变和泥化特征。此外，还要对与主要矿产共生和伴生的其他矿产进行综合研究和综合

评价:对矿床的水文地质、工程地质和环境地质等影响未来开采的各种地质问题进行研究等等。从以上固体矿产地质勘查规范的要求来看,查明矿床地质和矿体地质特征是矿床勘查的首要任务和基本内容,因此,矿产勘查最基本的理论基础是地质基础。其次,地质勘查工作的实践表明,矿产储量的分布是不均衡的。矿产储量是集中于少数大矿床,而众多的小矿床的储量所占比例不大,表明储量的分布具有相对集中的倾向。图 1-2 是金属矿床数量与矿床规模的分布关系,从该图可见,占矿床总数 2%的大、中型矿床占了总储量的 78%,而 86%的矿床(实际只是矿化点)没有工业开发价值,这清楚地表明了勘查大型矿床的重要性。在矿产勘查中应尽全力去发现大型和超大型目标,并且将其作为主要的勘查开发投资对象。再者,矿床的类型繁多,但其中只有少数类型储量较大,具有较为重要的工业价值。如表 1-1 所列,各种金属矿产的储量多数集中于少数矿产类型,开采利用的情况也是如此。这就指示我们,要尽力去发现主要的、重要的矿床工业类型,这样可以大大提高矿产勘查的效果。当然,矿床工业类型也是现有资料的总结,在勘查中不能墨守成规,要注意非传统的、新类型矿床的发现和研究。

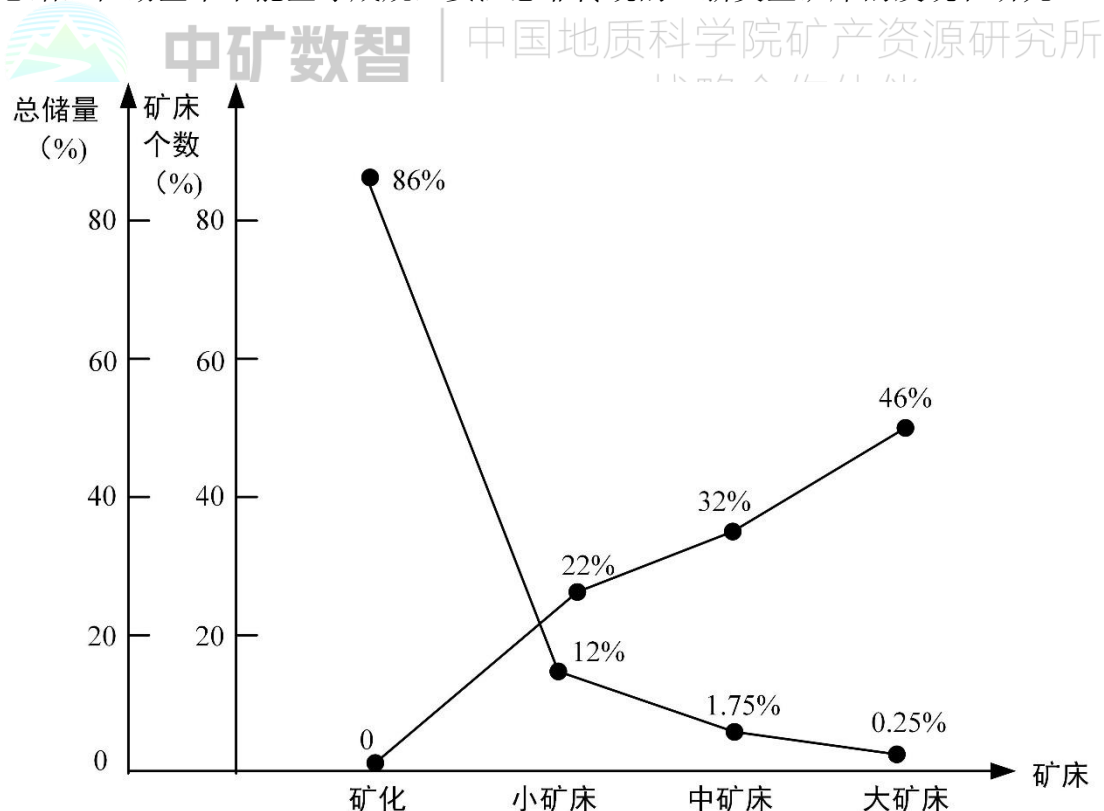


图 1-3 金属矿床数量及规模的分布图 (据卡日丹, 1984)



从上述情况可以看出,为了发现有重要价值的大型和超大型矿床,以及关键的矿床工业类型,必须从分析促使这些矿床形成的地质环境着手。因此,矿床形成和分布的地质条件成为部署矿产勘查工作的基础依据。有利的成矿时代和有利的成矿空间本质上是地球各层圈的演化和相互作用过程中与矿产形成有关的特殊条件,也即“致矿地质异常”在时间和空间上的体现。

表 1-1 某些金属矿产工业类型及其意义

矿产工业类型	品位 (%)	占世界开采量百分比 (%)	占世界储量百分比 (%)
镍矿床			
1.基性和超基性岩中的层状及球状的浸染及致密的镍黄铁矿—黄铜矿—磁黄铁矿矿床	Ni1.3~4.6 (Cu 0.8~2.0)	80	79
2.在超基性岩风化壳中及超基性岩与石灰岩接触带上的层状、脉状及透镜状硅酸镍矿石	Ni 1.3~4.0	20	30
钨矿床			
1.在花岗岩类岩体和碳酸盐岩接触带上的层状和脉状含白钨矿的砂卡岩矿床	WO <sub>2</sub> 0.3~6.0	55	60
2.花岗岩类岩体内、外接触带的石英—黑钨矿脉和脉带	0.4~0.6	25	30
3.黑钨矿和钨锰矿的残积、坡积和冲积砂矿	薄层中量少 0.03 厚层中最少 0.015	20	10
钼矿床			
1.主要在小侵入体中的石英—辉钼矿和石英—辉钼矿—黄铁矿矿石的网状脉	0.1~0.4	98	95
2.在花岗岩类体同石灰岩接触带砂卡岩中的层状及状矿床	0.1~1.0	2	5
锡矿床			
1.砂矿的、残积的、坡积的、冲积的、滨海的锡矿床	0.5~0.8	70	6
2.在沉积岩及火山成因岩石中的锡石-硫化物矿脉脉带、网脉	在脉中 1.0~5.0	20	15
3.在花岗岩类岩体及其接带的锡石—石英矿石或锡矿化云英岩的矿脉、脉带及网面脉	在脉中 1.0~4.0 在脉中 0.3~1.0	10	25
铜矿床			
1.主要是在斑岩侵入体中的细脉浸染矿化(斑岩铜矿)	0.8~2.2	42	40
2.在砂岩、页岩及砾岩中的细脉浸染型钢—硫化物层状矿床	3~5	25	43

3.喷出岩中的含铜黄铁矿透镜体	1.5~5	19	9
4.在各类岩石中的硫化物矿脉及复杂的硫化物矿石带	1~10	6	2
5.在石灰岩及花岗岩类岩体接触带上的砂卡岩中的以黄铜矿为主的管状、脉状、有时为层状矿体	2~8	1.5	1

综上所述，矿产勘查的第一个基本理论植根于矿产勘查的地质基础。这可以表述为：成矿地质特征是矿产勘查中地质研究的主要内容；矿体地质特征是制约矿产勘查难易程度和精度的基础；致矿地质异常是选择矿产勘查目标和确定勘查范围的基本依据。

### 1.3.2 数学基础

矿产勘查是地球探测与地学信息工作的重要组成部分。在勘查过程中，涉及数据的多个方面：数据获取、处理、分析、解释、评价和利用。数据类型多种多样，包括名义型、有序型、比例型、间隔型等，离散型、连续型，定性数据、定量数据、图形数据、图像数据，定和数据、方向数据，纯量、矢量，模糊型、灰色型、随机型、确定型、分维型、混沌型，简单型、混合型、点型、线型、面型、体型，单元型、二元型、多元型等等。因此，数学成为了矿产勘查不可或缺且至关重要的基础。“数字找矿”、“数字勘查”、“数字矿床”、“数字国土”等概念是“数字地球”的构成部分，也是矿产勘查的必然发展方向。除了在形式上处理各类数据时需要借助数学，还有更深层次的原因

(一) 地质体(包括矿体)的数学特征是定量区分、鉴别、预测地质体(含矿体)的重要依据，也是揭示、圈定地质异常及致矿地质异常的前提和“数字找矿”的基础。

各种地质作用、地质过程和地质现象(包括成矿作用、成矿过程和矿化现象)都具有一定的数量规律性。地质体的数学特征就是这种数量规律性的表现。这种数量规律性是进行定量预测、定量评价、圈定地质异常、建立预测模型、进行数字找矿和数学模拟的基础。

地质运动的数量规律性是客观存在的规律，是各种地质事件的本质的反映，其具体表现则为各种地质产物(各种地质体，包括矿体)的数学特征。

下面举例说明这种数量规律的客观性：

## 1. 地质运动的发展在时间和空间上具有明显的周期性

如地质构造活动在时间上的构造岩浆旋回，在空间上分布的等距性等。

表 1-2 是地史上大的构造旋回的进程，从表中可见，构造岩浆旋回期的间隔越来越短，它们以加速度发展为特征，而且各旋回之间具有大致相近似的发展加速系数，另一方面又表现为相对缓慢的演化和明显飞跃的交替。

空间分布上的周期性可以豫西卢氏北部地区为例，该区的铁、铜、锌、硫、钼、铅等矽卡岩型和热液型矿床，严格地受北东向及纬向构造带的控制，纵横展布以等距出现。小侵入体及其有关的矿床沿北东向断裂分布，各带之间相距约 8~9km 或区间。在每个带内自南而北约每隔 6 km 左右出现一个岩体及其有关的矿体。这种空间的等距性也正是空间分布周期性的表现（图 1-4）。

## 2. 矿化具有天然(矿化)密度等级特点

许多资料表明，矿化强度可能具有天然的（客观的）矿化等级。若以平均品位作为矿化强度的度量，则同一类型矿床的平均品位表现具有一些特定的值或区间。如前苏联萨彦岭地区的接触交代型铁矿就是一例。

表 1-2 地球历史中大的构造岩浆旋回进程表

构造岩 浆 旋回序 号 n	构造岩 浆 旋回名称	旋回界线年 代 $\rho(\text{Ma})$	旋回期间隔 $T(\text{Ma})$	发展加速系数 $K_p=T_n/T_{n+1}$	备注 (相当我 国)
10	阿尔卑斯	10			喜马拉雅运 动
9	基米里	105	95	1.21	燕山运动
8	海西	220	115	1.56	
7	加里东	400	180	1.36	
6	卡探格	650	250	1.46	蓟县运动
5	格林威尔	1000	350	1.16	吕梁运动
4	熊湖	1300	400	1.25	
3	白海	1900	500	1.40	
2	罗德西亚	2600	700	1.29	
1	——	3500	900		

（据莱普索，1975）



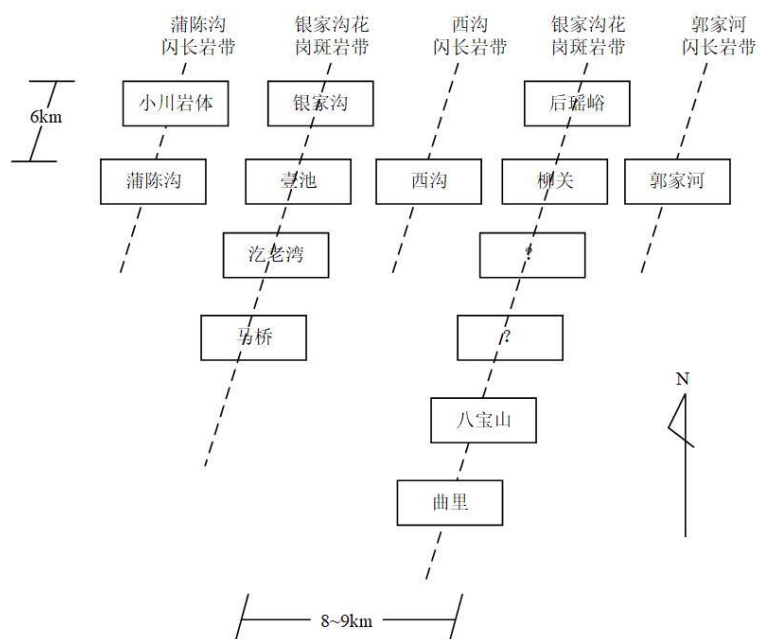


图 1-4 豫西卢氏燕山期岩带、岩体等距分布示意图

从表 1-3 可见，各接触交代矿床具有相同或相近似的统计特征值（平均值、标准差），存在有明显的相同的天然矿化密度等级。如果将各铁矿床铁品位的分布曲线进行仔细对比，可以发现(图 1-5)：

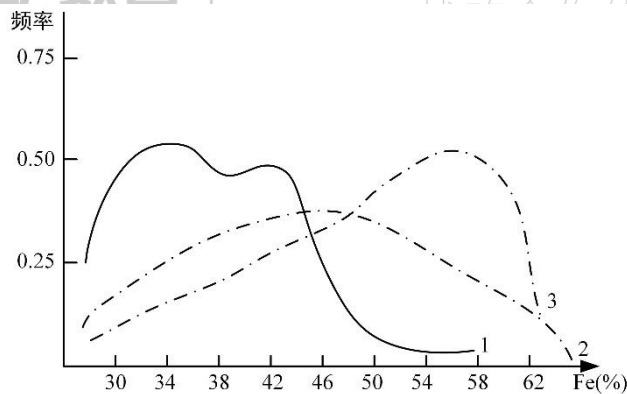


图 1-5 某些矿床铁品味分布函数  
(据沙拉就夫, 1987)

1-奥得拉-巴什矿床；2-帕米尔套矿床；3-塔什塔哥尔矿床

(1)在主要是碳酸盐类岩石被交代的矿床中，铁品位的概率分布曲线具有负不对称特点；

(2)在矿床形成时碳酸盐类岩石不起什么重大作用的矿床中，铁品位的概率分布曲线具有正不对称性；

(3)在除碳酸盐类岩石外，矽卡岩及其他交代岩也起重大作用的矿床中，铁品位的概率分布曲线是对称的。因此，铁品位的概率分布曲线的特征可能用以初步

估计被交代岩石的类型。

赵鹏大院士在研究马鞍山地区铁矿床时,发现不同成因类型的铁矿床其铁品位具有不同的统计分布特征。

表 1-3 某些接触交代型矿床铁品位分布律(赵鹏大)

矿床名称	铁品位分布			被磁铁矿交代的岩石
	1	2	3	
塔什塔哥尔	$\bar{C}=34.50$ $\sigma=4.07$	$\bar{C}=46.98$ $\sigma=2.35$	$\bar{C}=56.64$ $\sigma=3.52$	灰岩、泥灰岩页岩、绿帘石灰交代岩、石榴石砂卡岩
河姆菲加特 尔—别古涅 茨	$\bar{C}=34.50$ $\sigma=4.57$	$\bar{C}=47.7$ $\sigma=2.64$	$\bar{C}=57.80$ $\sigma=3.63$	灰岩、石榴石—绿帘石灰交代岩、绿泥石片岩
帕米尔套	$\bar{C}=34.40$ $\sigma=4.20$	$\bar{C}=46.30$ $\sigma=2.84$	$\bar{C}=56.4$ $\sigma=3.32$	白云岩、蛇纹石化白云岩、灰岩、辉石卡岩、石榴石—辉石砂卡岩
舍列格什	$\bar{C}=33.3$ $\sigma=4.42$	$\bar{C}=48.8$ $\sigma=3.26$	$\bar{C}=62.1$ $\sigma=3.97$	灰岩、石榴石砂卡岩、辉石—石榴石砂卡岩、钠长斑岩及玢岩
阿巴坎	$\bar{C}=34.20$ $\sigma=7.08$	$\bar{C}=46.8$ $\sigma=4.04$	$\bar{C}=56.90$ $\sigma=3.93$	灰岩、方解石—绿泥石交代岩、绿泥石交代岩、绿帘石—绿泥石交代岩、绿泥石片岩、块集凝灰岩
阿达耶夫卡	$\bar{C}=34.14$ $\sigma=4.21$	$\bar{C}=47.16$ $\sigma=3.16$	$\bar{C}=59.24$ $\sigma=3.97$	灰岩、绿帘石-绿石泥交代岩、方解石—绿泥石交代岩、中性凝灰岩、层凝灰岩
奥德拉—巴什	$\bar{C}=31.7$ $\sigma=2.87$	$\bar{C}=12.50$ $\sigma=4.37$	—	中性玢岩和凝灰岩、闪石闪长岩,有时有石榴石砂卡岩

图 1-6 是马鞍山铁矿田中 4 个铁矿床的 TFe 品位分布曲线。经过对其进行对比研究和野外实际观察,发现这 4 个矿床 TFe 分布曲线与其成因特点有密切关系。其中 A 矿床是近于正态分布的单峰曲线,它代表了闪长玢岩体内矿化作用比较单一的早期浸染状贫矿化阶段,该矿化阶段的平均品位与曲线的峰值吻合,为 23.5%。B 矿床和 C 矿床都是双峰负不对称曲线,它们都反映至少有两期矿化在空间上的叠加。野外观测表明,B、C 矿床中都有两个比较明显的重要铁矿化阶段,一个是与 A 矿床相当的浸染状贫铁矿化的早期矿化阶段,另一个是磷灰石-阳起石-磁铁矿建造的晚期脉状富铁矿化阶段,表现为 B、C 矿床分布曲线中

的较高峰值，矿化平均品位约为 56% 左右，对应于 B、C 矿床分布曲线中的较低峰值，平均品位已从 23% 左右提高到 36%。B、C 两矿床相比，B 矿床中早期贫矿化阶段所占比例比 C 矿床要多。D 矿床之所以出现三峰正不对称分布，是因为 D 矿床虽然也存在着两个矿化阶段产物的叠加，但仍以早期的产物为主，晚期阶段的产物较弱且对早期阶段的改造不充分，因此具有与 A 矿床相对应的位于 24% 平均品位值的高峰值，以及与 B、C 矿床相对应的平均品位为 36% 和 56% 的两个较低峰值。

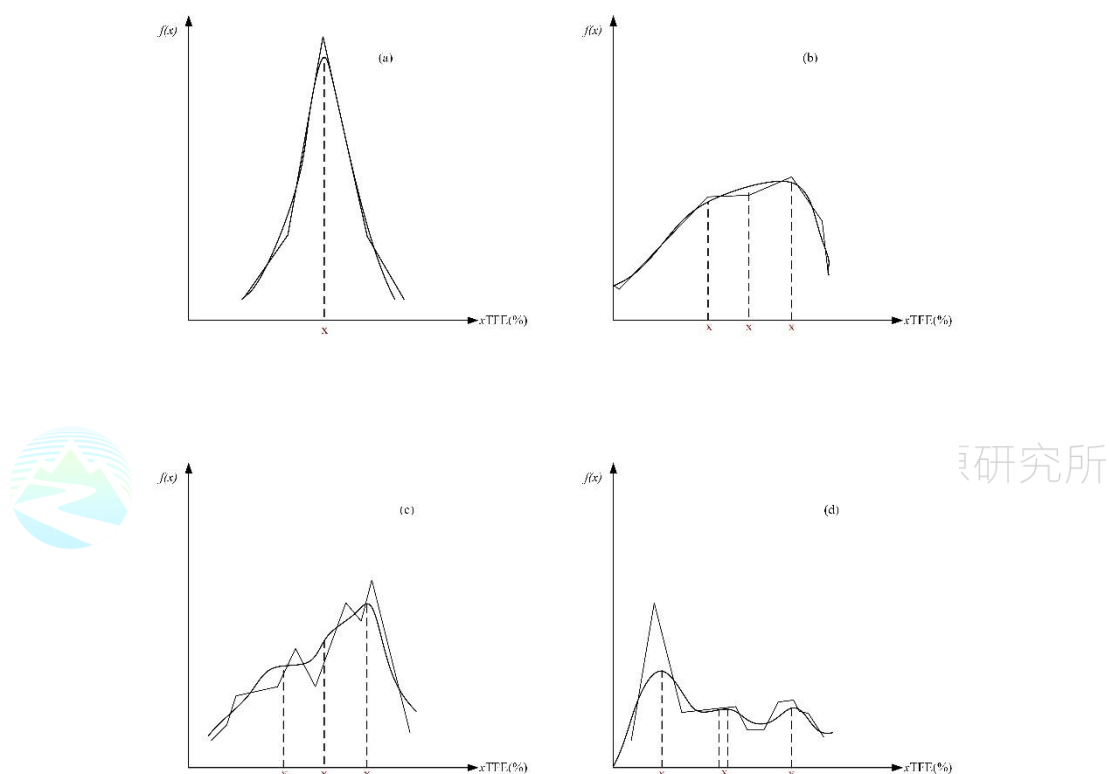


图 1-6 某矿田 4 各铁矿床的铁品位 (x) 分布曲线图

A 矿床为配置的理论曲线，其余曲线均为以此平差曲线

(a): A 矿床—接近正态分布  $\bar{x}_A = 23.5$   $s^2_A = 34$   $C_A = 28$ ; (b): B 矿床—双峰弱负不对称分布  $\bar{x}_B = 43.3$   $s^2_B = 137.9$   $C_B = 27.1$   $\bar{x}_{B_1} = 36$   $\bar{x}_{B_2} = 52$ ; (c): C 矿床—双峰负不对称分布 元  $\bar{x}_C = 46.9$   $s^2_C = 133.4$   $C_C = 33$   $\bar{x}_{C_1} = 36$   $\bar{x}_{C_2} = 56$ ; (d): D 矿床—三峰正不对称分布  $\bar{x}_D = 37.1$   $s^2_D = 153.8$   $C_D = 33.4$   $\bar{x}_{D_1} = 24$   $\bar{x}_{D_2} = 36$   $\bar{x}_{D_3} = 56$

在上述例子中，A 矿床具有简单分布的特点，B、C、D 矿床具有混合分布的特点。这种混合分布被称为多峰型混合分布，可以看出，多峰型混合分布都是由两次以上特点不同的成矿作用随时间推移先后发生且在空间上不充分的混合所造成。

有时，以单峰形式出现的对数正态分布也可能是一种混合分布，如某地枕状玄武岩流样品中 Ni 含量低于  $80 \times 10^{-6}$  的部分呈对数正态分布，经详细岩石学研究表明，其中一部分样品为蚀变和硅化的玄武岩，而另一部分为未蚀变的玄武岩，前者构成 Ni 含量更低的总体。

## (二) 概率法则对地质现象、地质规律、勘查工作的主要制约作用

1. 地质规律只能以一定的概率指示成矿，地质异常也只有在各种成矿因素异常在时空上有效地匹配或耦合时才能有较高控制成矿的概率

地质规律大多具有统计规律性，就是说，它们服从一定的分布规律，在地质条件有利地区进行的找矿工作也必然受概率法则支配而具有一定的风险。根据国外一些统计资料，可以看到找矿失败或成功概率的一般状况：

—据国际原子能机构统计(1973)

对美国 10 万个异常进行检查，从中获得 4000 个远景地(矿点)，其中 700 个可列入矿床，因此，异常:矿床=143:1，找矿成功概率 $\approx 0.7\%$ 。

—据 Koulomzine 及 Dagenais(1959)，Roscoe(1971)

加拿大公司经营的 4865 个矿床中，148 个(约 3%)是盈利的。加拿大勘探工作发现矿床的比率 1951 年为 1%，1969 年下降为 0.1%。

—据 Perry(1968)

在美国西南部的 5 个勘探队检查了 352 个矿点，对 47 个进行了物探，23 个进行了钻探，只判断其中的两个有可能开拓，成功比为 176:1，即约 0.6%。

—据 Bailly(1967)

美国主要勘探公司(Bear Creek 公司)1963-1966 年间对 1649 个可能靶区进行了认真的考虑，对其中 60 个进行了钻探，发现了 15 个新的矿化区，其中 8 个有某些潜在储量，而 5 个为显著“矿床”。成功比为 330:1，约 0.3%。

—据 Griffis(1971)

加拿大 Cominco 公司在 40 年间勘探了 1000 个以上的矿点，对 78 个进行了

详细勘探，最后 18 个投入生产，但仅仅 7 个是可盈利的，成功比为 0.7%。

以上是对矿点或异常进行勘探的成功比。若不是从矿点或异常出发，而是从一个区域出发进行找矿，成功的概率又如何？以印度为例：从 1967 年开始的 8000km<sup>2</sup> 范围内的一项勘查计划，经过 10 个月的航空电法、磁法和放射性测量，选择出 1100 个异常进行地面地质普查。至 1972 年夏对 700 个异常进行了钻探，其中 6 个被认为是希望的矿点，如果其中 1 个真正成为有价值的矿床，则原始风险为 1100:1。一般说来，面积性地质调查的成功比如下：区域评价为 1000:1，远景区普查为 500:1，详查为 100:1。

显然，找矿成功比还是时间的函数。

## 2. 勘查工作只能以一定的概率去发现一定规模的矿床

发现大型和超大型矿床的概率是很低的，而发现“富、近、浅、易”的大型矿床其概率就可能更低。设在一个地区找矿，其可能找到矿床的概率和可能找到不同价值矿床的概率如图 1-6 所示。影响矿床价值的主要因素这里主要考虑了规模、品位和埋深。这些因素的变化造成目标的现值和找矿的期望价值差异幅度很大。由图 1-6 可见，影响找矿决策的关键因素是：①成本；②优劣比（找矿概率）；③回报（期望价值）。例如，如果找矿优劣比为 1:100，则对于 10 万元的勘探费用，寻找的目标应该至少具有现值 1000 万元的期望价值才可进行，否则将造成亏损。另一方面，发现大型超大型矿的回报是很大的，尽管为了发现这类矿床的投入可能很大，但一旦发现，其价值是巨大的，勘探费用与之相比将是微不足道的。这一实例说明对一个地区进行评价、决策普查勘探工作部署时概率法则具有明显的支配作用。

## 3. 地质观测结果的误差及其随机性

从获取原始资料的最基本方法来说，地质观测是在一定间距的点或线上进行的，通过点与线上资料的内插和外推，或通过确定某种平均特征来表示地质体的空间展布或代表地质体的某种属性。换句话说，地质工作的基本方法是通过抽样观测来推断总体，即使是利用航天或卫星遥感技术对地面进行面状的观测，但对于深部的情况来说，它仍然是一个局部。显然，任何观测结果都不可避免地存在有“代表性误差”。因此，如何正确与合理地分析误差、评价误差，解释误差和

处理误差是很重要的事。例如，对于代表性误差，我们需要区分“个体代表性”“分级代表性”及“整体代表性”或“总体代表性”，因为很多地质数据都服从于一定的分布规律，不同数值(区间)出现的频数或频率是一定的，如果取样数量足够大，则各样品数值出现的观测频率应该与研究对象“真实的或理论的”分布频率相一致或相近似。这时，样品的分级代表性即可得到满足。相反，若样品数量不足，则有可能出现各级数值(区间)样品“比例失调”或与理论分布不一致的情况，这时即不满足分级代表性。应该指出，研究分级代表性对于确定地质数据中的“奇异值”(特高或特低值)具有重要意义：在分级中本应存在的高值样品，则不应该被视为“奇异值”而简单加以处理，只是由于样品数量不足尚未达到充分正确反映理论分布模型而已。在这种情况下，需要增加样品数量，使其满足分级代表性，这样计算出的样品平均数及其他统计量才可能是正确的，也即满足了总体代表性。在所研究的地质体变异程度很高时，样品的个体代表性往往很难达到，在样品数量足够大时可能获得分级代表性，从而实现总体代表性。

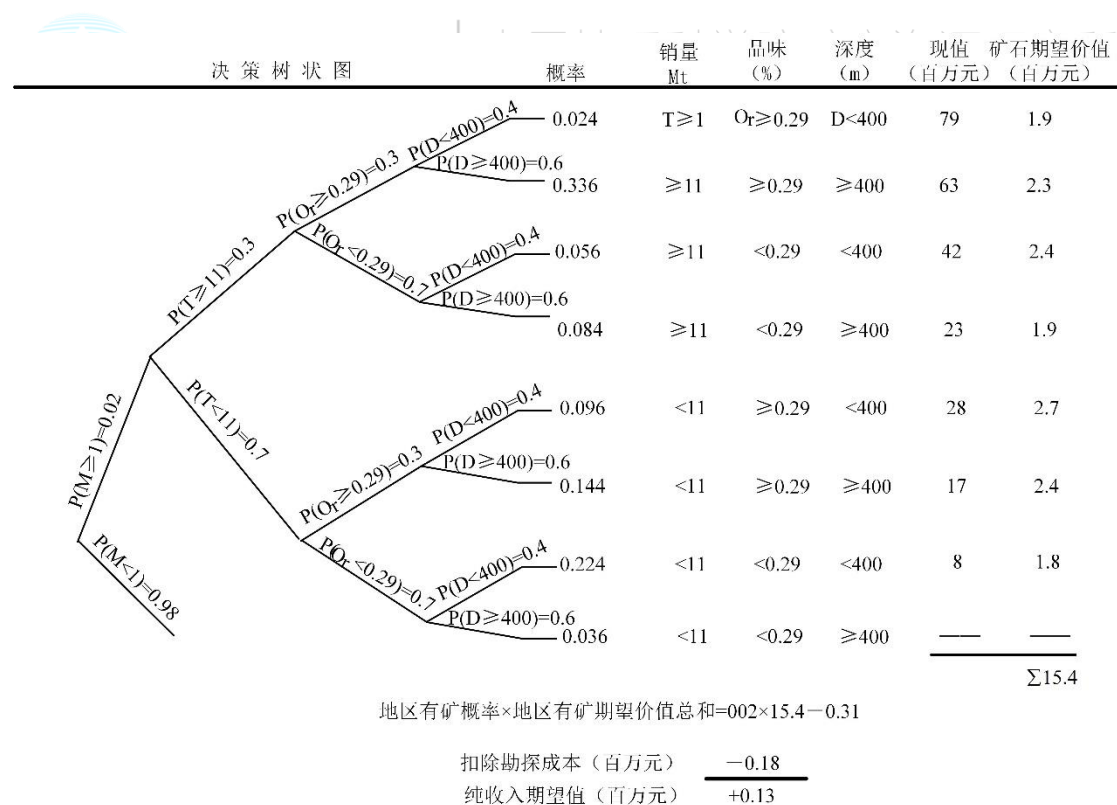


图 1-7 决策枝状图

M 为矿床个数

从以上所述已可以看出数学基础对于矿产勘查的重要性,更不要说为了进行定量矿床勘查就必需建立和应用各种数学模型作为基本工具了,如进行矿产资源定量预测及评价就需要根据目的任务和可利用的数据特点选择恰当的数学模型。在矿产勘查和资源评价逐步实现数字化、定量化、信息化、网络化、智能化和可视化的情况下,数学已不仅仅是工具和手段,而且它是认识鉴别地质体、分析和处理勘查数据、选择和优化勘查方法、获取和评价勘查结果的重要理论基础。



**中矿数智**  
— DIGI MINE —

中国地质科学院矿产资源研究所  
战略合作伙伴



## 第二节 矿产勘查信息化的需求

### 2.1 数据管理需求

在矿产勘查信息化过程中，数据管理起着重要的角色。数据采集是矿产勘查的基础，它涉及到对地质勘查、物化性质测试、测量数据等的收集。为了确保数据的准确性和一致性，需要建立明确的采集标准和流程。这包括确定数据采集的目的、方法和频率，以及确保采集工作符合国家和行业的标准。例如，可以制定采集表单或使用专门的数据采集工具来规范数据的采集过程。此外，还应考虑数据采集过程中可能出现的错误和不确定性，并采取相应的措施进行校验和修正。

数据存储是数据管理的关键环节，需要建立可靠的数据存储系统来保证数据的安全性、可访问性和持久性。这包括选择适当的数据库管理系统和文件管理系统，以存储不同类型和格式的数据。对于大规模的地质数据，可以考虑使用分布式数据库或云存储来处理 and 存储。此外，还应制定数据备份和恢复策略，以应对数据丢失或损坏的风险。

数据整合与清洗是确保数据一致性和完整性的重要步骤。由于矿产勘查涉及多个数据源和多个部门的数据，因此需要整合来自不同来源的数据，并进行清洗、校验和去重。这涉及到数据的格式转换、统一命名和数据关联，以确保不同数据集之间的一致性。此外，还应制定数据质量控制标准和流程，进行数据质量评估，修复错误和处理缺失数据，从而提高数据的可信度和可用性。

在数据管理中，数据质量控制是一个持续的过程。这包括建立数据质量评估指标和方法，对数据进行定期的质量检查和监控，以及记录和处理数据质量问题。例如，可以制定数据质量标准，包括数据准确性、一致性、完整性和时效性等方面的要求。通过数据质量控制，可以提高数据的可靠性和可用性，并为后续的数据分析和决策提供可靠的基础。

### 2.2 数据分析与挖掘需求

数据分析与挖掘是利用各种方法和技术对采集到的地质数据进行深入分析和挖掘的过程。首先，地质数据分析涉及使用统计分析、模式识别和机器学习等方法，对地质数据进行处理和解释。通过对数据的统计描述、趋势分析和相关性分析，可以识别地质特征和异常情况。例如，统计分析可以用于计算地质属性的



平均值、方差和分布情况，帮助理解地质数据的整体特征。模式识别和机器学习技术可以应用于地质数据的分类、聚类和预测，识别出地质特征的模式和趋势。

其次，多源数据融合是数据分析与挖掘的重要环节。矿产勘查过程中涉及多种数据源，包括地质、地球物理、遥感等不同类型的数据。数据分析与挖掘需要将来自不同数据源的数据进行融合，提取有效信息。通过数据融合，可以综合利用不同数据源的优势，识别潜在的矿产资源追踪和预测指标。例如，将地质数据与地球物理勘查数据相结合，可以揭示地下构造和矿体分布的关联性。同时，结合遥感数据可以提供更全面的地表覆盖信息和环境背景，为资源评价提供更全面的依据。

最后，建立数学模型和预测模型是数据分析与挖掘的重要目标。基于数据分析结果，可以建立数学模型和预测模型，用于预测矿产资源的分布、品位和储量，并进行资源评估和优化决策支持。这些模型可以基于统计学、机器学习、人工智能等方法构建，并利用历史数据和现有知识进行训练和验证。通过模型的应用，可以预测矿体的规模、品位和开采潜力，为矿产资源开发提供科学依据和指导。

综上所述，数据分析与挖掘在矿产勘查信息化中发挥着重要作用。通过使用统计分析、模式识别、数据融合和建模技术，可以揭示地质特征和规律，预测矿产资源分布和品位，并为资源评价和决策提供可靠支持。这样的分析和挖掘过程可以帮助矿产勘查人员更好地理解地质信息，提高勘查效率和精度，并为后续的矿产开发提供科学依据。

## 2.3 可视化与报告需求

可视化是将复杂的地质数据和分析结果转化为图表、地图、3D 模型等形式，以使用户更好地理解地质信息和矿产资源分布。通过可视化手段，矿产勘查人员能够直观地呈现地质特征、趋势和规律。例如，通过绘制地质剖面图、等值线图或热力图，可以展示地质属性的分布情况和空间变化趋势。地质地图和三维模型可以用于显示矿体的几何形态和立体空间关系。通过交互式可视化工具，用户可以自由探索地质数据，以便更好地理解地质信息。

报告生成是将分析结果整理成专业报告的过程，向用户提供详尽的分析结果、结论和建议。根据用户需求，报告应包含清晰的结构、逻辑和语言。报告中应呈现的内容包括矿产资源评估、储量估算、开采可行性分析等方面的结果。同时，

还应提供相应的数据支持、分析方法和假设条件等背景信息，以确保报告的完整性和可信度。此外，报告还应具备可读性和可理解性，以满足不同用户群体的需求。为了提高报告的质量和效率，可以利用报告模板和自动化报告生成工具，以确保一致性和标准化。

用户交互与共享是可视化与报告需求的重要方面。用户应具备灵活的界面和交互功能，以便根据自己的需求和兴趣进行数据的可视化和报告的定制。用户可以选择感兴趣的地质属性、区域范围和展示方式，以获得个性化的可视化和报告结果。此外，还应支持报告的共享和协作，以便不同团队和利益相关者之间可以共享分析结果，并进行交流和决策。通过在线平台、云服务或移动应用，可以实现报告的实时共享和远程访问。

可视化与报告需求在矿产勘查信息化中起着重要的作用。通过使用可视化工具和自动生成报告的方式，可以以直观和易于理解的方式展示地质数据和分析结果，提供专业的报告，满足用户的需求。用户交互和共享功能可以增加用户的参与度和决策效率，促进团队之间的合作和沟通。这样的需求可以帮助矿产勘查人员更好地理解和应用分析结果，为矿产资源评价和决策提供有效支持。

### 第三节 智能矿产勘查评价工作流程

智能矿产勘查评价是指在矿产勘查评价中引入人工智能和机器学习技术，以提高勘探效率、缩小勘探范围、降低勘探成本、更加精准的圈定成矿远景区、以及发现一些被传统理论或方法忽视的找矿信息等。

从矿产勘查的主要任务来看，智能矿产勘查评价需要从小比例尺到大比例尺，逐步逼近、细化工作，从区域地质调查划分区带远景区，到矿产专项调查圈定最小预测区，最后完成矿区绿色勘查明确靶区及矿床（图 1-8）。

不同尺度的勘查工作有着不同的工作方法和不同的目标任务，因此需要针对不同的目标任务展开对应的工作。



图 1-8 智能矿产勘查评价工作框架流程图

### 3.1 区域地质调查

#### 1. 概念

区域地质调查（简称区调、地质填图、填图）是地质工作中具有战略意义的综合性基础地质工作，是一切地质工作的先行，同时又是一项由国家有计划部署和实施的服务于国民经济建设各个领域的基础性、公益性、战略性的基础地质工作。

#### 2. 目的

地质填图是区域地质调查工作最基本的核心和内容。扩大和更新地质图，提高和改善区域填图覆盖水平，为资源评价、开发和环境保护提供地质资料，促使地质填图协调发展。充分发挥区域地质调查工作在国土综合理用和整治及生态系统管理过程中的作用，更加面向社会需求，服务领域扩大。侧重于长远的、战略性和基础性的地质调查研究及探索性研究，使战略研究与区域地质调查工作更紧密结合起来，加强地质填图和基础数据库的工作。

以国民经济和社会发展为先导，在综合考虑推动国家重大地学理论创新和改进地质调查技术方法需要的基础上，围绕国家发展需求和国际地学发展趋向，注意工作部署规划的超前性。根据急需程度，优先部署在重点地区，着重解决区内主要的基础地质问题，查明矿产、能源形成的区域地质背景和地质条件，服务于国家资源保障、环境保护、地球科学发展和经济社会发展的需要。

强调区域地质调查与专题研究相结合、地表地质与深部地质相结合。在学科交叉渗透的基础上，发挥区域地质调查的优势，针对调查区地质构造、地质地貌特点等采用相应的调查方法，使其所形成的成果，为深入开展地球科学研究、环

境地质调查、矿产地质调查、重大工程建设等提供基础地质背景资料。进而研究解决所面临的重大基础地质问题，建立完整的区域地质调查研究体系。

### 3. 任务

部署在成矿远景区带的图幅，主要任务是从基础地质调查入手，研究区域成矿条件和成矿规律，着重解决与成矿关系密切的地质问题，指出进一步找矿方向和成矿有利地段；部署在中心城市及其周围地区的图幅，主要任务是从基础地质调查入手，提高城市地区的基础地质调查研究程度，同时对城市地区的矿产资源、地质旅游资源及环境地质调查等提供地质背景资料，着重调查与城市建设和经济发展关系密切的基础地质问题，为城市规划建设、环境保护及其治理、矿产资源与地质旅游资源的合理开发利用，提供决策性的地质背景资料；部署在国家重点项目和重点经济建设区的图幅，主要任务除必要的区域地质工作和可能的矿产地质工作以外，侧重区域地壳稳定性及灾害地质、环境地质等方面的地质背景资料总结。

在全面系统的基础地质调查研究基础上，通过填制地质图等相关专题图件，着重查清区域成矿（能源）地质背景，为国家科学合理规划和部署矿产（能源）勘查工作提供依据；同时为环境地质、灾害地质、工程地质、水文地质、农业地质、城市地质和旅游地质等专项调查，为国土资源规划、管理、保护和合理利用，为地球科学研究和教学等提供基础地质资料，并为社会公众提供公益性的地质信息。

### 4. 方法技术

（1）地质调查：通过野外观察和记录，获取区域内的地质信息。这包括对区域内的地层、岩石、构造、矿产等各种地质体和地质现象进行系统的观察和研究，阐明它们的基本特征及相互关系和地质发展史。

（2）地球物理调查：通过测量地球物理场（如重力场、磁场、电场等），推断区域内的地下地质结构。这些物理场可以反映区域内岩石的分布情况和构造特征。

（3）地球化学调查：通过分析岩石、土壤、水等样品中的化学成分，推断区域内的地质情况。这些化学成分可以反映区域内岩石的成分和形成环境，为我们提供重要的地质信息，在区域地质调查中一般以 1:20 万的水系沉积物或者土



壤地球化学为主要手段。

(4) 遥感技术：通过卫星或航空器获取的遥感影像，提取区域内的地质信息。遥感影像可以反映区域内地表特征。

## 3.2 矿产专项调查

### 1. 概念

矿产专项调查是指对某一地区内矿产资源进行系统、全面、详细的调查研究，以探明该地区内矿产资源的分布、数量、品质和开采条件，为矿产资源的开发利用提供科学依据。矿产专项调查需要采用多种方法技术，包括地质勘查、地球物理勘查、地球化学勘查、钻探勘探和遥感技术等，以获得更全面、更准确的矿产资源信息。

### 2. 目的

矿产专项调查的目的是为了了解区域内的成矿地质条件和矿产资源特征，分析控矿因素、揭示成矿规律、评价资源潜力，实现重大找矿突破或新发现，预测分析矿产资源勘查开发利用的技术经济可行性和环境影响状况，为后续矿产勘查工作提供依据，服务国家能源资源安全保障、经济社会发展和生态文明建设。

矿产专项调查的意义在于它能够为国家能源资源安全保障、经济社会发展和生态文明建设提供重要的支撑。通过对区域内成矿地质条件和矿产资源特征的调查研究，分析控矿因素、揭示成矿规律、评价资源潜力，可以为后续矿产勘查工作提供依据，促进矿产资源的合理开发利用。此外，矿产专项调查还能够帮助政府部门更好地制定矿产资源规划、管理、保护与合理利用政策，为国家经济社会发展做出贡献。

### 3. 任务

矿产专项调查的任务是通过区域内成矿地质条件和矿产资源特征的调查研究，分析控矿因素、揭示成矿规律、评价资源潜力，实现重大找矿突破或新发现，预测分析矿产资源勘查开发利用的技术经济可行性和环境影响状况，为后续矿产勘查工作提供依据，服务国家能源资源安全保障、经济社会发展和生态文明建设。

### 4. 方法技术

#### (1) 地质勘查：

地质填图：通过野外实地考察，绘制地质图，确定地层、岩性、构造等地质要素。

剖面测量：通过剖面测量，确定地层厚度、倾角和产状等信息。

岩石矿物鉴定：通过对岩石和矿物样品的鉴定，确定岩石类型和矿物组成。

地质钻探：通过钻探获取岩心，确定地下岩层和矿床的分布情况。

在矿产专项调查中，地质勘查的重点更多放在与矿产资源相关的地质要素上，例如与成矿有关的岩性、构造、蚀变等。此外，矿产专项调查通常会采用更高密度的采样和更深入的钻探等方法，以获得更详细的信息。

## （2）地球物理：

重力勘查：通过测量地球重力场的变化，推断地下岩石密度的分布情况。

磁力勘查：通过测量地球磁场的变化，推断地下岩石磁性的分布情况。

电法勘查：通过测量地下岩石的电阻率或电位差，推断地下岩石电性的分布情况。

地震勘查：通过人工产生的地震波在地下的传播和反射情况，推断地下岩层和构造的分布情况。

在矿产专项调查中，地球物理勘查的重点更多放在与矿产资源相关的地球物理要素上，例如与成矿有关的岩性、构造、蚀变等。此外，矿产专项调查通常会采用更高密度的采样和更深入的探测等方法，以获得更详细的信息。

## （3）地球化学：

土壤化探：通过对土壤样品中化学元素含量的测定，推断地下矿产资源的分布情况。

水化探：通过对水样中化学元素含量的测定，推断地下矿产资源的分布情况。

植被化探：通过对植被样品中化学元素含量的测定，推断地下矿产资源的分布情况。

气体化探：通过对大气中气体成分的测定，推断地下矿产资源的分布情况。

在矿产专项调查中，地球化学勘查的重点更多放在与矿产资源相关的地球化学要素上，例如与成矿有关的岩性、构造、蚀变等。此外，矿产专项调查通常会采用更高密度的采样和更深入的探测等方法，以获得更详细的信息。

## （4）遥感技术：

光学遥感：通过卫星或航空器上的光学传感器获取地表的可见光、红外和紫外等波段的信息，推断地表岩性、植被和水文等信息。

雷达遥感：通过卫星或航空器上的雷达传感器获取地表的微波反射信息，推断地表地形、水文和植被等信息。

热红外遥感：通过卫星或航空器上的热红外传感器获取地表的热辐射信息，推断地表温度、水分和植被等信息。

在矿产专项调查中，遥感技术的重点更多放在与矿产资源相关的遥感要素上，例如与成矿有关的岩性、构造、蚀变等。此外，矿产专项调查通常会采用更高分辨率和更深入的探测等方法，以获得更详细的信息。

总体而言，与区域地质调查相比，矿产专项调查更侧重于研究区域成矿条件和成矿规律，着重解决与成矿关系密切的地质问题，指出进一步找矿方向和成矿有利地段。它是在区域地质调查的基础上，针对特定的矿产资源进行的更深入、更细致的调查研究。

### 3.3 矿区勘探

#### 1. 概念

矿区勘探是指在具体到矿床的尺度上，利用地质勘查、地球化学勘查、地球物理勘查、遥感勘查等方法技术，对矿区内的地质构造、岩石类型、矿化蚀变等进行详细的调查和分析，以确定矿床或靶区的赋存条件和规模，圈定靶区位置，预测资源量，为资源开发利用提供技术依据，为资源保护监督提供数据支撑。

#### 2. 目的

矿区勘查的目的是全面而详细地研究矿床（区）地层、岩石、构造特征；查明矿体分布形态、规模、产状、矿石质量、矿石类型及其空间分布；了解矿体与围岩的关系及围岩蚀变等。为探矿工程布置、储量计算提供矿区基础地质资料。

#### 3. 任务

矿区勘查的任务是在矿区内进行勘查，以便找到新的矿产资源。根据国务院办公厅关于转发国土资源部等部门找矿突破战略行动纲要（2011—2020 年）的通知，优选有望形成大型—特大型后备资源基地的矿区，统筹调动企业、地勘单位的资金与技术力量，加大勘查投入、加快勘查进度，实施整装勘查，尽快实现找矿重大突破，增加重要矿产资源储量，形成大型矿产资源基地，建立重要矿产资

源储备体系。

#### 4. 方法技术

##### (1) 地质勘查

矿区勘查的地质勘查主要是在野外进行的，主要是对矿区内的地质构造、岩石类型、矿化蚀变等进行填图、描述和分析，以确定矿床或靶区的赋存条件和规模。与区域地质调查相比，矿区勘查的地质勘查更加详细和精细，采用更大的比例尺（一般为 1: 10000 或更大），更高的测量精度（一般为 1 米或更小），更密的测量网格（一般为 10 米或更小），更全面的野外观察（一般包括所有露头、探槽、探井等），更多的岩石样品（一般每个网格至少采集一个样品），以及更深入的岩相鉴定、矿物分析、品位测定等。

##### (2) 地球物理勘查

矿区勘查的地球物理勘查主要是利用地下岩石、矿体等与地表介质之间的物理性质差异，通过各种仪器设备进行测量，以反映地下的地质情况。与区域地质调查相比，矿区勘查的地球物理勘查更加广泛和精确，采用更多的物探方法（一般包括重力法、磁法、电法、电磁法、地震法、放射性法等），更高的测量精度（一般为 0.01% 或更高），更密的测量网格（一般为 10 米或更小），以及更复杂的数据处理（一般包括异常提取、反演计算、综合解释等）。

##### (3) 地球化学勘查：

矿区勘查的地球化学勘查主要是利用地下岩石、矿体等与地表介质之间的化学性质差异，通过采集土壤、水样、植物等进行化学分析，以反映地下的地质情况。与区域地质调查相比，矿区勘查的地球化学勘查更加密集和灵敏，采用更小的采样间距（一般为 10 米或更小），更高的分析精度（一般为 ppb 级或更高），更多的元素种类（一般包括主量元素、微量元素和稀土元素等），以及更复杂的数据处理（一般包括异常提取、因子分析、聚类分析等）。

(4) 遥感勘查：矿区勘查的遥感勘查主要是利用近地表高光谱仪器，如 ASD FieldSpec 4 便携式地物光谱仪，对矿区内的露头、探槽、探井等进行光谱测量，以获取岩石和矿物的光谱特征，通过光谱分析和识别技术，确定集区内的岩性类型、矿化蚀变等，以反映地下的地质情况。与区域地质调查相比，矿区勘查的遥感勘查更加精细和灵敏，采用更高的光谱分辨率（一般为 1nm 或更小），更高的



光谱精度（一般为 0.1%或更高），更多的光谱范围（一般包括可见光、近红外、短波红外等），以及更复杂的数据处理（一般包括光谱匹配、光谱分类、光谱定量等）。



调查类型	调查尺度	调查方法技术	调查目的意义
区域地质调查	一般为 1:200000 或更小比例尺的区域范围，涵盖多个矿集区或矿区	主要采用遥感解译、区域地质填图、区域物化探等方法，以获取区域内的地质构造、岩石类型、成矿规律等信息	确定区域内的主要地质特征和成矿背景，为找矿提供指导和依据，为资源规划和管理提供基础数据
矿产专	一般为 1:50000 或更大比例尺的局部范围，涵盖某一类或	主要采用详细地质测量、高密度物探、高密度化探、高密度钻探等方法，以获取该类矿产	反映该类矿产资源的总量水平、质量结构、空间分布、开发利用效益、保障

项 调 查	某几类重要矿产资源的 具体矿床或矿 区	资源的赋存条件和规模等信息	能力等，为制定国家资源 战略规划和政策提供依 据，为守住国家资源安全 底线提供支撑
矿 区 勘 查	一般为 1:10000 或更 大比例尺的局部范 围，涵盖具体的矿 床或靶区	主要采用详细地质测量、高密 度物探、高密度化探、高密度 钻探等方法，以获取矿区内的 地质构造、岩石类型、矿化蚀 变等信息，以及地下岩石、矿 体等的物理性质差异、化学性 质差异和岩石样品等信息	确定具体矿床或靶区的赋 存条件和规模，为资源开 发利用提供技术依据，为 资源保护监督提供数据支 撑

### 3.4 探矿者在矿产勘查评价中的应用流程

#### 1. 区域地质调查（MRAS 模块）：

a. 收集和整理地质数据：收集地质调查报告、地质地图、岩心记录、钻孔数据、地球物理数据等。这些数据来源可以是现场野外工作、文献研究、地质调查机构等。

b. 数据整合：将收集到的数据整合到 MRAS 模块中。这包括导入地质图像、数据文件，设定坐标系、比例尺、颜色编码等。确保数据的准确性和一致性。

c. 地质解释和分析：利用 MRAS 模块提供的工具和功能，进行地质解释和分析。可以绘制构造线、等值线图、填图、地层剖面图等。分析地质特征、岩性变化、构造变形等。

d. 矿产资源预测和评估：运用统计方法和数学模型，结合 MRAS 模块提供的功能，进行矿产资源的预测和定量评估。这可能涉及到根据已知样点数据进行空间插值、建立预测模型、估算资源量等。

#### 2. 矿产专项调查（MRAS 模块&三维模块）：

a. 数据选择和准备：从小比例尺区域选择感兴趣的特定区域，进一步收集该区域更详细的地质数据。这可以包括高分辨率地质图、地球物理勘探数据、岩石化学分析数据、钻孔数据等。

b. 数据导入三维模块：将选定区域的数据导入三维模块中。在导入过程中，确保数据的准确性和一致性，进行坐标系匹配和数据格式转换等操作。

c. 地质建模：在三维模块中进行更精细的地质建模。这可能涉及到创建地层模型、构造模型、岩性模型等。利用软件的绘图和建模工具，结合 MRAS 模块

的结果，创建更准确的地质模型。

d. 地质解释和分析：利用三维模块提供的功能，进行更深入的地质解释和分析。这可以包括创建三维地质剖面图、进行结构解剖学分析、量化构造特征、岩性变化等。通过可视化和交互式工具，更好地理解 and 解释地质信息。

e. 矿产资源评估：利用三维模块提供的功能，进行矿产资源的评估和分析。这可能涉及到体积计算、矿体分析、资源评估等。通过对矿体属性、矿化体几何形态等进行定量分析，更准确地评估矿床的潜力和价值。

### 3. 矿区勘探（三维模块）：

a. 选择矿床尺度的具体区域，进一步细化数据和模型。这可以包括更详细的钻孔数据、地球物理勘探数据、采矿工程数据等。

b. 在三维模块中进行更精细的地质建模，包括矿化体的几何形态、矿物组成、矿床内部结构等。利用模块提供的高级建模工具，如网格建模、体元建模等。

c. 利用三维模块提供的功能，如体积计算、矿体分析、资源评估等，对矿床进行定量预测和分析。这可以包括矿体体积计算、资源分类、选矿研究等。



**中矿数智**  
— DIGI MINE —

中国地质科学院矿产资源研究所  
战略合作伙伴

## 第二章 探矿者地质矿产勘查软件系统设计

利用计算机信息技术提升和改善传统的应用工程科学的技术水平是目前我国增加科技竞争力的重要途径。在地质科学研究和矿产勘探领域中,地质专家每天都是和地球表面的地质对象打交道,这些对象严格来说都是三维空间的对象,为了科学管理和分析这些对象,传统的地质工作都采用大量的二维平面图件来表达。随着计算机 CAD 技术发展,特别是 GIS 技术的完善,计算机对二维空间数据管理与分析已完全可以。利用现有的 GIS 软件如 ArcGIS、MapGIS 软件可以方便的进行二维图形的数字化、查询和分析等。在地质矿产勘查工作中,涉及的大量问题是在三维空间中的,矿产勘探工作是通过勘探、坑探等工程获取近地表三维空间矿产的基本信息,目的是查明地下三维空间矿产的质量、规模和位置和形状。传统上,对这些三维勘探信息整理和储量估算是一个费力的工作,而且精度也有问题。上世纪八十年代以来,随着地质统计学技术成熟,利用计算机数值计算大大提高了储量估算的效率和精度。但这种年计算是一种纯数值的,对储量估计的用户是一种近似“暗箱”方式,很难进行直观、形象和可控的评价。这就需要数字信息转换成直观的、易于理解的、且可进行交互分析的图形方式给资源估算人员。和一般二维图形 GIS 处理不一样,三维可视化问题是如何根据实际观测信息产生三维图形和表达三维问题。

在吸取国内外同类先进技术基础上,结合我国地质勘探实际情况及近年来具体矿山勘探的实际工作,我们创新性开发了一套适合地质勘探三维数字化、可视化和科学分析的技术,由此探矿者矿产勘查预测评价 (MinExplorer) 软件应运而生,其在实际地质工作中,具有广泛的应用前景。软件最初的设计源于肖克炎研究员 2002 年承担的国家 863 项目《空间信息获取与处理前沿技术》专题的空间信息智能分析领域中的“地学空间信息三维智能分析与可视化系统”(编号 2002AA135160)的重要成果。其后,在国家危机矿山找矿专项得到进一步支持。在 2017 年至 2021 年间又承担了国家重点研发计划“深部资源预测系统技术与示范”项目,针对深部成矿空间三维结构重建机制、深部矿化定位机制及深部预测途径两个科学问题,进一步开发先进实用的深部三维地质建模、信息提取分析、预测评价和三维可视化技术,进一步完善了该软件系统。

## 第一节 矿产勘查软件国内外现状

计算机因科学计算的需求而诞生,至今科学计算仍然是它的主要应用领域之一。50 年来,随着计算机性能的飞速发展,科学计算的规模也越来越大。功能强大的计算机已广泛应用于气象预报、石油地质勘探、核爆炸模拟、空气动力学、有限元分析、分子生物学等众多需要大量计算的领域。在这些科学计算中,计算结果的数据量十分巨大,常规方法已难于处理。20 世纪 80 年代末出现的科学计算可视化,将科学计算的结果数据转化为图像,使人与数据、人与人之间实现图像通信,对计算过程实现引导与控制并观察其影响,极大地提高了科学计算数据处理的速度和质量,实现了科学计算工具和环境的现代化。

科学计算可视化(Visualization in Scientific Computing)是发达国家在 20 世纪 80 年代后期提出并发展起来的一个新的研究领域。1987 年 2 月,美国国家科学基金会在华盛顿召开了有关科学计算可视化的首次会议。会议指出:科学家们不仅需要分析计算机得出的计算数据,而且需要了解在计算过程中数据的变化,这些都要借助计算机图形学及图像处理技术。因而“将图形和图像技术应用于科学计算是一个全新的领域”。会议将这一领域定名为“Visualization in Scientific Computing”,简称“Scientific Visualization”。近年来,科学计算可视化又扩展到工程计算可视化及测量数据可视化。

科学计算可视化以“可视”的方式计算和显示各种物理模型、抽象概念和数学模型,有效地帮助科技工作者形象地、有联系地“看到”大量测量、数值计算、实验数据,等等,从而更有效地进行处理、分析和推理。随着人们拥有大量地表、地下情况的地质信息,例如运用现代地质、地球物理综合研究手段获得的研究区地质构造信息,通过遥感、野外地质观察等获得的地形地貌信息,通过二维和三维地震、测井、取芯化验等获得的地下地质体几何、物性信息,等等,地质信息的数量和复杂性,已经超出并且将继续超出地质学家认识和利用它们的能力。地质学家利用地理信息系统(GIS:Geographic Information System)、面向对象数据库和程序、并行计算机管理和处理这些复杂信息,同时非常渴望能够充分利用各种地质信息正确建立三维空间地质模型,以图像图形方式逼真再现三维地质实体,以便真实地重建地下目标的结构,描述资源分布的状态,模拟煤层、油气藏开发期间各种参数的动态变化趋势,分析地质现象的几何形态、相互关系和分布。这



样,必将大大改善勘探地质信息质量,必将大大提高地质学家劳动生产效率,减轻工作强度,有利于地质问题的研究和分析的进一步深入,有利于更准确地进行决策规划,减少矿产资源勘探的风险,这无疑具有巨大的社会效益及经济效益。

## 1.1 地理信息系统(GIS)

地理信息系统是 60 年代以来迅速发展起来的地理空间信息处理技术,它以地理空间数据为基础,采用地理模型分析方法,实时提供各种空间的动态的地理信息。GIS 最初主要用于土地利用的规划,地学分析功能极为简单。由于计算机软硬件技术和工、农、商、军等各行各业飞速发展,GIS 的软件和应用也取得了重大突破,涌现出 ARC/INFO、TIGRIS、SICAD、MAPINFO 等一些有代表性软件。在这些软件中,三维地质实体或属性体被以二维形式表示,即采用具有矢量数据的点、线、多边形或具有栅格数据结构的像素来表示;地形模型用网格表示,以数字高程模型 DEM 处理第三维坐标——高程坐标;专题图被数字层代替,借助数字联合记录和计算机辅助叠置分析,可以有效地改进不同专题图的空间分析,利用拓扑和属性信息完成查询、搜索、空间分析等操作。

现实世界中的地物一般是三维实体,即在高度、宽度以外还具有深度信息。当我们用二维计算机屏幕显示这些地物时,可以忽略其深度,也可以采用投影法显示其深度。如果能把深度信息表示出来,则将大大增强图像的真实感,丰富内涵信息。随着 GIS 应用研究的深入,地学空间的二维信息的局限性日益显现出来,诸如:采矿,地质,石油等领域越来越迫切的需要从真三维空间分析处理问题。“数字地球”的概念的出现,将三维 GIS 的研究推向了一个战略高度,并且进一步推动了三维 GIS 的基础理论和应用技术的研究。

地理信息系统是一种将空间位置信息与属性数据结合在一起的系统。它起源于传统的地图,随着计算机技术的进步而不断的发展,地理信息系统(GIS)是用来获取、管理、分析、模拟和展示空间相关信息的计算机系统<sup>[1]</sup>。地理信息系统是多种学科交叉的产物,是一门综合性技术。

在国外 GIS 技术的研究和发展比较早,自 20 世纪六十年代加拿大学者 Tomlison 首先提出 GIS 概念以来,GIS 得到空前的发展。20 世纪 60、70 年代,GIS 的发展处于理论、技术攻关阶段,这方面的主要成果是成功地解决了空间地理信息的计算机表达问题,以及地理空间信息计算机综合问题。20 世纪 70 年代,



诞生了目前占主导地位的 ESRI 公司研制的 Arc/info 软件系统。GIS 朝着实用方向迅速发展。如加拿大研制了世界上第一个 CGIS 系统,用来管理数字化土地图件及其属性;之后,又出现了 SYMAP (Synagraphic Mapping) 综合分析地理信息软件。20 世纪 80 年代以来,随着计算机软硬件技术的飞速进步,GIS 技术已经走向成熟,先进的 GIS 软件系统纷纷出现<sup>[1][4]</sup>。GIS 进入普及和推广应用阶段。矿产资源评价的 GIS 应用也起始于 20 世纪 80 年代初,美国 1994 年正式实施了国家空间数据基础设施计划—NSRDI,目前已完成了国家 1:100 万地形数据库,完成 1:10 万国家地质图库的 70%,并建立了近 11 万条世界矿产资源战略数据库。加拿大 SGL 完成全国 918 幅 1:20 万地形图。20 世纪 90 年代为 GIS 的用户时代,出现了例如 Arc/Info、Mapinfo、Intergraph 等著名的 GIS 软件,这些软件一般具有较强的图形功能和一定的二次开发功能。与此同时,GIS 也从单机、二维、封闭向开放、网络(包括 Web GIS)、多维的方向发展。随着 GIS 技术及其软件产品的逐步发展和完善,GIS 的应用范围也不断的扩大,以 GIS 技术为基础结合地质应用的专业 GIS 软件也逐步的发展起来,现今世界上有数家知名地质采矿软件公司相继开发了地下三维可视化方面的软件,如澳大利亚 Surpac 国际软件公司(SSI)的 Surpac;加拿大 Gemcom 公司的 Gemcom;澳大利亚 Maptek 公司的 Vulcan 等三维可视化地质软件。

我国 GIS 应用起始于 20 世纪 80 年代,但进步迅速,在 20 世纪 90 年代已经研制出具有自主知识产权的 GIS 平台软件。经过近几年广大科技工作者的艰苦努力,国产的地理信息系统软件在整体性能上,已接近国外优秀 GIS 软件。例如:中国地质大学研制开发的 MAPGIS 系统、中国科学院地理研究所开发的 SuperMap 系统的大多数模块已比较成熟,大数据量管理和空间分析具有特色,在缓冲区分析、全库查询方面性能优于国外同类产品,并在建设规划、土地利用、地图出版等实际应用中发挥了重要作用。应该看到的是,在空间分析、三维模拟及网络化等方面尚不能满足要求,与国外同类系统相比还存在差距。就目前而言,国内研制的产品化程度较高的 GIS 软件还非常少,绝大多数应用系统仍使用国外软件。

地理信息系统(GIS)技术对于地学信息的强大分析与整合功能,适用于矿产资源勘查与预测研究。国内于上世纪 90 年代起步,基于该技术,由中国地质

大学(武汉)胡光道教授团队和中国地质科学院肖克炎研究院团队围绕 MapGIS 平台分别开发了金属矿产资源评价分析系统(MORPAS)与矿产资源评价系统(MRAS),应用证据权法、特征分析法、信息量法、BP 神经网络法等成矿有利单元确定方法,定量地实现了地表范畴的预测靶区圈定(叶天竺等,2007)。中国地质大学(北京)成秋明院士团队开发的 GeoDAS 矿产资源定量预测系统中,不仅包含基础的 GIS 功能,还应用模糊证据权法、多重分形和奇异性提取等算法,实现了矿产资源定量评价和预测等模块(成秋明,2006)。

GIS 技术发展的一个重要方向是三维 3IS, 3DGIS 不仅仅是只能表达地表的起伏,新增加的一维使它成为描述地下信息即地质信息的有利工具。这种描述包括对地下已有地质信息的表达和对未知信息的预测,同时这种表达和预测要以三维图形的方式进行。三维地质信息的表达是通过建立三维地质模型来完成的,所以建立三维地质模型是 3DGIS 的重要组成部分,它不但受到地质学家的广泛关注,也引起了计算机专家特别是地理信息系统专家的重视。

人们将三维地质信息的表达称为三维地学模拟,它是由勘探地质学、数学地质、地球物理、矿山测量、矿井地质、GIS、图形图像学、科学可视化等学科交叉而形成的一门新学科,它由加拿大 Simon W Efoulding 于 1993 年首先提出。经过几年的研究,这一概念暂可定义为运用现代空间信息理论和技术对地质体和地质现象,以及与此有关的人类工程活动进行真三维再现和分析的科学与技术。

## 1.2 三维矿产勘查软件

1973 年,英国剑桥大学 I.C-Braid 首先开发了一个三维造型系统——Build 系统,该系统通过 6 个基本体素来构造三维物体。同年,日本北海道大学也开发了 TIPS 三维造型系统。由于计算机硬件的不断发展和色彩学等相关学科的引入,计算机制图工作者开展了三维物体色彩和光照模型的研究,并已能在屏幕上构造出具有明暗度鲜明的彩色逼真的实体三维图形。澳大利亚 MINCOM 矿山软件开发公司采用性能强大的 SGI 工作站,作为 MINESCAPE 矿山设计规划软件系统的开发和图形操作平台。MINCOM 公司在三维矿山地质模型方面进行了有效的研究工作,取得了较为突出的成绩。1995 年 10 月,IBM 公司在其年会上推出了 Visualization Data Explorer 产品,八十年代中期,CGG 公司推出一个集成的勘探开发 SGI 工作站软件系统 IntegralPlus, IntegralPlus 可以让用户在同一界

面使用一系列综合的、功能强大的应用模块(制图模块、道处理模块、反射层模型、地震解释模块、油藏工程模块、测井分析模块、地质数据库、多井处理模块、用户界面、地据检索及可视化、关系数据库管理系统),并访问在公用数据库中存放的所有勘探开发数据。1995年,加拿大EPS公司推出PAMAP GIS地理信息系统软件包,针对原有GIS缺陷和不足,PAMAP GIS在数据源和格式、GIS函数功能、建立模型等方面进行了改进。其中,Mapper模块提供了针对位置的查询和制图等操作的功能,可以进行图和线的编辑,用户通过Mapper可生成带有文字、注记、标识和颜色定义的图所构成的数据库,该数据库可与dBase或Foxpro等属性数据库进行互连。Topographer模块可进行三维空间分析,并能进行拓扑图、轮廓图、区域生成、三维主题分析、透视和其它三维显示的操作。1995年,PARADIGM(帕拉代姆)地球物理公司推出GeoDepth系统,其中Power深度成象系统可用于二维、三维深度和速度地质模型的显示但对三维图形图像的显示,它是采用将地质因素逐层叠加来进行显示的并且基本上没有考虑断层因素的影响。1994年6月,Dynamic Graphics公司推出了earthVision2.0空间地质模型系统(1995年,earthVision软件升级),它是运行在SGI工作站上功能强大的交互分析和可视化的工具,可用于分析层面、地质构造和属性体,并且用由许多不同来源获得的数据,生成单一的、综合的地质模型。这是迄今为止,国内外研究机构和公司推出得最好和功能最强的一套针对矿山地质问题软件系统。VULCAN软件是澳大利亚MAPTEK公司开发的勘探三维软件。VULCAN软件是一真三维空间信息软件,广泛地应用于矿业环境与市政管理、三维空间信息模拟、可视化及分析。软件的核心功能是:地质建模;矿业设计与规划;矿业生产资源开采;地质统计学;地下水模拟。该软件运行于UNIX工作平台或PC/NT操作系统。

1988年由法国Nancy大学Mallet教授团队推出的GOCAD(地质对象计算机辅助设计)研究计划,用于满足地质、地球物理和油气矿藏的三维模拟与辅助设计需要,为多学科的综合研究提供主要技术支撑。在进行地质建模时,需要利用具有不同可信度和不规则分布的复杂数据对地质体的几何形态和物性特征进行插值,如侧线与侧线之间建模、井间建模、非均匀储层参数建模等。经典CAD软件虽然可以用来创造非常漂亮的模型,但它不考虑任何约束,设计CAD方法的数学家们(Bezier, 1974等)的目标是提供交互模拟漂亮图形的工具,而没有

考虑数据本身的复杂性；另外经典 CAD 方法只注意模拟物体的几何特性，并不关心它们的物理性质。地质科学中并不追求好看，所关注的是由已知信息引入的约束，而且必须同时模拟地质体的几何和物理性质，因两者在很多情况下是相互联系的，因此对于地球科学中的特殊需要，经典 CAD 方法是不适用的，必须寻求一类特殊的数学模拟方法、针对这一问题 J.L.Mallet 教授于 1982 年提出了离散光滑插值 (DSI) 技术，这成为 GOCAD 研究计划的核心技术。此外，在 GOCAD 研究计划中采用了适应能力很强的三角形网剖分和四面体剖分技术，这对子模型的自动修改和三维可视化十分方便。GOCAD 研究计划中还包括了 DSI 方法在地震射线追踪、叠前深度偏移、时间偏移，以及测井、地震、地质综合研究确定地质相方面的研究。目前，GOCAD 正向着非均匀网络波传播、非均匀网格反演等方向发展。在三维地质体建模领域，国际上还有一些比较先进的三维可视化系统，但因缺乏对地质体进行切割、变形等指向目标的操作功能，尚不能完全满足地质建模的需要。虽然还不能说 GOCAD 中的建模方法就一定代表着地质体建模的唯一的发展方向，但必须承认，GOCAD 在建模数字化方面已大大向前迈进了一步，为进一步深入研究数字化建模开辟了道路。

国际勘探地球物理学家协会 (SEG) 和欧洲勘探地球物理学家协会 (EAEG) 对 GOCAD 工作非常重视，在 1992 年末成立了 SEG / EAEG 3D 建模委员会，以 GOCAD 为依托开展了三维 SEG / EAEG 建模工程 (SEM)。在 1994—1998 年间，该委员会分别发表了三次 SEM 进展报告、修改报告以及三篇阶段报告。SEM 建模工程目的之一是为研究和开发各种大型三维叠前深度偏移和速度估计提供测试工具，为此美国和欧共体先后推出了 Marmousi 模型、EAEG 盐丘模型和 EAEG 推覆体模型等，这些模型用来检验来自不同研究单位的算法、了解复杂介质波传播和选择采集参数，对三维叠前深度偏移和速度估计的发展起到了重要的作用，并促进了构造、沉积、石油地质等地学多学科的定量研究和不同单位合作研究。尤其需要提到的是在 GOCAD 模型基础上，三维叠前深度偏移在墨西哥湾盐丘下的成像结果轰动了全世界；英国北海在 GOCAD 模型器上利用多重走时和立体层分析技术。大大提高了速度模型建立的精度，从而提高了复杂构造下储层成像的准确度，为新一轮精确刻画速度模型创造了条件。

法国达索公司旗下的大型三维数字化矿山软件 Surpac，在全球 120 多个国家



和地区为露天和地下作业及勘探项目提供支持。其对于钻孔数据的分析与可视化、执行地表与地下地质对象的网格化与栅格化以及适用于明挖作业、基于台阶的块品位控制计算都取得了良好表现,可用于测绘矿区平面图和地下三维模型、可视化并分析定向结构地质数据、捕获和处理采矿流程中的工程量验收、协助进行地表或地下采矿的矿区设计等工作。自 1996 年引入国内市场以来,大部分服务都实现了本地化,在国内收获了相当数量的科研院所、矿山企业和高校等单位用户。

澳大利亚 1986 年推出的 Micromine 软件在处理勘探和采矿数据体现出较强实践性,在全球主要矿产生国收获广泛用户(陈爱兵等, 2004)。其采用模块化结构,帮助用户实现勘探数据解译、构建 3D 模型、资源评估和采矿设计等功能:通过 Micromine 平台,可实现在真三维环境下多层数据叠加的显示、查询与编辑功能;通过构建钻孔数据库,实现勘探数据的网格化操作和等值线可视化功能;通过构建线框模型,实现地表表面或地质实体的构建与编辑;通过平面切割等功能,实现水平平面或勘探线剖面方向的数据体查看;通过竖井、矿坑设计功能,提供采矿优化设计方案;通过 2D、3D 块建模,实现储量估算功能。同时在该平台中,可实现与其他软件格式的兼容与转换,包括 MapGIS、ArcGIS、AutoCAD 等常用的地质、工程软件,从而满足多源数据融合建模的需求。

除上述提到的软件、平台以外,市面上也不乏其他颇具特色的矿产勘查及三维建模软件。英国的 DataMine 矿业软件目前已将功能延伸到生产控制和仿真模拟,采用虚拟现实技术完成数据共享,实现多部门联合参与矿山管理;美国劳伦斯伯克利国家实验室开发的 TOUGH2 多场耦合软件和 PetraSim 软件可模拟孔隙与裂隙介质中的水流与热液运移,对于热-水动力-地球化学过程方面具有广泛应用前景;美国 Golden 软件公司旗下的 Voxler 是用于三维可视化和体积地质数据的完整软件解决方案,用户可导入多种形式的地质数据,并在软件中高效生成高分辨率的三维图像,使得用户可以在真三维空间中获取最为直观清晰的地质对象展布。此外,诸如 DiMine、3Dmine、RockModel 等软件也由于其在钻孔数据分析、地质对象描绘和矿产资源储量估算等领域展现的良好性能获得了业界广泛应用。

综上所述,矿产资源勘查和三维建模软件经过多年发展后,在可视化程度、插值模拟真实性及储量估算等方面已经日趋成熟,地表范畴的定量矿产预测靶区圈定技术业已获得长足发展,并向精细化、数字化、定量化、多源信息耦合、二

维三维结合、显隐式结合等方向都提出了越来越高的要求。目前，国内在三维地质建模领域仍存在大量依赖国外软件的技术壁垒，国产三维地质建模软件仍亟需发展。

此外，大数据与人工智能正在改变着人类认知和研究思维，作为数据密集型学科的矿产勘查学，面临着重大变革与创新发展机遇，是国际竞争热点。据国外权威机构和国内地学情报中心统计，全球共有 80 余家利用人工智能技术进行矿产勘查的初创企业，主要位于澳大利亚、加拿大等西方国。例如国际矿业公司 Mira 集成了美国和欧洲的矿产勘查软件平台，正在开展四维数字矿山与智能矿山的动态管理与实时的智能决策及“数字孪生”研究；Data Rock 开发了基于机器学习和云技术的图像分析平台，已累积处理了数百万米的岩心图像；Geo-Learn 运用处理后的岩心图像准确识别到了加拿大 Lalor 锌铜金矿床中金含量高于 1 克/吨的区域；Minerva-Intelligence 公司的人工智能认知系统软件根据已有数据在加拿大 Yukon 地区识别出了涵盖 54 种矿床类型的上百个新的找矿靶区。在国内，我国建立和发展了具有国际一流水平的“综合信息找矿预测”的系列理论方法，在全国矿产资源潜力评价和“十三五”找矿突破战略行动中得到推广和应用并取得巨大找矿突破成就。但是，与国际领先大数据矿产勘查技术（软件系统）相比，我国仍存在明显差距，主要问题表现在①矿产勘查大数据采集、传输、集成、建模、融合、预测评价、资源量估算、发布服务等地质矿产勘查软件系统相互独立、分散，缺乏服务全过程系统的系统平台；②成矿系统理论“源-运-储-变-保”五种要素需要“完整证据链”才能融入大数据“科学范式”以及深层次信息挖掘转换为找矿信息模型才能满足跨尺度（矿集区-矿田-矿床-矿体）、有效的信息融合与靶区优选；③自主可控的人工智能找矿勘查软件系统及应用总体还比较薄弱，西方国家已经成立和快速成长出了一批专注人工智能找矿公司，迫使我国更要紧追直赶，打破国外在矿产勘查行业的技术垄断，在这一未来领域走在国际前列。④现在勘探技术的发展以及 GIS 数据库信息的积累，使得地学空间信息(点、线、面、体)三维可视化是成为地学信息研究的热点，也是目前我国该方面发展的主要瓶颈，在地质、采矿、军事、建筑、隧道工程、地下水资源保护与利用、地下空间利用等国计民生重大领域中有着广泛的应用价值，具有极其重要的意义。而



在软件技术方面的发展和硬件技术的发展均为开发 PC 机应用的三维地学空间信息可视化计算机软件系统成为可能。

## 第二节 MRAS 探矿者软件需求分析

陈毓川院士指出，成矿是在一定时间段内，在一定的地质环境中，与一定的地质成矿作用有关，形成一组可具单、多矿种，单、多成矿类型的，有内在成因联系的矿床组合自然体。它包含“四个一定”或四个要素—时间、空间、作用与矿床产物，四者缺一不可。以成矿系列理论为指导，在前人基础上，总结区域成矿地质背景与成矿规律，总结区域成矿系列，在区域矿化模型的基础上构建找矿预测的地质模型构建，作为 MRAS 探矿者软件系统的地质理论基础。

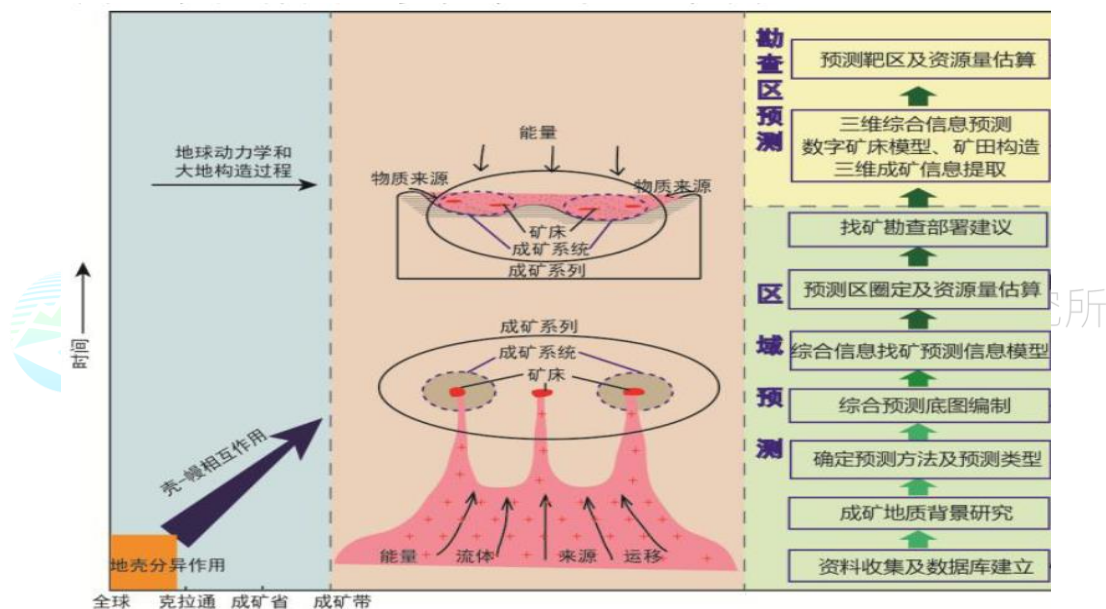


图 2-1 成矿系列综合信息预测方法

成矿过程的空间结构决定了矿产资源分布的空间规律性，也是开展矿产资源定量预测重要依据之一。在整个通过对研究区成矿地质背景、研究区主成矿期分析、研究区成因类型研究、研究区矿化类型研究等四方面研究，构建同类型矿床矿化模型，在此基础上，结合研究区实际情况，提炼简化，进而构建研究区的找矿模型。我们认为：研究区成矿地质背景分析是区域成矿规律与找矿方向的高度概括和总结，在指导定量预测的实际工作中，为确定预测区范围和空间特征提供依据，相似的成矿背景条件下有可能存在相似矿产资源体的产出。开展研究区主成矿期的分析，为定量分析过程中的构造、地层、岩浆岩的等要素的三维实体建模以及控矿要素变量异常提取分析提供直接指导作用，区域成矿定量预测与评价

本质上区域主成矿期的预测评价。总结成矿背景条件下矿床的成因类型，是为确定研究区找矿模型的构建、元素异常组合（如一种，即单元素异常，多种，即元素组合异常）分析提供理论基础，区域找矿模型的核心就是某一种（或多种组合）矿化的有利成矿条件、控矿要素与找矿标志的组合。通过研究矿化类型的研究，是为找矿模型构建的成矿条件、控矿要素和找矿标志等提供理论基础。同时，采用地质统计学等预测理论方法实现深部矿体的三维成矿条件分析，寻找成矿条件的有利组合，以成矿条件有利组合部位的定量评价与筛选来圈定找矿有利靶区（定位），定量分析估计靶区资源潜力（定量），并针对矿产预测的不确定性，进行找矿概率估计（定概率），进而对矿产资源实现定位、定量以及定概率的三维预测与评价。

因此，探矿者软件系统需求分析首先应以综合信息矿产资源定量预测的业务流为主线。即，“三位”一体隐伏矿定量预测模型指出矿产资源预测评价方法需要满足区域二维预测到地下三维预测，使得找矿模型综合化、信息分析智能化、深部非线性立体化。以基础地质资料作为数据基础，成矿规律作为找矿的地质理论指导，到在三维地质数据模型上进行找矿分析，实现多元-多维海量数据管理与可视化、预测要素三维建模、基于数理模型的异常空间构建以及预测变量集成融合可视化等功能。如图 2-2 所示。

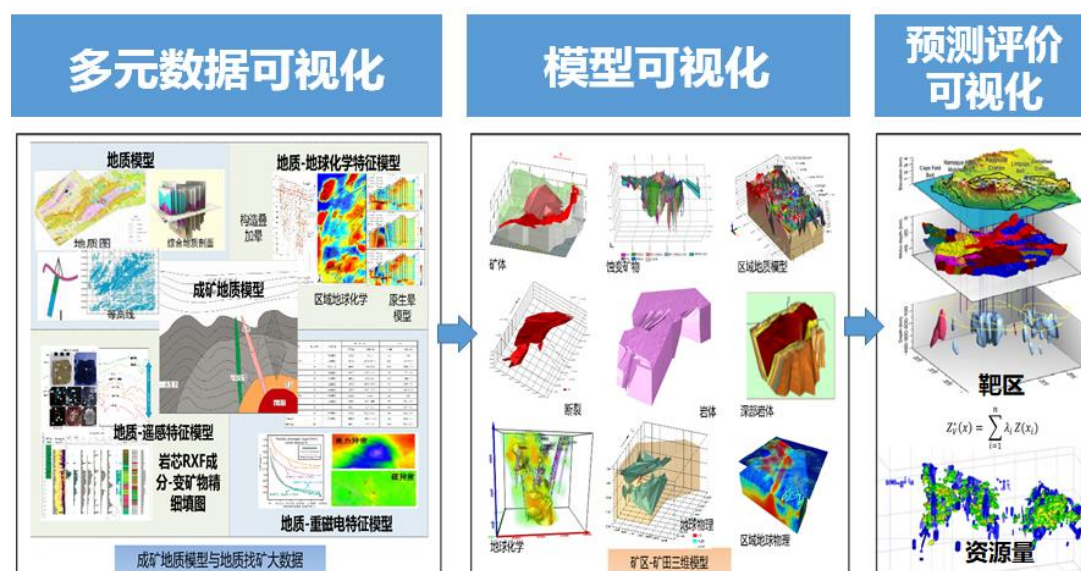


图 2-2 深部矿产预测系统研制目标

## 2.1 地质勘查计算机制图需求

进入 21 世纪以来, 人类积累了越来越多的数据, 传统的纸质和定性描述的表达方式已经不能满足人们的需求, 如何更好地表达和利用这些数据已成为人们日益关心的课题。随着计算机技术的发展, 信息可视化成为人们研究的热点。信息可视化是以计算机科学、地图学、认知科学、信息传输学与地理信息系统为基础, 为直观、形象地表现、解释、传输空间信息并揭示其规律, 关于信息表达、传输的理论、方法与技术的学科, 其重点是通过计算机技术、数字技术、GIS 技术, 将那些通常难以设想和接近的环境与事物, 以动态直观的方式表现出来, 从而揭示自然发展规律, 达到认识世界和改造世界的目的。以图形方式呈现的空间信息在人类活动及生产实践过程中起着非常重要的作用, 极大地促进了人们对自然界的认知乃至感知。

自从 20 世纪初, 我国开展地质工作以来, 积累了大量的地质数据, 如何为这些海量地质数据找到更合适的表达方式, 是地质工作者所关注的问题。计算机图形学、地理信息系统、科学计算可视化等技术的发展为现代的地质数据可视化技术提供了有力的支撑。现代地质数据可视化 (Geo-Data Visualization) 技术是运用计算机图形学和地理信息系统 (GIS) 技术, 将数据换为图形在屏幕上显示出来, 并进行交互处理, 以计算机应用为主要技术手段的地质数据可视化已经成为时代的潮流, 它通过强大、有效的地图系统将复杂的空间和属性数据以地理的形式展现出来, 从而挖掘数据之间的关联性和发展趋势, 进而做出及时正确的判断和决策。

通常意义上的 GIS, 其可视化采用的方法即是二维图形学方法, GIS 中空间信息的可视化方法主要是对传统地图学及制图学可视化方法的数字化实现。但在数字化基础之上, 由于计算机可以非常灵活与便捷地处理空间信息, 因此可以极大地丰富传统地图学的可视化方法。而地图是空间信息最早的可视化方式, 它在古代交通、军事以及其它各种生产和社会实践中发挥着重要的作用。到目前为止, 地图仍然是人类直观认识自然的最好表现形式。然而随着计算机技术的发展, 地图在一定程度上逐渐被地理信息系统 (GIS) 所取代, 制图学问题在一定程度上转变为 GIS 中的可视化问题。在 GIS 中, 可视化概念要早于科学计算可视化的提出, 可视化问题是 GIS 中一个非常重要的问题, 有人甚至提出空间信息的可视

化可以被看作是数字时代的地图学。地图数据中的空间数据,表示地理物体位于何处及与其他物体之间的空间关系;而地图数据中的非空间数据,则对地理物体进行语义定义,表明该物体“是什么”。除了这两方面的主要信息外,地图数据中还包含一些补充性的质量/数量等描述信息,以及名称等识别信息。这些信息的总和,能从本质上对地理物体进行相当全面的描述。

地质图是地质信息系统的重要组成部分,二维地质图形信息也即地图数据,地图数据是一个基于空间参考的数据,它以定点、定线或定面的方式与地球表面建立位置联系。为了方便地质数据的管理和显示,我们把地质数据分为空间数据和非空间数据。空间数据即图形数据,根据空间数据的几何特点,地图数据可分为点数据、线数据、面数据和混合性数据 4 种类型。其中混合性数据是由点状、线状和面状物体组成的更为复杂的地理实体或地理单元。非空间数据又称非图形数据,也即我们经常说的属性数据,主要包括专题属性数据和质量描述数据等。它表示地理实体的本质特征,是地理实体相互区别的质量准绳,如地层、岩性、构造等。但这种地理信息系统并不能完全表达地质图中丰富地质内涵,许多断裂、地质产状和地质体有着一个统一的空间相关的有机联系。本章首先分析地质图计算机表达的关键问题,首次提出扩展的面向对象的地质要素表达方案,建立数据模型和数据结构,完成复杂地质图的计算机表达。

区域地质填图最终成果是地质图及其说明报告。把地质勘探积累的地质资料恢复和模拟地下三维地质特征,能够帮助地质专家有效分析预测地下地质资源状况,真正实现地质领域从地理表面信息走向地质信息系统阶段。

地理信息系统是表达地理空间信息有力工具。GIS 将普通管理信息系统(MIS)与矢量图形结合在一起,克服了 MIS 系统的局限性,大大提高了系统的直观性和可操作性,同时提供了 MIS 系统所不能解决的如空间信息统计、属性信息计算等功能。过去,GIS 往往被认为是一项专门技术,其应用主要限于测绘、制图、资源和环境管理等领域。随着技术的发展和需求的增大,GIS 应用日趋广泛,社会地位也发生了明显的变化,它和数据库、信息处理、通信等技术一样,已经成为信息技术(IT)的重要组成部分。就 GIS 成图系统的开发方式而言,目前主要有三种方式:一是使用商品化的软件;二是使用高级语言如 Delphi、VB 等结合相应的控件如 MapX 等进行二次开发;最后一种是使用高级语言从底层开发,



例如 VC++。其中第三种开发的难度最大，但系统的灵活性、适应性和可操作性都比前两种好，适合于有特定需求的用户。

经典的地理信息系统模型将空间对象抽象为空间点、线、面几何要素，并建立了相对应计算机存储模型，早期的 GIS 软件为了解决计算机存储容量和空间索引问题，使用了空间拓扑结构技术，使得计算机存储最优化。该模型对地质图等信息存储、制图十分方便，但较难表达复杂地质专业信息，如断裂与地质体关系问题等，因此，我们提出“地质信息系统”的概念，试图以地质要素为基础，建立地质信息空间数据模型，更加合理的表达和管理空间对象。

地质图是地质路线测量的成果表达，除了地理要素外，地质体可以抽象为地质体接触界线和相应的产状信息。它们通过复杂的符号、花纹、颜色表达出复杂的地质现象。

地质学家根据专业知识需要一定的分析和反演形成一个地区的三维场景，如根据褶皱轴向和产状，判断背斜与向斜，要根据地形等高线数据与地质界限综合出不同地貌状况地质体变化特征。一个好的地质空间数据模型不仅要忠实原始地质图的图形表达内容，同时要满足和方便地质图分析功能，保证快速高效的资源评价应用。从而，可得出地质图的应用需求。

### 2.1.1 数据模型要保证地质图内容完整性

地图对它所表现的地面上的景物，应能按比例尺衡量。比例尺是地图上直线长度与地面上相应距离的水平投影长度之比。如地图上注有比例尺 1: 50000，表示图上地物的长度相当于相应地面地物长度的 1/50000。这个尺度对大比例尺地图来说，基本上适合图上各个部分。因此，可以认为，比例尺是地图线形缩小程度的标志，它是构成地图数学要素的基本组成部分之一。地图上各种地物之间的关系，要求按数学法则构成，这就是先将地球自然表面的景物垂直投影到地球椭球面（或球面）上，再将地球椭球面（或球面）按数学法则投影到平面上而构成地图。这种按数学法则将地球椭球面（或球面）转绘到平面上的方法，叫地图投影。按这种方法建立的数学基础，才能使地球表面上各点和地图平面上的相应各点保持一定的函数关系，从而才能在地图上准确地表达空间各要素的关系和分布规律，才可能反映出它们之间的方向、距离和面积，使地图具有区域性和可量测性。

以地质体界限和产状信息为例,说明地质图内容完整性的意义。地质体界限和产状信息是地质图中最重要的内容之一。地质图中地质单元、接触界限、新裂、产状等是一个相互联系的整体,地层接触界限反映上下关系,新层线反映构造对地层切割与左右岩性地层接触关系。产状信息是和相应的地质对象联系起来的,如在某地测量的产状是特定地层、构造的产状。这样如果采用传统的 GIS 点线面几何要素在不同的文件中存储,就不能很好的表达这种复杂地质关系。因此,需要设计一种不从几何要素出发的数据模型表达地质要素,容许一个数据文件同时存储点、线、面等几何要素,并且,点、线、面等几何要素之间能够进行相互的空间分析。

人类和现实事物的交互是丰富多彩的,对现实世界建模的方式因此也多种多样。现举个实例说明。比如:河流是地球表面上的非常重要的元素。河流属于自然要素,人们使用其作为交通运输工具,还将其作为划分行政区域界线的重大依据。在 GIS 中,可以考虑使用以下几种方式进行河流建模:

(a)河流作为组成网络的一系列线要素。每条线段都拥有流量、容量和其它属性。你可以使用线性网络模型(几何网络)来分析水文流量或者船务运输等。

(b)河流作为疆土的边界。河流可以作为政治区域比如省或者县的边界线,或者作为自然区域的疆界线比如野生动物栖息地的自然边界。

(c)河流作为面状要素表达,具备堤岸、河网以及航线等等描述信息。

(d)河流作为模拟表面的一系列弯曲的地槽。通过地表河流的路径,可以计算它的下降剖面 and 比率、径流分水岭还有在预定降水量情况下洪灾发生的可能性。

### 2.1.2 具有统一的空间拓扑关系

现实世界中的对象都与其它对象有着错综复杂的关联。从 GIS 角度出发,这些关联可以划分为四种:拓扑关联、空间位置关联、属性关联和 FTR 关联。

以下是各个类型的关联的实际例子:

(a)拓扑关联:当在一个电力设施系统中编辑要素时,你要保证一级线路和二级线路的末端正确连通并且可以在该电力网络上做跟踪分析。当在连通系统中载入和编辑要素的同时,需要定义一系列的拓扑关系。

(b)空间位置关联:当处理一幅有建筑物、街区和学校的地图时,可能需要决定在哪个街区创建某一特定建筑物、在学校区域中应该有哪些建筑物,还有哪个



街区应该不包含建筑物。这些都属于 GIS 的基本功能--判断要素是否在另一要素内、是否接触、在另一要素外或与另一要素重叠。空间位置关联是从要素的几何形状来获取的。

(c)属性关联：还有一些对象可能在图上无法表现关联。比如地块与业主存在关联，但业主并不能够表现为地图上的要素。可以将“业主”设计为地块的属性字段，这样，使用属性关联就可以将地块和业主连接起来。

(d)FTR 关联：FTR 关联是本文新提出的概念，它是指由于空间位置关系引起的地图上某些要素之间的关联，然而它们的空间位置存在不固定现象，无法使用拓扑关系或空间位置关联表达。比如，用度表在变压器邻近，但它们并不接触。在狭促的地图中，很有可能无法使用空间关联将用度表和变压器的关联表达出来，这时我们需要使用一般关联，将这两个要素关联在一起。

在地质领域，地质体在空间上有整合、不整合、断层、侵入等复杂接触关系，在地质上统归为接触界限。在地理信息系统中，使用弧段作为基本图形单位，使用拓扑分析建立空间面要素的相互关联，形成地质体对象的空间拓扑联系。经典的拓扑模型不处理非多边形的弧段，但这对地质图又是必须的，如断裂构成地层的接触界限。这样需要对拓扑分析进行模型扩展以便处理复杂的地质对象空间关系。

### 2.1.3 具有地质数据要素管理及处理复杂地质结构的能力

地质体关联，包括面与点几何对象关联（如产状）、面与线（如河流及湖泊）、面与面（如底层）、线与线（如河流及其支流）等的关联。同一矿体由于断裂错开可以通过面面关联，断裂破碎带由于某些地方太窄用线表达，在另些地方用面表达，需要进行面线关联。线线关联可以表达由于断裂相互切割关系造成一条断裂多个弧段的情况。下面分别以图示的形式分别加以说明。面与弧段间的桥连：如断层错开的矿体，地层 A、B 被断层 F 所错切。普通的地质图表达上，A、B 必然形成两个面，造成不必要的复杂。引入要素的概念后，将 A、B 并成一个要素，在空间分析时，对 A、B 统一做缓冲区、叠加分析，从而符合地质实际。

具有空间拓扑关联和相同属性的一类地质对象组成一个地质要素集合，它们可以采用一个图层进行管理，运用组合关联技术将具有相同属性地质对象组合在一起，定义相同的属性结构。如在地质图上，可以定义断裂构造图层，用断裂名

称、产状、力学性质等刻画每条断裂的性质。同时也可以使用地质体图层来表达区域地层、岩浆岩、变质岩等空间分布。分层后,不同的层次可以分别建立拓扑结构,利于分层存储某些不需要建立拓扑关系的要素(比如:经纬线)。

#### 2.1.4 地质符号制作能力

地图符号是直观表达地理事物和地理现象的一种可视化工具,即地图语言。它是数字地图的基础。专题地图都需要符号化表示,地图符号设计得好坏直接影响地图成图的质量及对地图信息的理解。地图符号设计应力求做到形象直观,一目了然。

地图符号是在地图上用以表示各种空间对象的图形记号,对空间事物的抽象表示,符号按照是否按比例尺表示地理事物,地理现象可分为点符号、线符号、面符号。

点状符号,当地图符号所指代的概念在抽象意义下可认为是定位于几何上的点时,称为点状符号,例如矿产资源类型和矿山地质灾害符号。线状符号,当地图符号所代的概念在抽象意义下可认为是定位于几何上的线时,称为线状符号,例如露天矿开采范围、固体废料堆积范围、尾矿库范围、已经批准的矿山开采界线、矿区生态环境恢复范围治理工程分布范围等矿山环境信息均为线状符号。面状符号,当地图符号所指代的概念在抽象意义下可认为是定位于几何上的面时,称为面状符号。如地层年代、土地利用分类范畴和矿藏资源分布范围等。

在符号库建立中,符号被看成是若干曲线(线段)的集合,各曲线通过统一的坐标系联系在一起,符号库设计提供规则几何图形制作工具,一个符号就以图元为基础进行设计。任意符号都可以用基本图元来组合。因此,图元是符号的基础,它是符号中常见的规则几何图形。我参考了 MapGIS、ArcGIS 的符号库制作模块,提供的基本图元有以下几种:线段、矩形、圆、椭圆、正多边形、折线、光滑曲线、圆弧、扇形、弦形、注记、位图。其中,光滑曲线是有用户输入若干控制点,由程序采用三次样条插值的方式自动生成。

在符号库的设计过程中,还首次增加了“主元”“辅元”的概念。它是指:在符号的使用过程中,可以对符号同时指定两套配色方案。其区分标志就是主辅元。主辅元的引入,使得符号库的配色方案更加丰富,是体现符号库设计中创新性的一个方面。

### 2.1.5 拓扑与空间分析

二维矢量编辑系统是分析和管理二维空间物体的信息系统,不仅要处理空间物体本身的特性,还要处理空间物体间的空间关系。要素之间的相邻、包含、相交等特性都属于基本的空间关系。为了使用户在电子地图上获取地图上地物与地物之间的关系,及从某一属性检索其它属性,显然必须要使用矢量拓扑数据结构。对一幅没有处理过的数字化地图,只存在着边与点之间的关系,没有多边形与边、边与边之间的关系,而我们建立拓扑的目的则是根据边与点之间的关系生成出多边形与边、边与边之间的关系。这里的边,即是上文提到的弧段。

由于拓扑数据结构的出现,制图过程和与之适应的数据结构中实体与实体之间一一对应的关系已不复存在。作为一个实体的多边形数据实际上是通过表示组成它的弧段序列来实现的。拓扑关系的描述和区分是建立在空间目标相互作用过程中目标集及其分量集合拓扑特性变化基础之上的。在确定 FTR 二维数据结构的基础上,提出了一种完善的方法来描述拓扑关系,以定义拓扑关系的集合及区分拓扑关系的条件。

在经典 GIS 定义中,弧段与多边形的拓扑关系需要在“弧段-结点”拓扑关系的基础上建立,并且要求所有弧段构成闭合网路,即不允许带悬挂结点的弧段存在。这也是经典 GIS 面状数据完整性的要求。但如前文所说,某型应用环境要求悬挂、桥连弧段的存在。扩展的 FTR 属性结构,允许这些拓扑不完整的弧段存在。

空间分析是基于地理对象的位置和形态特征的空间数据分析技术,其目的在于提取和传输空间信息:是地理信息系统的主要特征,同时也是评价一个地理信息系统功能的主要指标之一;是各类综合性地学分析模型的基础,为人们建立复杂的空间应用模型提供了基本工具。

具有较强的空间分析能力是 GIS 的主要特征,有无空间分析功能是 GIS 与其制图系统相区别的主要标志。空间分析是从空间物体的空间位置、联系等方面去研究空间事物,以对空间事物做出定量的描述。从信息提取的角度来讲,这类分析还不是严格意义上的分析,而是一种描述和说明,是特征的提取、参数的计算。本节只考虑矢量数据模型下的空间分析。

确定要素之间是否存在直接的联系,即矢量点、线,面之间是否存在空间位

置上的联系。例如，若在计算机屏幕上用鼠标点击对应的点、线或面，查询其对应的属性信息；或需要确定点状居民地与线状河流或面状地类之间的空间关系(如是否相邻或包含)，都需要利用矢量数据的包含分析与数据处理方法。矢量数据包含分析为空间分析提供了算法基础。

在包含分析的具体实现中，点与点、点与线的包含是先分析点到点、点到线之间的距离，然后利用最小距离阈值判断是否包含。这经常用于通过鼠标点击，选择某个点或者线，若鼠标点选某个面，使用点在名边形中的经典包含算法——射线法即可解决，

缓冲区分析是根据数据库的点、线、面实体，自动建立其周围一定宽度范围内的缓冲多边形实体，从而实现空间数据在水平方向得以扩展的信息分析方法。点、线、面矢量实体的缓冲区表示该矢量实体某种属性的影响范围。例如，城市的噪音污染源所影响的一定空间范围即可描述为点的缓冲区；交通线两侧所划定的绿化带是线缓冲区的例子。而多边形面域的缓冲带有正缓冲区与负缓冲区之分，多边形外部为多边形正缓冲区，内部为缓冲区。建立好缓冲区后，可以与其他图层叠加，进行空间统计、叠置分析等分析操作，以解决实际问题。因此，是二维矢量编辑系统的基础性问题之一。

多边形叠置分析是指同一地区、同一比例尺的两组或两组以上的多边形要素的数据文件进行叠置。其基本的处理方法是，根据两组多边形边界的交点来建立具有多重属性的多边形或进行多边形范围内的属性特性的统计分析。

叠置的目的是通过区域多重属性的模拟，寻找和确定同时具有几种地理属性的分布区域，按照确定的地理指标，对叠置后产生的具有不同属性的多边形进行重新分类或分级；或者是计算一种要素(如一地利用)在另一种要素(如行政区域)的某个区域多边形范围内的分布状况和数量特征，提取某个区域范围内某种专题内容的数据。多边形叠置分析应用广泛，因此，在探矿者软件中，也提供了性能良好的叠置分析。因为它的实现，涉及带拓扑的矢量数据的叠加，因此，将这一算法叙述如下。

从原理上讲，参与叠置分析的两个文件，可以是点、线、面任意两种类型。从实际出发，常常设计点面叠置、线面叠置、面面叠置三种。

点面叠置，采用的是将点和面投影到同样的网格区域内，从而筛检出有可能

在面内的点。而后，用点在多边形内的射线算法，即可解决问题。

线面叠置，是在点面叠置的基础上，计算线和面的交点，从而截取交点内的部分。完成线面叠置。

面面叠置是最复杂的一种，用途也非常广泛。通过实现建立的拓扑关系，可以加速这一算法的进行。其基本问题可以分解为两个多边形的叠置，即 Weiler-Atherton 算法。其基本过程如下：

- (1)求解两多边形之间的交点，形成交点集；
- (2)判断各交点处一个多边形相对于另一个多边形的出点、入点性质；
- (3)从一个多边形的起点出发，跟踪边界，根据并、交、差的不同要求，构造结果多边形。

## 2.2 三维地质勘查需求

三维矿山勘查的任务主要包括三个层次：一是在矿山采掘工程附近开展“探边摸底”的探矿工作，扩大矿山近期可采矿量；二是在矿山近外围找矿，扩大保有储量；三是开展矿区外围的找矿评价，为矿山的中长期发展提供新的后备基地。同时，运用成矿系统的新思维，加强矿山外围新矿种、新类型的综合预测与评价。可以看出找矿工作有其鲜明特色，利用矿区有利地质条件在三维空间全面开展找矿工作，使用的是综合找矿技术方法。

### 2.2.1 地质工作

使用钻探、坑道、槽探等手段揭示近地表、地下地质岩石分层、构造、矿产等分布、产状、质量、数量等。地质勘探产生的信息是通常所说的“硬数据”，是最宝贵的勘探资料。由于钻探、坑道、槽探等手段都是在三维空间进行的，数据具有真正三维特性。三维系统的需求主要体现在地质施工设计、编录数据和成果表达等流程中

1、地质勘查设计 有工作部署图、矿区地质图、交通位置图等，这些数据都是使用 MAPGIS 编制的数字化图件，系统将这些数据能够快捷读取、显示，并能够进行适当的编辑等；

2、地质勘探编录成果 地质人员对钻孔岩心、槽探、浅井和坑道进行详细地质编录，形成第一手的观察资料，是建立三维地质模型的基础。这些编录成果



可以用表格的形式在计算机进行管理,主要有钻孔孔颈、坑道槽探起始位置、钻孔测斜参数、地质分层描述、产状特性、构造性质、矿体特征等以及矿化分析结果等。

3、成果表达 主要有钻孔柱状图、勘探剖面图等,三维系统要根据编录数据自动形成相应的图件。

### 2.2.2 物化探工作

矿山采用大比例尺三维物化探工作,如高精度重磁测量、各种电法和煤田地震勘探等。

#### 1、重磁三维反演

随着找矿工作的不断深入,前部易于发现和利用的矿产日益减少,对寻找深部矿床的快速定位预测方法的研究已构成当今整个地质解的重要研究课题之一。重磁勘探法是矿产资源勘查及区域地质构造调查重,十分有效和应用相当广泛的物探方法之一,近年来,其应用领域不断拓展,重磁勘探正朝着高密度高精度的方向发展。因此,对其资料的解释也提出了新的要求,特别是随着计算机的普及、地矿工作信息化的发展及危急矿山找矿工作的需要,有必要开发实用的三维重磁反演系统。三维重磁正演的计算方法一般有有限差分法、有限单元法、积分方程法、和边界单元法。

(1). 有限差分法又称网格法 其计算原理和程序设计比较简单,易于解决由二维过度到三维地球物理问题,特别适用于计算规则形状(如板状体、层状或近似层状体)的矿井地质模型。

(2). 有限单元法是根据变分原理求解偏微分方程的数值计算方法。该方法适用于复杂矿井地质模糊的计算(如顶底板内的局部岩溶、小断层或煤质内陷落柱等),只要适当地选择网格单元体的类型及剖分步长的大小,即可使数值解达到较高的计算精度。

(3). 积分方程法易于处理三维局部异常的矿井地质问题

(4). 边界单元法的基本思想与积分方程法相似,把研究区域的边界划分成一系列小单元,通过边界积分表达式来建立近似解。该方法的优点为:将问题的维



数降低一维，单元数较少，未知量限于边界，因而所需计算的方程组规模小，有利于节省内存和计算时间；其计算精度也较高，而且对场函数值变化较大的模型也适用。但是，边界单元法所建立的代数方程组系数矩阵元素需要计算奇异积分，计算较麻烦，而且不适用于狭窄边界层的计算。

上述四种数值计算方法各有自己的优缺点：积分方程法和边界单元法比较适用于在均匀介质条件下，一个或几个局部异常体的正演模拟；而对于多层介质中含有三维重磁异常体的情况，则可用三维有限差分法和三维有限单元法，它不受地质模型层数的限制，但计算工作量较积分方程法和边界单元法大。因此，在计算方法的选择上，应根据不同的地质问题，选择相应的正演模拟方法，以便在保证一定的计算精度条件下，提高计算机的使用效率。

三维重磁反演算法主要分为线性和非线性两类，其具有代表性的算法为：马奎特算法、遗传算法和模拟退火算法。

(1). 马奎特算法是应用比较广泛的线性反演方法，其综合了梯度法与高斯—牛顿法而得到的一种算法，因此它具有梯度法和高斯—牛顿法两者的特点。马奎特算法的校正向量的方向介于梯度法和高斯—牛顿法之间。马奎特法用于产生新解的校正向量的运算简单、快捷。此法的关键在于选取的要适当，迭代点列收敛的速度才比较快。马奎特算法的目标函数值能够严格递减，但最大的缺点还是有可能得到局部极小点。

模拟退火算法和遗传算法都是目前运用比较多的非线性反演方法。

(2). 模拟退火算法来源于固体退火原理。物体加热，溶化，能量增加；反之，能量减少。冷却快形成玻璃状物质，能量出现局部极小，冷却缓慢形成理想晶体，能量出现整体极小。

地质(矿床)体的空间赋存范围是有限的，属于三维结构，因此在应用反演方法圈定地质体时，三维反演方法比二维反演方法更具有现实意义。应用重磁三维反演可以了解地下物质的空间分布规律，确定三维地质体的位置和形态，达到圈定地质体的目的。

## 2、电法

在金属矿产勘查中，电法（包括电磁法）勘查、地球物理测井资料有着其特

别重要的作用。实际应用结果表明,利用综合电法可以查明隐伏矿体的规模、赋存形态,完成对隐伏矿体赋存空间定位预测,指导工程验证,加快找矿进程,减少盲目布设钻探。常规的金属矿电法勘探有视电阻率法(包括联剖、中梯法、电测深、充电法、自然电场法等)、激电法(中梯激电等)、电磁法(不接地回线法、电磁偶极剖面法等)。

常规的测井有视电阻率测井、伽马测井等。由于电法勘探基本上是利用不同装置的人工场源,因此测量原理、方法装置众多,随着技术的发展近几年又涌现了大批电磁法勘查方法,如地面瞬变电磁法 TEM、可控源音频大地电磁法 CSAMT、大地电磁法 MT、电导率成像方法 ET-4、频谱激电法 SIP 等,各种测量方法都有其特殊的解释方法,因此,要统一对各种电法测量资料进行管理 with 处理解释不很现实,难度较大。但是对于危急矿产的深部综合定位预测,电法勘探资料有时十分重要、十分珍贵的。为此,从实用角度,宜根据不同点法资料或成果的特点,开展对电法勘查资料或成果的可视化集成管理。

### 3、化探方法

在矿区进行岩石地球化学、土壤及钻孔、坑道中化探分析获取矿化异常信息,为隐伏难识别矿提供标志。对地球化学数据处理计算机需求有;编制地球化学图件、统计各种地球化学参数、圈定和评价地球化学异常及地球化学异常与地质、地球物理三维联合分析等。

### 4、遥感影像数据

高分辨率遥感影像数据能够逼真再现矿区地质地理特征,将遥感影像数据与地形等高线数据复合形成地表真三维场景。并将地表真三维场景与地下地质地球物理、地球化学场进行联合分析。

## 2.2.3 三维地质建模工作

应用计算机信息技术辅助上述矿产勘查过程是一个较复杂的系统工程,作为地质学家可能希望计算机能够解决的问题越多越好,最好所有的工作都由计算机全部完成。但事实上地质模型不完善、计算机处理能力有限,且三维地质问题本身就是一个复杂过程。

三维建模与二维 GIS 制图的差别。地理信息系统 GIS 技术使得空间平面地理数据的存储、管理和分析成为可能,人们可以方面快捷进行平面数据可视、检

索、查询和进行空间统计和叠加分析，一旦建立好了空间地理数据库，便可以实现“见即所得”分析。但从二维 GIS 一般工作流程可见，首先得建好一个平面数据库，图形数据通常是现有纸图，然后通过 GIS 的矢量数字化过程，建立数据库。也就是说，二维数据库基本是原有纸介质数据的数字化，必须有现成的东西。当然在基本数据库基础上 GIS 能够辅助人们完成大量的编图和分析工作。二维数字高程模型能够根据离散数据产生大量的二维分析结果，但过程基本上是自动的，而且人们对参数控制也简单。对于地质勘察三维建模问题，首先我们没有现成的三维底图，在任何地区不会有三维地质图可供数字化。计算机三维建模解决的关键问题是根据勘探资料数据模拟出三维的地质电子图形。

三维建模是一个人工智能非常高的领域。实际的地质体一般是不规则形体，在计算机图形学中曲线和曲面总是分别通过很多微小直线段和微小三角面逼近来模拟地层岩性界线和岩层曲面，即岩层界面(和地表曲线、地下水位面等地质层面界线)和岩层曲面都分别是许多微小直线段和微小三角面的集合。地质体三维空间数据结构是地质三维建模和可视化的基础，这就要求必须具备有效的分层的三维数据结构，能够确保人机交互和查询的实现。地质领域三维模型的建立是进行地质体三维可视化模拟、分析、计算和评价决策的基础，可以使地质分析建立在三维数字化空间中进行直观地整体考虑。三维建模(三维地质体模拟)是在已知的一维、二维等空间数据和信息的基础上，根据合理的计算与插值算法和地质知识，在三维空间重新构建地质体的时程。已知的条件和参数越多(勘查数据越充分)，所推断的结果(所建的三维模型)就越接近实际的空间展布情况。其数据源主要包括地表测绘数据、地质观测数据、钻孔数据、平硐数据、物探数据、已有平面数据和剖面数据等属性，均为空间数据。

然而，由于我们对地下三维地质情况只是通过有限的钻孔信息来了解，对地下地质情况往往只是“一孔之见”，远远达不到透明情况，因此对矿体的圈定往往是地质专家一项创造性工作。地质专家根据对研究区的地质情况的全面了解，形成自己的地质概念模型，然后在不同的剖面上进行矿体的圈定。不同地质专家对地质规律知识不同，可能有不同的矿体圈定方法，如示范区阿舍勒铜矿有人认为矿体形态为倒转，而也有人认为为单斜。这样三维地质模型就完全不一样。这样需要专家极强智能参与的建模工作，如果完全靠计算机来完成是不可能的，近

年来国内许多三维软件开发尝试通过数学模型来直接完成地质体三维建模工作，可能是一条行不通的途径，可能对一些简单形体可能能够实现，但要满足不同用户的复杂地质情况就无能为力了。但计算机三维建模可以为地质学家构造三维模型提供非常好的辅助工具，可以模拟地质专家在矿体圈定、计算传统方法，从而建立起三维模型。具体的模型类型如下：

线框建模，三维实体仅通过顶点和棱边来描述形体的几何形状。特点是数据结构简单，信息量少，占用的内存空间小，对操作的响应速度快，但无法完成各种内外、拓扑判断。

表面建模，也称曲面建模，能过对物体各个表面或曲面进行描述的一种三维建模方法。特点是表面模型增加了面，边的拓扑关系，因而可以进行消隐处理，剖面图的生成，渲染，求交计算。但表面模型仍缺少体的信息以及体，面间的拓扑关系，无法区分面的哪能一侧是体内或体外，仍不能进行完整的空间分析和计算。

实体建模，不仅描述了实体全部的几何信息，而且定义了所有的点、线、面、体的拓扑信息。特点是对实体信息进行全面完整的描述，能够实现消隐，剖切，有限元分析，对实体着色，光照及纹理处理，空间分析等各种处理和操作。

## 2.2.4 矿产勘探储量估算工作

### 一、工作流程

固体矿产资源勘查储量估算评价是根据勘探工程获取的信息对矿床的矿体形态、矿石质量、品位、伴生元素分布、矿石量、金属量进行科学的估算，尽管各个勘探阶段不同，储量估算方法侧重点会有所不同，但工作流程还是基本相似：

勘探资料的整理 包括各种钻孔、坑道、槽探编录图件、工程坐标的测量结果 整理，编制钻孔柱状图和工程位置图等；

根据化学分析结果，进行单工程矿体地段圈定 主要考虑矿石和边界品位、夹石厚度和最低可采厚度等工业指标；

编制勘探剖面图，根据地质概念模型进行矿体连接；

进行储量估算，编制各种储量估算结果图。

在上述工作流程中，必须要完成如下几项基本工作：

1、矿产勘探的制图工作 图件是勘探成果的重要表现形式，是必不可少的

成果, 这些图件包括钻探原始编录图件, 为了储量估算需要的勘探剖面图、投影图、等高线图等; 还有储量计算结果表达图件等。

储量计算图件是进行储量计算必备的资料, 有关矿体的圈定。块段的划分, 面积测定等工作均需在储量计算图上进行, 其比例尺一般为 1:1000 或 1:500。主要图件包括取样平面图, 储量计算剖面图, 平面图、纵投影图以及矿体等值线图。对于某些露天开采矿床尚需制作剥离比等值线图。矿区或矿床的 1:1000~1:2000 地形地质图是储量计算不可缺少的图件。

## 2、取样平面图

包括地表取样平面图及中段取样平面图(或称矿体水平断面图)。这种平面图的主要用途是用以圈定矿体的厚度及截面形态, 因而图纸的主要内容应包括: 坐标网、勘探线及基线、勘探工程的位置及其编号、取样位置及样品编号(包括加工技术样品及物理试验样品)。控制矿体及其形态的各项主要地质因素, 例如含矿层、矿体顶底板及主要地层(或岩石)界线、岩性符号、岩层产状、褶皱及断裂等构造以及各种脉状地质体对矿体的切割关系, 围岩蚀变的范围、种类及其强度。矿体、矿石类型及矿石品级的分界线、块段界线及编号、样品分析结果表等。

## 3、储量计算剖面图或勘探线剖面图

其用途和取样平面图相同外, 还用于确定储量计算的有关参数。前者属于矿体水平截面图件, 后者为矿体的垂直截面图件。它与地质剖面图略有区别, 因为它的重点在于表达与矿体形态直接有关的资料, 附有详细的取样分析资料表和储量计算的边界线、边界点, 储量计算块段的编号、面积及储量级别等。因此, 除与圈定矿体有关的地质因素外, 其他地质因素均可舍去。

在某些矿区储量计算剖面图与勘探线剖面图可以合并编制。若勘探线剖面图比例尺较小, 不能详细表达取样成果及有关储量计算方面的资料时, 应单独编制。

## 4、矿体纵投影图

矿体纵投影图分为水平投影图、垂直投影图以及倾斜投影图。此三种图的用途是圈定矿体的边界线, 进行块段划分, 测定矿体投影面积, 同时, 也是总体反映矿体的勘探程度的综合性图件

这些图件目前 CAD 软件和 GIS 软件都可以解决。但作为三维勘探实用的软件系统需要有这方面的内容, 本次研究主要是解决三维问题, 对二维制图考虑较



少。

## 二、单工程矿体圈定和剖面矿体连接

1、单工程矿体厚度的圈定 主要是依据工业指标，以充分体现连续性。圈定单工程矿体厚度一般按下列步骤进行：

按边界品位的指标初步确定矿体的边界(1~8 号样品之间)及矿体中的无矿夹石地段；

按夹石剔除厚度的指标剔除夹石，或并入矿体中；

按工业品位圈定“表内”矿与“表外”矿界线，并按照“穿鞋戴帽”的有关规定(见国储[1991] 164 号文)最后确定表内矿矿体界线。矿例：设某金矿床工业指标为：边界品位  $1.00\text{ g/t}$ ，工业品位  $3.00\text{ g/t}$ ，块段平均品位  $5\text{ g/t}$ (每个块段只允许带进一个含表外矿的工程)，最低可采真厚度  $1.00\text{ m}$ ，夹石剔除真厚度  $2.00\text{ m}$ 。下面是几个典型分析成果，表中厚度均为换算后的真厚度。

单工程表内与表外矿的圈定(单品位指标则相对简单一些)

单工程夹石剔除厚度的圈定

## 2、矿体剖面的连接的圈定

矿体截面形态的圈定是在单工程矿体厚度圈定的基础上，分别在储量计算剖面图或平面图上进行的。

矿体连续性的圈定

两个相邻见矿工程其矿体经厚度圈定后均合乎工业要求，赋存部位互相对应，符合地质规律，则应在截面上将这两个工程所见的矿体连接成同一矿体。在圈定时应注意以下几点：

①在储量计算剖面图或平面图上的矿体连接，除极个别情况外，一般应以直线相连；

②若用曲线圈定矿体时，工程之间的矿体推绘厚度，不应大于相邻被工程控制的实际厚度；

③两工程所见为同一矿体，若矿石类型或品级不同或储量类别不一致，则只能互为对角线尖灭连接；

④如两见矿工程之间矿体被断层或岩脉所切割，则矿体只能据已掌握的地质

规律分别推绘至断层或岩脉的边界上；

⑤对于形态复杂、具有不同产状的分枝矿体或交叉矿体，应划分出分枝，而且在截面形态圈定时，也应在图上注明分枝矿体的储量计算分界线；

⑥两相邻工程所圈矿体中无矿夹石的层位相同，部位对应，地质特征一致，则应相连成同一夹层。

### 3、矿体边界点(线)的圈定

(1)两相邻工程一个见矿，另一个不见矿时，用有限外推法确定边界点

①两相邻工程一个见矿，另一个不见矿时，按工程间距的二分之一作尖灭(图6)；

②两相邻工程，一个见矿，若另一个只见矿化(即品位大于边界品位二分之一以上)则可推工程间距的三分之二尖灭；

③两相邻工程，一个工程见矿，另一个工程只达到米百分值或米克吨值，则该工程可以作为矿体尖灭点处理；

④经工程证实，矿体为断层切割错开，在允许的间距范围内，矿体边界可平行推绘至断层线上；

⑤当只有单工程见矿，且矿体厚度小于夹石厚度时，不能列为“枝”体。

### 4、见矿工程向外作无限推断时的边界点确定

见矿工程以外无工程控制，或未见矿工程到见矿工程之间距离远大于勘探时所要求的相应控制间距时，由见矿工程向外推断矿体之边界，称作无限推断。除特殊情况外，一般都作相应网度的二分之一尖灭。对于只达到米百分值或米克吨值的见矿工程，除绝大部分工程都按最低工业米百分值圈定的薄脉状富矿体外或在矿体内部包含的一个工程外，均不外推。

## 三、储量估算

矿体的自然形态是复杂的，且深埋地下，各种地质因素对矿体形态的影响也是多种多样的，因此，我们在储量计算中只能近似地用规则的几何体来描述或代替真实的矿体，求出矿体的体积。由于计算体积的方法不同，以及划分计算单元方法的差异，因而形成了各种不同的储量计算方法。比较常用的方法有：算术平

均法,地质块段法,开采块段法,多角形法(或最近地区法)断面法(包括垂直剖面法和水平断面法)及等值线法等。其中以算术平均法、地质块段法、开采块段法和断面法最为常见。

### (1) 算术平均法

是一种最简单的储量计算方法。其实质是将整个形状不规则的矿体变为一个厚度和质量一致的板状体,即把勘探地段内全部勘探工程查明的矿体厚度、品位、矿石体重等数值,用算术平均的方法加以平均,分别求出其算术平均厚度、平均品位和平均体重,然后接圈定的矿体面积,算出整个矿体的体积和矿石的储量。

算术平均法应用简便,适用于矿体厚度变化较小、工程分布比较均匀,矿产质量及开采条件比较简单的矿床。

### (2) 地质块段法

它是在算术平均法的基础上加以改进的储量算法,此方法原理是将一个矿体投影到一个平面上,根据矿石的不同工业类型、不同品级、不同储量级别等地质特征将一个矿体划分为若干个不同厚度的理想板块体,即块段,然后在每个块段中用算术平均法(品位用加权平均法)的原则求出每个块段的储量。各部分储量的总和,即为整个矿体的储量。地质块段法应用简便,可按实际需要计算矿体不同部分的储量,通常用于勘探工程分布比较均匀,由单一钻探工程控制,钻孔偏离勘探线较远的矿床。

地质块段法按其投影方向的不同又分为垂直纵投影地质块段法,水平投影地质块段法和倾斜投影地质块段法。垂直纵投影地质块段法适用于矿体倾角较陡的矿床,水平投影地质块段法适用于矿体倾角较平缓的矿床,倾斜投影地质块段法因为计算较为繁琐,所以一般不常应用。

### (3) 开采块段法

是以坑道为主要勘探手段的矿床中常用的储量计算方法。由于矿体被坑道切割成大小不同的块段。即将矿体化作一组密集的、厚度和品位一致的平行六面体(即长方形的板状体)。因此实质上开采块段法仍是算术平均法在特定情况下的具体运用。

计算储量时,是根据块段周边的坑道资料,(有时还包括部分钻孔资料)分别计算各块段的矿体面积,平均厚度,平均品位和矿石体重等,然后求得每个块段

的体积和矿产储量。各块段储量的总和，即为整个矿体的储量。

开采块段法能比较如实地反映不同质量和研究程度的储量及其空间的分布情况，块段的划分与开采系统相一致，所以在开发勘探时期广泛被应用。

#### （4）断面法

又称剖面法，是矿床勘探中应用最广的一种储量计算法。它利用勘探剖面把矿体分为不同块段。除矿体两端的边缘部分外，每一块段两侧各有一个勘探剖面控制。按矿产质量、开采条件、研究程度等，还可将其划分为若干小块段，根据块段两侧勘探剖面内的工程资料，块段截面积及剖面间的垂直距离即可分别计算出块段的体积和矿产储量，各块段储量的总和，即为矿体或矿床的全部储量。

断面法的特点是借助勘探剖面表现矿体不同部分的产状、形态、构造以及不同质量，科同研究程度和矿产储量的分布情况。按勘探剖面的空间方位和相互关系，断面法又分为水平断面法、垂直平行断面法和不平行断面法。而在垂直断面法中又可分为两种；一种是按勘探线为划分块段边界的，这是最常用的一种；而另一种则是以勘探线间的平分线为划分块段边界的，又称之为“线储量法”。即每一勘探剖面至相邻两剖面之间二分之一距离的地段，即为该剖面控制的地段，分别计算各块段的储量，然后累加即为矿体或矿床的储量。线储量法主要用于砂矿床的储量计算。

在储量估算中主要解决如下几个问题：

块段是矿体储量计算的基本单元，块段的划分应尽可能考虑地质因素，勘探手段和储量级别等因素，既不能划分过大，也不应划分过小。考虑地质因素：同一块段内产状基本稳定，矿体基本连续，不受断层错动，形态较为规则，矿石类型、工业品级相同，品位比较稳定；考虑相邻块段勘探手段应基本相同，如槽探、钻探、坑探或两种、三种手段的组合。块段划分不宜过大，也不应过小。块段分界线应尽可能以勘探工程间的连线为分界线(剖面法则以剖面为分界线)；同一块段储量级别应当相同；块段编号顺序一般应从上到下，从左到右，或从北到南、从西以东，按不同级别，顺序编号，以便在计算过程中便于检查。

**平均品位的计算方法** 计算平均品位常用的方法有算术平均法及加权平均法。对于那些品位稳定的矿体，可用算术平均法计算。对于品位波动幅度较大的矿体，则应采用样长或矿体厚度加权平均法计算。当采样数量很大时，加权平均

法与算术平均法所求得的结果往往是很接近的,在作了必要的对比以后,亦可用算术平均法来代替加权平均法。地质统计学为储量估算提供了非常好的解决方案。

**矿体厚度计算** 由于钻孔所穿过的矿体厚度与储量计算所需要的矿体厚度方向不一致,因此需进行换算。换算时除涉及钻孔的穿矿厚度、钻孔穿矿的方位及倾角外,尚涉及矿体产状(主要是倾向及倾角等)参数。对于矿体产状稳定者,可采用矿体产状总的平均值作为换算的依据。对于矿体形态比较复杂,产状变化较大者,应使用钻孔见矿处的局部产状,因而,需用图解与计算等方法求得。

**面积计算** 测定面积的方法可分为器械法,图解法及解析法。简要说明如下:即用定极求积仪测定图形面积。通常是将极放在测量图的左方及右方,分别连续测定二、三次,在允许误差范围内求取平均值(精度要求一般为 1%)。对图形复杂面积又小时,可用求积透明板测定之。求积透明板的形式很多,有方格透明板、平行线透明板,双曲线透明板及求积圆盘等。其中以方格透明板和平行线透明板使用广泛而且简单方便。测定时将透明方格纸转动 45°重复统计一次,两次误差小于 3%时取平均值。将所测定的面积划分成长方形、三角形等各种几何图形计算面积。这是最常用和最简便的测定方法,其应用最广。其中以三角形精度最高。纵树法实质就是解析法。是由勘探工程原始数据直接求得积算数据。适用于多边形面积,尤其是形态复杂时工作效率比图解法高。它利用计算机将求差,求积及求和的步骤连续进行,速度快、工效高,方法本身有计算,有检查,准确度高,方法也容易掌握。

**块段体积计算** 对于开采块段法,地质块段法等求块段体积时,一般均为块段投影面积乘其法线方向上的矿体厚度或平均厚度,结合对矿体变化掌握程度选以合适的体积计算公式。

因此在矿产勘探储量估算可视化方面,既要充分考虑其对计算机职能化需求,又要考虑到计算机信息技术能够解决的能力。通过对上述矿产勘探过程的描述,三维地学可视化智能系统的基本功能需求可归纳如下:

(1) 数据的管理 系统应该对地质勘探所获得的资料信息进行科学管理,这些数据包括:

**分析数据** 通过钻孔、坑道、槽探获得的关于地下矿体的品位分布、矿石类型和比重等矿物经济价值信息,它们是计算储量的最基本的资料,应该通过较科



学的数据库技术将它们管理起来。

各种工程图件 这些图件都是地质专家为了辅助储量估算编制的中间性成果。

(2) 三维辅助地质建模工作 要辅助地质专家完成地质勘查过程获取的三维勘探资料建立三维地质模型的工作, 这些工作包括:

从勘探资料形成钻孔柱状图;

单矿体工程圈定 根据矿床工业指标, 包括边界品位、最底可采厚度、夹石容许厚度等参数进行单勘探工程中矿体的圈定和处理。在该项工作中计算机可以完成矿石品位级别的判别、厚度的判别和夹石厚度的判别。能够对传统的单工程圈定过程计算机化, 同时也可以提供用户交互式工作方式。

从钻孔柱状图根据地质概念模型形成勘探剖面图, 需要计算机完成的具体工作有各种工程在剖面位置投影计算、剖面地层矿体的自动生成、剖面矿体的交互圈定、地层、构造的剖面连接等。利用 CAD 技术可以满足该需求。

(3) 储量估算 储量估算是软件的核心, 如果没有这一块, 三维可视化就没有了基础。这方面具体工作有:

传统的储量计算方法 如块段法、断面法等, 计算机可以根据专家指令自动生成块段和剖面, 传统的通过人工计算断面面积和体积都可以由计算机来完成;

克立格储量计算 包括变差函数计算机和拟合、储量空间结构分析、普通克立格法、泛克立格法、指示克立格法和条件模拟等。

储量管理可以对任何块段、盘区储量进行分级管理和品位吨位曲线统计等。

## 2.2.5 综合预测工作

### 一. 统计单元划分与地质变量研究

矿产资源评价是用统计方法研究矿产资源靶区优选和靶区资源量预测问题。用统计方法研究问题必须有统计样品和随机变量, 在一般的统计学研究中, 统计样品和随机变量都是已知的, 例如, 研究一批日光灯的使用寿命, 可以从这批日光灯中随机地抽取一些日光灯作为统计样品来测量它们的使用寿命。这里, 所抽取的每一个日光灯就是一个统计样品, 日光灯的使用寿命就是一个随机变量。然而, 在矿产资源评价研究中, 统计样品和随机变量都是未知的, 需要研究者人为地确定统计样品和构造随机变量, 只有这样才能把矿产资源评价问题转化成数学问题, 进而用统计学方法来评价矿产资源靶区和靶区资源潜力。由于矿产资源评

价中确定统计样品的方式比较特殊，因此，把这种确定统计样品的过程称为统计单元划分，所划分出的统计样品称为地质统计单元。在矿产资源评价中使用的随机变量也需要研究者人为地构造，这种随机变量通常被称为地质变量，是地质找矿标志、控矿地质因素或资源特征等随空间位置不同而发生变化（尖灭、消失、出现，规模增大或变小，质量、数量或性质等发生改变）的一种量化表示。只有划分出统计单元之后，才可以用数值来表示地质找矿标志和矿产资源特征等在不同统计样品中的变化规律，进而构造矿产资源评价中的各种地质变量。因此，也可以这样定义地质变量，地质变量是在不同地质统计单元中取不同数值的随机变量。

由于地质统计单元是研究者人为地划分出来的，因此，就存在着如何划分地质统计单元才能更有效地反映矿产资源特征的空间分布规律问题，以及如何划分地质统计单元才能正确地刻画矿产资源特征与地质找矿标志和地质控矿因素之间统计关系的问题。目前，在矿产资源评价领域存在两种地质统计单元划分方法，一种是阿莱斯提出的网格法，另一种是王世称教授提出的地质体单元法。

#### （一）地质统计单元划分

网格单元划分比较容易，多个子系统都支持网格单元的自动生成。化探信息提取子系统、物探信息提取子系统、证据权重找矿信息量子系统和矿产资源统计评价子系统均支持网格单元的自动生成。

地质体单元具有多种表现形式。常用的有化探异常最小汇水盆地统计单元和地质条件组合统计单元。在矿产资源评价研究中，可以根据工作区具体情况选择网格单元或地质体单元以及地质体单元的具体形式。

1. 如果在工作区可以收集到相同比例尺的 DEM 数据和水系沉积物测量数据，可以选择化探异常最小汇水盆地作为地质统计单元。具体操作步骤是，在区域化探信息提取子系统支持下，首先从 DEM 数据中自动提取水系和汇水盆地，并将各级汇水盆地保存在 MAPGIS 图层中。然后，选择一种地球化学背景与异常分离方法，自动提取地球化学异常并生成地球化学异常图层。最后，将地球化学异常图层与各级汇水盆地图层做空间叠置分析，生成地球化学异常最小汇水盆地图层，作为地质体统计单元。

2. 如果在工作区无法收集到 DEM 数据，可以使用地质条件组合来圈定地

质体统计单元。具体操作方法是，在靶区交互搜索子系统支持下，根据综合信息找矿模型的内容，选择一组地质条件或找矿标志，然后，系统会将同时存在地质条件或找矿标志组合的区域自动圈定出来作为地质体统计单元。

3. 如果在工作区使用汇水盆地统计单元和地质条件组合统计单元所划分出的统计单元数量太少，不满足统计学的基本要求，无法进行矿产资源统计评价，可以直接使用网格单元进行矿产资源评价研究。

## （二）地质变量提取与赋值

在生成地质统计单元后，可以研究各种找矿标志、成矿控制因素和矿产资源特征（产出状态、资源数量）等在地质统计单元集合中的分布情况，也就是确定上述地质因素在各个地质统计单元中的特征并用特定的数值来表示。选取参与矿产资源评价的地质因素的过程，称为地质变量提取；用特定数值表示地质因素在不同地质统计单元中所表现出的特征的过程，称为地质变量的赋值。

不同的地质因素和找矿标志需要用不同类型的地质变量来表示，例如，表示某一种与成矿有关的地质体在地质统计单元中的出露面积，或表示某一种成矿元素在地质统计单元中的平均含量，等等，需要使用定量地质变量；表示某一种找矿标志在地质统计单元中出现与否，需要使用二态地质变量；表示地质统计单元中矿产资源规模的相对大小或矿化强度等，需要使用有序尺度型地质变量。

矿产资源统计评价子系统，提供了自动提取并赋值各种类型地质变量的常用功能。可以按照以下顺序进行地质变量的提取与赋值研究。

1. 提取并赋值“点状”控矿因素构成的地质变量：即从点实体专题图层中提取相应的信息来构成地质变量，可以用二态地质变量表示点实体在地质统计单元中存在与否，也可以用定量地质变量表示点实体在地质统计单元中的分布密度或某种定量观测值（如化探采样点的元素含量）。

2. 提取并赋值“线状”控矿因素构成的地质变量：即从线实体专题图层中提取相应的信息来构成地质变量。“线状”实体可进一步划分为“线性”实体，“等值线”实体和“深大断裂型”线实体。对于“线性”空间实体，可以提取其某一种或几种属性构成地质变量；对于“等值线”实体，可以提取等值线的取值构成地质变量；对于“深大断裂型”线实体，可以计算统计单元到构造线的距离构成地质变量。

3. 提取并赋值“体状”控矿因素构成的地质变量：即从面实体专题图层中提取相应的属性信息构成地质变量。

4. 提取并赋值“面状”控矿因素构成的地质变量：即从面实体专题图层中提取相应的属性信息构成地质变量。

5. 进行组合变量的研究：将某些地质变量组合成复合地质变量，既可以减少原始变量的数量，又可以使地质变量的物理意义更加明确。在 MRAS 支持下，可以将两个或多个原始地质变量综合成一个复合地质变量。

6. 生成矿产资源评价原始数据矩阵：当地质变量提取、赋值及变量组合研究工作完成后，可以在 MRAS 支持下，生成原始数据矩阵作为地质统计单元的属性表。该矩阵中包含地质统计单元的所有信息，如统计单元的规模、矿化等级、地质变量取值等。该数据矩阵是进行矿产资源统计评价的输入数据。

## 二、矿产资源靶区预测研究

矿产资源靶区预测，是根据矿产资源评价原始数据矩阵用统计方法确定每一个地质统计单元的成矿有利程度，再根据地质统计单元的成矿有利程度确定统计单元所属的矿产资源靶区级别，并以此为依据圈定出成矿远景靶区。

目前，矿产资源靶区预测主要通过定量类比的方式来实现。一般来说，常用的多元统计方法都可以作为矿产资源靶区预测的统计数学模型。在 MRAS 中，提供了七种常用于矿产资源靶区预测的统计数学模型。用户可以根据工作区的具体情况选择一种或几种数学模型来预测矿产资源靶区。

### （一）MRAS 中集成的矿产资源靶区预测模型

#### 1. 证据加权模型

在证据权重找矿信息量子系统支持下完成矿产资源靶区预测工作。该模型要求使用二态地质变量，而且，不同地质变量之间必须满足条件独立性。因此，在使用该模型进行矿产资源靶区预测之前，需要将定量地质变量和有序尺度变量转化成二态地质变量，并对二态地质变量做条件独立性检验。在工作区内有一定数量的已知矿床点分布的情况下，可以使用该模型圈定成矿远景靶区。

#### 2. 特征分析法

使用该模型进行矿产资源靶区预测研究，需要输入二态数据，因此，在使用该模型进行矿产资源靶区预测之前，需要将定量地质变量和有序尺度变量转化成

二态地质变量。另外，使用该模型进行矿产资源靶区预测研究，首先需要使用已知的模型统计单元数据建立起统计预测模型，再对预测单元的成矿有利程度进行统计和评价。所以，使用该模型进行矿产资源靶区预测必须进行模型单元的选择。在工作区研究程度较高、模型单元资源规模业已查明的情况下，可以使用该模型圈定成矿远景靶区。

### 3. 找矿信息量

该模型属于统计分析方法。该方法应用于区域矿产预测，在上世纪 60 年代被首先提出（赵鹏大等，1983）。找矿信息量法是将地质、物探、化探、遥感、矿产分布等找矿信息作为基础，以地质异常理论为指导，运用统计的方法计算各控矿因素所提供的找矿信息量，进而确定有利成矿部位。

### 4. 聚类分析

在矿产资源统计评价子系统支持下完成矿产资源靶区预测研究。该模型是一种最常用的多元统计分析方法，通常用于对变量和样品进行无监督分类。该模型需要输入定量数据。因此，在应用上受到一定的限制。在工作区研究程度相对较低的情况下，可以使用该模型圈定成矿远景靶区。

#### （二）矿产资源靶区预测方案的确定

在矿产资源统计评价子系统支持下，划分地质统计单元、提取地质变量并形成原始数据矩阵以后，需要按照工作区的实际情况，确定矿产资源靶区预测的具体方案。更确切地说，是根据工作区勘探程度和研究程度，选择适当的统计预测模型，进行矿产资源靶区预测研究。如果工作区勘探程度和研究程度均较低而且原始数据主要以定性数据为主，可以选择数量化理论 III、数量化理论 IV 和 ART1 神经网络模型圈定矿产资源靶区；如果工作区勘探程度和研究程度均较低而且原始数据主要以定量观测数据为主，可以选择聚类分析模型预测矿产资源靶区。在工作区勘探程度和研究程度均较高，存在许多已知的矿床和矿点而且它们的矿产资源量业已查明的情况下，可以选择特征分析模型和 BP 神经网络模型预测矿产资源靶区。

1. 在工作区勘探程度和研究程度均较高的情况下预测矿产资源靶区的实施方案：

第一步，进行模型单元的选择。在 MRAS 中，提供了两种模型单元的选择



方式。一种方式是，用户根据自己的实际经验人为地选择模型单元；另一种方式是，借助于统计数学方法选择模型单元。在 MRAS 中，可以选择数量化理论 III 或数量化理论 IV 来选择模型单元。

第二步，定量数据离散化。在 MRAS 中，可以人为地输入阈值，将定量数据或有序尺度数据离散化为二态数据，也可以借助于统计数学方法将定量数据和有序尺度数据离散化。可以选择信息量法或相关频数比值法将定量数据和有序尺度数据离散化成二态数据。

第三步，资源靶区预测变量的筛选。在 MRAS 中，可以选择列联表法、相似系数法和匹配系数法筛选矿产资源靶区预测变量。从而使参与矿产资源靶区预测的地质变量是与矿化关系密切的地质变量。

第四步，用特征分析和 BP 神经网络模型预测矿产资源靶区。可以两种方法同时使用，并对靶区预测结果进行对比。也可以只使用一种方法来预测矿产资源靶区。

第五步，对靶区预测结果的可靠性进行综合分析。根据预测靶区所处的构造部位、成矿条件和找矿标志特征分析预测靶区的可靠性。

2. 在工作区勘探程度和研究程度均较低的情况下预测矿产资源靶区的实施方案：

第一步，根据原始数据特点，选择统计预测模型。如果原始数据基本上是定量观测数据，可以选择聚类分析方法预测矿产资源靶区；如果原始数据基本上是二态数据，可以选择 ART1 神经网络模型预测矿产资源靶区；如果原始数据是定量和定性混合型数据，可以选择数量化理论 III 和数量化理论 IV 预测矿产资源靶区。

第二步，对不同预测模型的预测结果进行比较并对靶区预测结果的可靠性进行综合分析。根据预测靶区所处的构造部位、成矿条件和找矿标志特征分析预测靶区的可靠性。

### 三、资源量预测研究

资源量预测是在一个较大的区域内，对某一种或几种矿产资源的总量进行统计评估。资源量预测有两种方式，一种方式是总和式资源总量预测；另一种方式是非总和式资源总量预测。不同的资源总量预测方式，可以使用不同的统计方法

来实现。总和式资源总量预测可以选择使用德尔菲法、面金属量法、丰度法、蒙特卡落法和区域价值法；非总和式资源总量预测可以选择使用数量化理论 I、逻辑信息法和品位-吨位法。

### （一）非总和式资源总量预测方案设计

在矿产资源统计评价工作区，实施非总和式资源总量预测，可以采用如下的三种方案：

1. 逻辑信息法：要求输入二态数据。用于建立预测模型的标准统计单元必须按成矿规模分组，每一个组内的标准统计单元数目必须相同，一般每个组内包括两个标准统计单元。划分在同一组内的标准统计单元成矿规模必须相同。用逻辑信息法可以预测出每一个地质统计单元的矿产资源规模所属的级别，进而计算出其平均意义下的资源量。将所有统计单元的预测资源量都加起来，便得到了工作区的预测资源总量。

使用逻辑信息法预测资源量的实施步骤如下：

第一步，选择标准统计单元。可以采用与资源靶区预测相同的方式选择标准统计单元。

第二步，定量数据和有序尺度数据二值化。两种方式将定量数据和有序尺度数据二值化，第一种方式是，人为地输入阈值将定量数据和有序尺度数据二值化；第二种方式是，借助于统计方法将定量数据和有序尺度数据二值化。数据离散化可供选择的统计数学方法有秩相关系数法和信息量法。

第三步，资源量预测变量的筛选。可以使用方向系数法和变异序列法筛选资源量预测变量。

第四步，用逻辑信息法预测资源量。

2. 数量化理论 I：该模型相当于多元线性回归分析。可以同时输入定量和定性两种类型的数据。该模型是根据找矿标志和控矿因素组合与矿产资源量之间存在的相关关系，以资源量为因变量，以其它地质变量为自变量，根据模型统计单元集合的观测数据建立起多元线性回归模型。再用该回归模型预测非模型单元的资源量，将所有地质统计单元的资源量加起来就得到了工作区矿产资源总量。该模型预测结果是否可靠，可以使用复相关系数、偏相关系数和方差比等来衡量。

使用该模型预测资源量的实施步骤如下：

第一步，选择模型统计单元。可以采用与资源靶区预测相同的方式选择模型统计单元。

第二步，资源量预测变量的筛选。可以使用方向系数法和变异序列法筛选资源量预测变量。

第三步，用数量化理论 I 预测资源量。

3. 品位-吨位法：该方法是假设未发现的矿床和已发现的矿床具有相同的概率分布。根据已发现的某一种类型矿床的品位和吨位数据，建立矿床品位与吨位之间统计关系的数学模型。再根据该模型评价预测区相同类型矿床的资源量。

### （二）总和式资源总量预测方案设计

1. 蒙特卡洛法预测资源总量：蒙特卡洛法是一种随机抽样模拟方法。其预测结果是资源总量的累积概率分布。该方法的基本思路是，首先建立资源量与资源参数之间的函数关系，然后，用随机抽样的方法模拟出资源参数的统计分布，再根据资源量与资源参数之间的函数关系计算出资源量的统计分布。

2. 德尔菲法：该方法是根据不同专家的意见进行综合，最后得出一致性的结论的统计方法。

3. 面金属量法：该方法是利用矿体金属量和次生晕异常金属量之间的关系预测资源总量。方法的基本思路是，根据已知矿体及其次生散晕（或分散流）资料，建立次生晕（或分散流）中异常金属量与已知矿体金属量之间的函数关系，再将其外推到其它的次生晕（或分散流）异常中，从而估计出特定地区的矿产资源总量。

4. 丰度法：该方法是根据工作区内的某种矿产资源储量与该元素在该地区的丰度之间的关系，估计工作区矿产资源总量。方法基本思路是，根据模型区求出成矿元素的富集系数，将它外推到地质环境相类似的未知地区，求出预测资源量。

5. 区域价值法：将模型区单位面积内矿产资源估计价值外推到地质条件相似的地区，从而计算出预测区矿产资源的总价值。

## 第三节 MRAS 探矿者软件系统总体设计

MRAS 探矿者系统软件不仅需要对原始勘探资料和地质编录成果数字化，有效管理、分析、二维-三维可视化表达地质勘探多元数据，构建地质学家理想的立

体勘探辅助决策模型,科学计算矿床资源储量和实现储量动态管理和计算机辅助制图。同时,还要满足深部矿产综合信息定量预测的业务流。以基础地质资料作为数据基础,成矿规律作为找矿的地质理论指导,到在地质数据模型上进行找矿分析,实现多元-多维海量数据管理与可视化、预测要素三维建模、基于数理模型的异常空间构建以及预测变量集成融合可视化等功能。

矿产预测是在系统开展多尺度综合地质测量的基础上,以成矿系列理论和“三位”一体找矿模型为指导,对各种已有的地质、物化探、遥感等资料进行综合分析。在前期基于二维 GIS 的多元信息综合预测找矿研究的基础上,通过三维数字矿床模型和矿集区-矿田构造三维模拟,研究矿田构造对典型矿床的控制规律,从而建立三维立体找矿模型。在此基础上,研究矿产的空间分布规律。运用数学地质定量预测手段,定位矿床三维空间产出特征,并进行资源量的定量评价。

探矿者地质矿产勘查系统可以由四个层次组成。第一,基础层:主要指数据驱动和可视化引擎;第二,接口层:主要指针对多元-异构数据的复杂信息分析等的组织方式,例如高内聚、低耦合、高伸缩、可进化的系统构架等;第三,功能层:主要指空间数据库管理、二维编辑、三维建模、储量估算、异常信息提取以及多元信息综合预测评价等功能实现;第四,用户界面(UI):主要指交互操作、树形文件管理、菜单栏、工具条等。如图 2-3 所示。

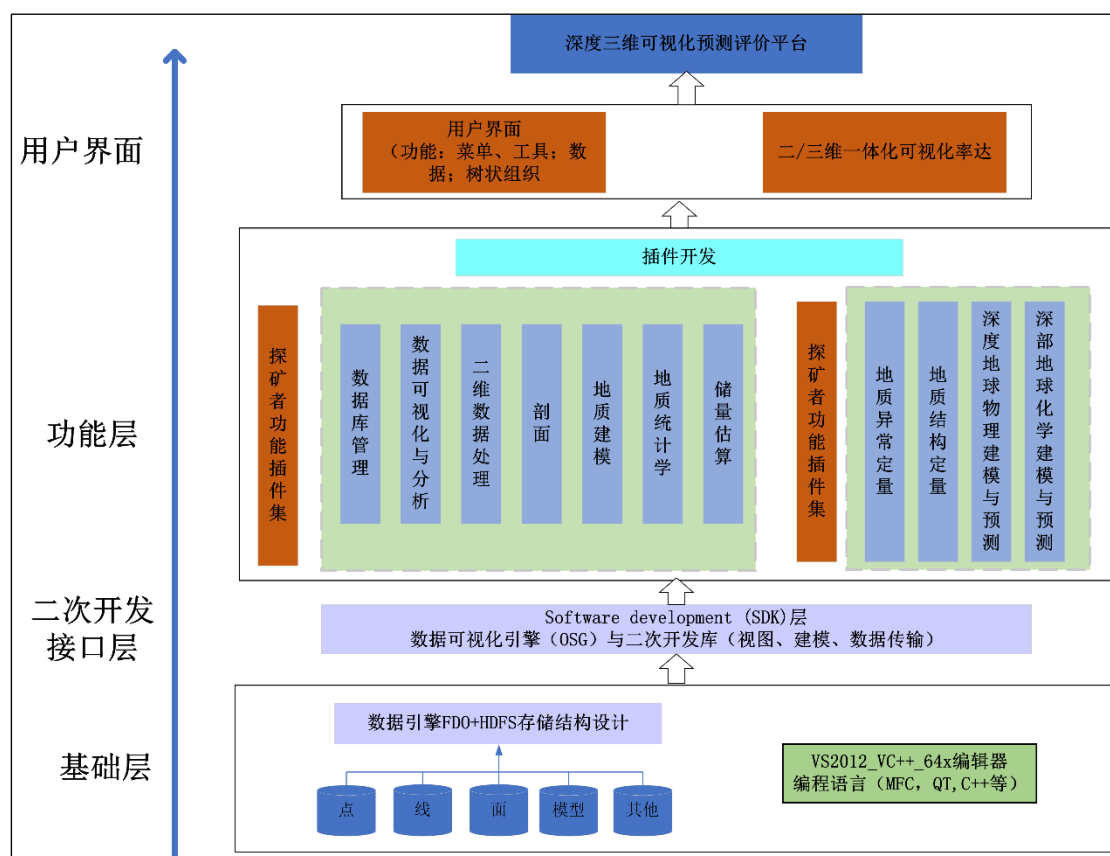


图 2-3 软件系统总体架构示意图

第一，在区域成矿规律研究的基础上，在研究区收集整理地表多元数据采样并应用二维 GIS 技术综合地、物、化、遥等多元信息，构建二维空间数据库，空间定量表征区域成矿规律，开展区域成矿预测工作，定位找矿远景区，定量评估资源潜力。

第二，矿产预测要从二维平面预测向三维空间立体预测转化，通过广泛收集研究区数据，进行整理、转化到最终形成各类地学信息在三维空间上的分布模型。根据研究区范围的不同可能是矿山、矿田、矿集区，通过三维建模技术能够建立的地学模型，不仅包含传统地质模型，如地层模型、构造模型、岩体模型等，还包括多元地学信息如地球物理的场态特征和强度三维模型，地球化学的元素质量分数分布三维模型、原生晕三维模型，工程模型如钻孔模型、巷道模型等，其他模型如岩心光谱、蚀变信息的三维模型等，为找矿标志的提取提供基础资料。同时，针对不同的矿产类型、地质条件、预测要素，所需收集的资料又可能有所差别，侧重的方面也可能不同，但最终都是使建立的研究区三维地学模型能直观显示研究区深部信息。同时，目前矿产资源深部预测面临着信息不对称、地质模型



不完善、深部信息匮乏与模型不确定性增加等问题。

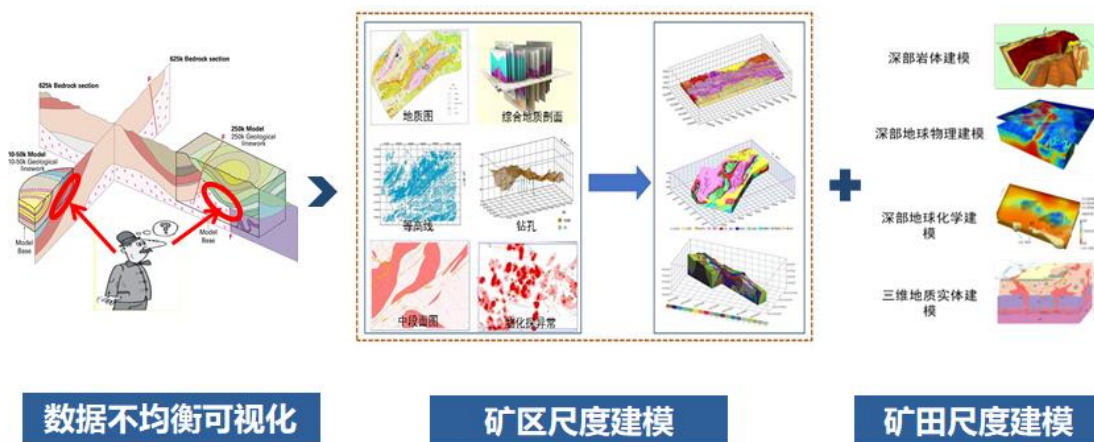


图 2-4 矿集区-矿区三维建模内容

第三，三维模型数据库主要内容覆盖真三维地学模拟、地面与地下空间的统一表达、三维拓扑描述、三维空间分析、三维动态地学过程模拟等问题。建模可视化对象主要覆盖矿床-矿集区等两个尺度内容（图 2-4）。在矿床尺度，首先，由数据表组成的（如钻孔和地表）测量数据。其次，各类与矿体相关的地质以及地球化学、蚀变矿物填图、其他物化遥等。第三，地质、矿产相关的文档，如地质报告。第四，建立典型矿床的三维立体数字矿床模型。主要包括三维槽-井-坑-钻孔模型，三维矿体-地层-构造-岩体的地质体与构造面模型，三维蚀变矿物-地球化学模型等找矿标志。同时，矿集区尺度开展矿田构造的三维模型模拟，研究矿田构造对矿床的控制规律。矿田构造三维模拟需要根据矿田构造解析成果，结合地质填图、钻探工程、物化探深部地质成果，研究重要控矿构造空间展布特征、样式及控矿规律。这些模拟包括重要含矿岩系厚度及分布、岩体顶界面、导矿断裂构造、重要岩性界面、褶皱曲面、火山机构、变质变形构造模拟等。研究矿田构造模拟成果与矿体之间的关系，总结相应的控矿规律，建立构造控矿模型。由此，三维预测资料数据库构建如图 2-5 所示。

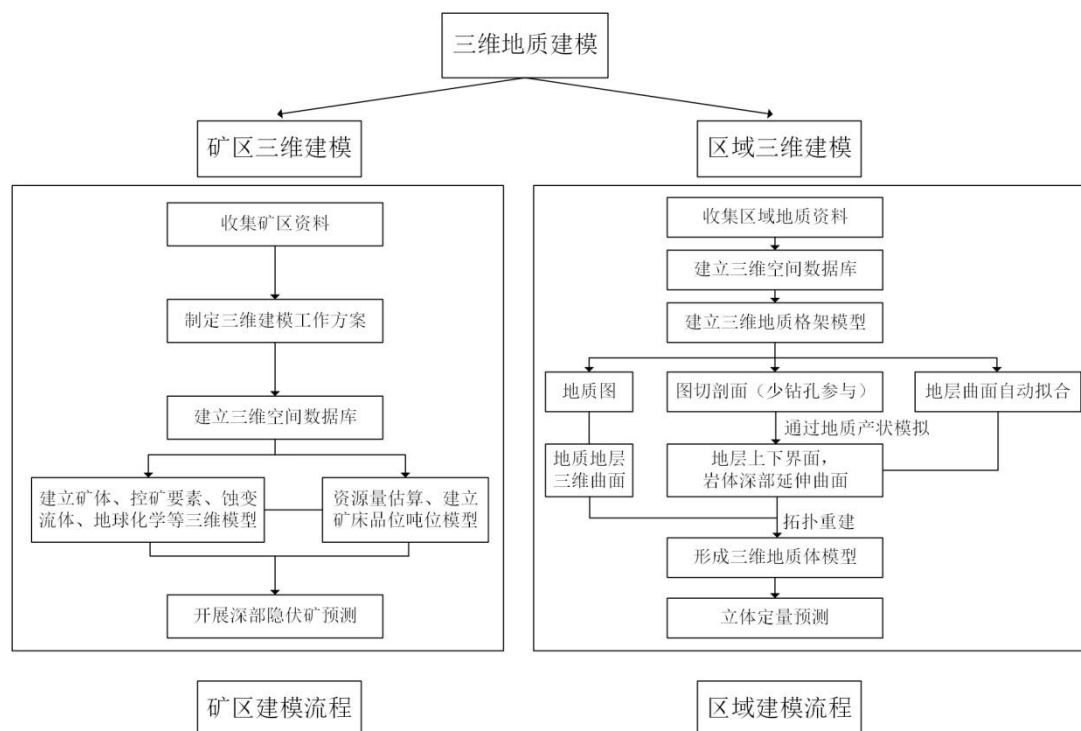


图 2-5 矿集区-矿区三维建模流程

第四，成矿异常空间构建。赵鹏大院士指出，地质异常是指在成分、结构、构造或成因序次上与周围环境有明显差异的地质体或地质体的组合。地质异常通常导致地球物理场、地球化学场及遥感影像的异常。基于找矿模型，定量分析各成矿有利信息与矿化分布关联关系对找矿预测至关重要。深部矿产预测评价系统需要满足针对地层控矿因素分析、构造控矿因素分析、岩浆控矿因素分析、地球物理找矿标志分析、地球化学找矿标志分析和遥感地质找矿标志分析等六个部分。

第五，靶区圈定主要参考研究区各处成矿有利度值空间分布情况。成矿有利度反映着成矿可能性的大小，它是圈定靶区的依据。通过对研究区地质模型、成矿模型及数学模型等不断分析总结及修正，并应用 GIS 技术等对矿区进行的数字化模拟，建立量化的预测模型后，选择合适的数学方法对预测单元所包含的信息数据进行统计处理，计算得到各预测单元的找矿有利度，进而确定找矿靶区。由此，深部综合信息定位预测是从成矿规律作为找矿的地质理论指导，以基础地质资料作为数据基础，到在三维地质数据模型上进行找矿分析，实现三维层面的矿产资源定量的预测评价。

第六，资源潜力评价。通过已知采样点数据对预测模型进行空间插值，以求

得未知部分的平均品位、吨位、体积和金属量等信息，而深部预测资源量评估需要在三维空间中进行。

第七，自主知识产权是深部矿产三维预测系统推广、维护、升级的主要思路。本课题研究继承了前期工作所形成的不依赖于任何商业平台的开发思路，坚持软件独立自主。同时，预测软件系统开发需要体现其专业性。因此，本课题需要研制深部矿产三维预测系统的数据驱动-可视化引擎-系统架构等底层功能。

综上所述，深部矿产三维预测系统以“三位”一体定量预测评价模型为指导，实现从二维平面预测向三维空间立体预测转化，具备区域-矿集区-矿区多尺度预测评价功能。其中，重点实现矿集区-矿区的多尺度三维地质数据模型找矿分析，实现三维层面的矿产资源定量的预测评价，如图 2-6 和图 2-7 所示。

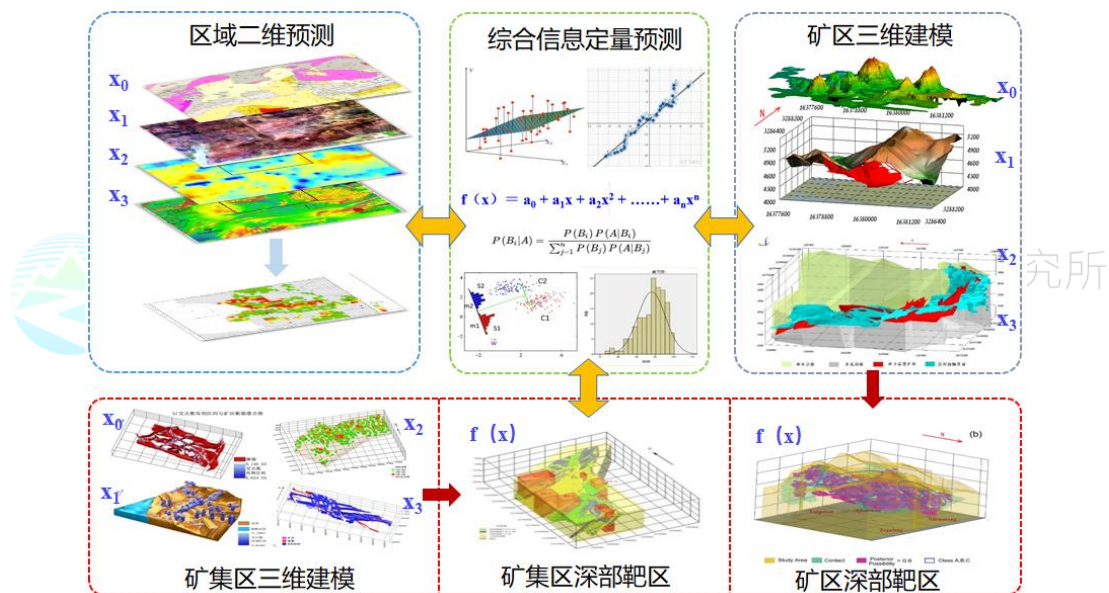


图 2-6 探矿者软件矿产综合信息预测评价示意图

探矿者地质矿产勘查软件研发了大量多学科分析处理功能，有效组合和整合上述功能，工作量巨大。通过对高内聚、低耦合的插件技术的研究，将系统界面、交互操作、数据驱动和功能模块离散化为松散的插件单元，既可相互独立又能够相互通讯，以高伸缩、可进化的系统构架，形成集深部成矿构造、地质地球物理三维建、地质地球化学成矿预测、时空多尺度热液成矿作用动力学数值模拟等为一体的预测评价平台。

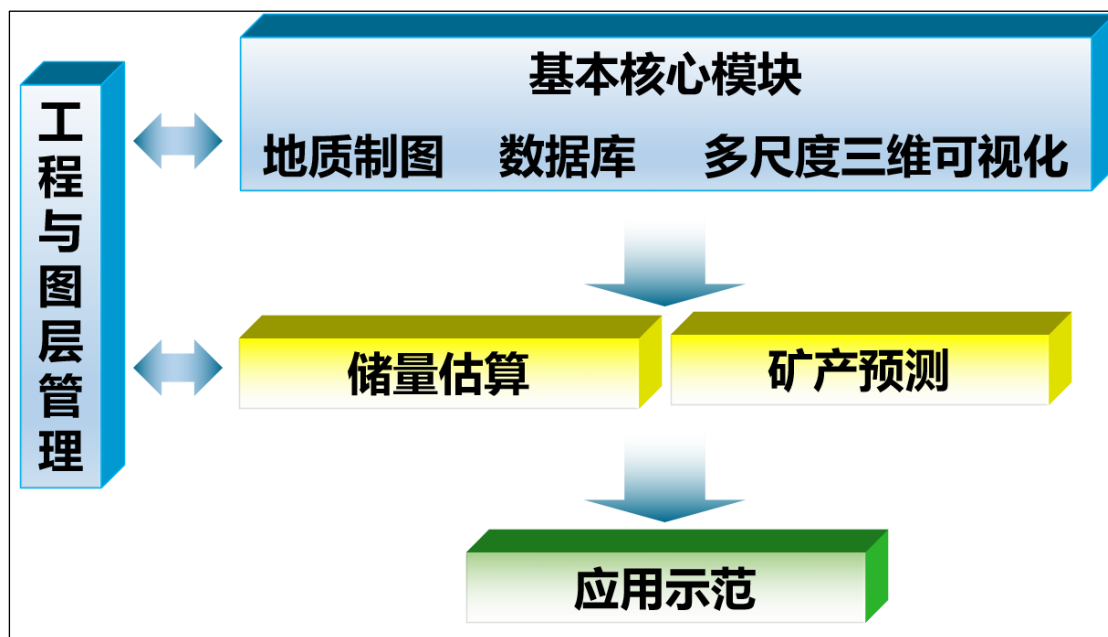


图 2-7 探矿者地质矿产勘查软件系统主要功能示意图

为了解决当前数据种类繁多、功能较为复杂等问题，实现多方法模型协同工作，课题研究并实现了采用基于高内聚-松耦合插件技术的功能集成架构结构。插件技术把整个应用程序分成宿主程序和插件两个部分，宿主程序与插件能够相互通信，并且在宿主程序不变的情况下，可以通过增减插件或修改插件来调整和增强应用程序功能。

目前，软件复用的方法包括三种。（1）dll 式：执行程序直接依赖和调用动态库中的函数进行系统编译和构建。好处是实现同类型功能的代码共享与复用，主要问题是编译繁琐，存在强耦合依赖。（2）组件式：利用 Windows 注册表记录每个功能组件的全球唯一编号。好处是组件与执行程序之间松耦合，主要问题是严重依赖注册表，易出现同一功能组件的版本冲突。（3）插件式：利用 DLL 的动态加载技术，实现功能的高度聚合和加载、卸载。好处是插件之间、插件与执行程序之间松耦合。容易实现界面与功能的分离，提高软件的稳健性和可扩展性。

本系统采用基于“框架+可聚合插件+功能库”形式的构建二次开发体系和软件结构。本框架中的插件类型含有：界面插件、数据层插件、交互插件和功能插件，其中界面插件有视图插件、菜单栏插件、数据树插件。全插件式框架的系统构建方式，将系统 UI 与具体功能分离开来，在保证功能完备的基础上具有高度的可扩展性，为后续系统功能的延续提供基础。同时，系统将配置接口留给用户，用户可以任意组合插件内的功能，构建出适合每个用户本身的系统操作环境。



### （一）实现多种类型插件接口的定义与封装

本系统中的插件划分为数据插件、功能插件、界面插件等。

功能插件主要提供针对数据的操作和分析功能，通过插件接口标准的设计，可以使插件平台通过统一的程序接口来识别和调用不同的模块，以实现不同功能的调用，完成程序功能的扩充。项目开发人员可将系统功能封装为多个功能项，自由挂接到应用系统架构中。功能插件主要包含深部三维地质建模与可视化模块、深部矿产资源预测模块、深部成矿构造三维分析与建模预测功能模块、深部矿产地球物理信息的识别与反演模块、深部矿产地球化学三维建模与预测功能模块五大功能模块。每个功能插件中有三个模块，注册、执行和消息处理，以此来完成插件的插拔与具体的功能实现。

数据插件则采用“工厂-容器-元素”的数据继承关系的维护，其本质是提供地质数据的逻辑组织功能。系统用户可以按照自己的需求，对数据进行重新分类管理，而不影响实际地质数据的存储位置和关系，从而实现数据的集中管理与定制。下图给出的是本课题应用系统的架构图。数据插件是为解决地质数据海量多源异构的问题，研发基于数据字典的数据插件。

插件平台的内核部分包括插件数据表工作区和基础工作区，数据表工作区操作的数据文件的存储采用嵌入式数据库 Sqlite 进行管理，基础工作区定义了功能插件和数据插件的接口标准，同时规定了插件间的通信机制。平台的管理部分包含三个管理器：数据插件、插件配置和界面管理，简化了宿主界面的设计工作。

界面插件包括视图插件、工具栏插件、菜单栏插件以及图层插件等。

### （二）实现插件之间的消息通讯

插件与插件、插件与宿主程序之间所进行的数据通信是依据为消息机制，当用户在进行操作的过程中需要其他插件进行响应，则当前插件将预先定义的消息送出，由宿主程序进行接收在进行发送。插件接收消息之前首先需要注册消息，若消息仅需要某一插件进行响应，则宿主程序会将该消息发送至该插件；若消息需要其他所有的插件进行响应，宿主程序则将消息进行广播，其他所有插件均可以对该消息进行响应。

### （三）插件在应用框架中的主要工作流程

启动宿主程序，并加载插件的描述信息。首先必须要定义好插件的规范化的



描述信息，系统启动时，会首先加载这些插件的描述信息。

宿主程序得到插件的存储位置信息。从插件的描述信息中通过解析接口，获取插件的存储位置，以便能正确地加载插件。

宿主程序根据位置信息加载插件。宿主程序根据得到的插件存储位置信息动态加载插件。

判断该插件是否能够被宿主程序正确地识别。调用被加载的插件的导出函数，这个导出函数是插件的一个接口，通过这个接口来判断和识别该插件是否是这个应用系统的插件。

得到插件的名称、图标及其他重要信息。通过接口得到插件的相关资源和其他的信息。这些资源主要用来构造系统的界面显示。

在宿主程序中将插件的名称等资源与插件的位置做好映射。做这个映射的主要目的是因为在宿主程序的界面中看到的图标等资源是由各个插件中的图标等资源构成的，插件虽然驻留在宿主程序的进程地址空间中，但是不在宿主程序中建立插件的图标与插件存储位置的映射关系的话，就无法正确调用相应的插件，所以需要将插件资源与原插件的存储位置之间做一个映射关系，以使用户在点击宿主程序的界面时能够正确调用到插件本身。

宿主程序将这些插件的名称、图标等资源的副本加载到自己的进程地址空间中，更新系统的界面显示。宿主程序在这一步中主要根据相关插件资源的副本，将这些资源显示到界面上来。

当用户点击后，根据建立的映射关系，调用相应的插件。当用户点击宿主程序上的图标时，根据映射关系，找到相应的插件，通过调用相关的接口来实现对插件功能的调用。

本系统设计了一种简单易用的界面配置器，实现视图、工具栏各功能项、工程管理的一键式搭建和管理。如工具栏中功能项的增加、删除、移动及图标管理，均可以通过该配置器进行操作，此外，用户也可以自由的根据自己的喜好配置专属于自己的个性化界面。

界面配置器提供多视图绑定切换菜单功能，菜单配置如图 2-8 所示，需创建对应的数据库、二维和三维菜单，绑定不同的视图。其下一级菜单为分组名，再下一级菜单项为具体的功能按钮。

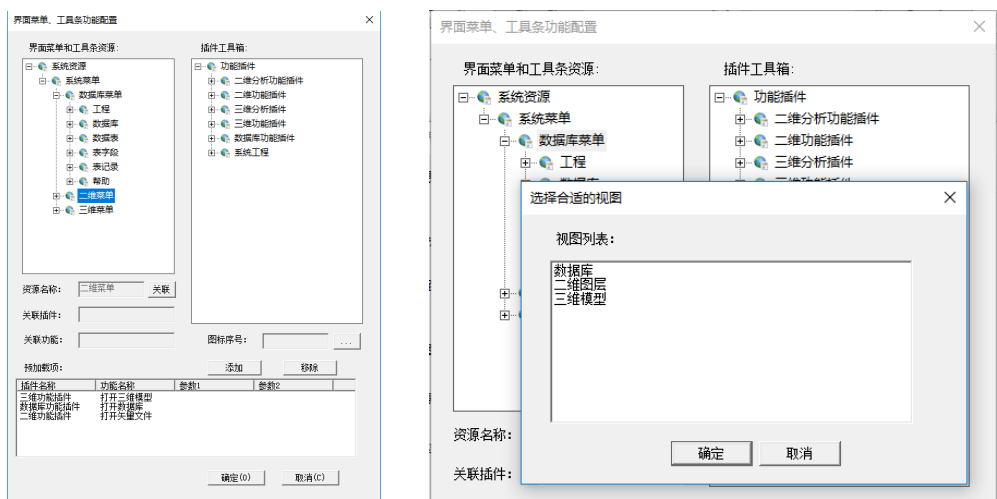


图 2-8 界面配置器与插件绑定

系统插件主要包括工程与图层管理、数据库管理、二维地质制图、多尺度三维可视化、储量估算、异常空间构建、综合信息定位预测、交互操作、用户界面（含菜单和工具条）等主要功能，则上述功能的插件关系如图 2-9 所示。本课题组一共开发了 20 个功能插件，如表 2-1 所示。

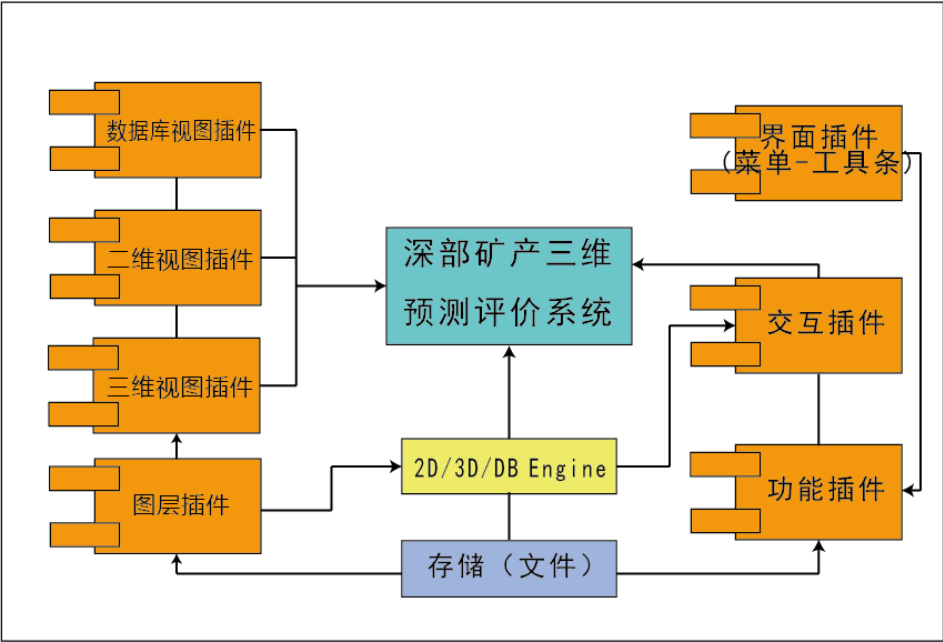
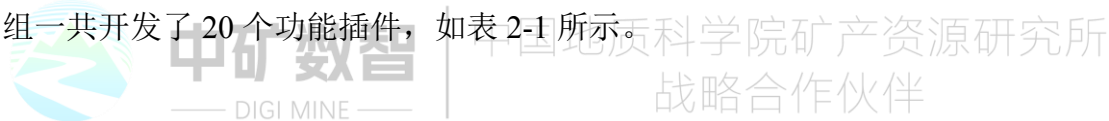


图 2-9 深部矿产三维预测系统主要插件关系图

表 2-1 主要插件

类型	核心库名称	功能名称
核心 插件	Twodimension.dll	二维-三维编辑与建模
	Prospectivity.dll	空间分析、储量估算与 成矿预测
框架 插件	GFrame.dll; OgAux.dll; OGView.dll; OGRRenderEngine.dll; OgComm.dll; OGGeo3DLib.dll; OG2DView.ogx; MEDatabase.ogx; OG3DView.ogx	框架消息转发、数据模 型、可视化引擎等
图层 插件	T3DLayerPlugin.ogp; FuncPlugIns_2DInMER.ogp	数据库视图；二维视 图；三维视图
功能 插件	3DInMER_FuncPlugIn.ogp; 3DInMERAnalysis_FuncPlugin.ogp DBInMER_FuncPlugIn.ogp; DbLayerPlugin.ogp; FuncPlugin_AnalysisIn2D.ogp; QuantitativeAssessment.ogp	数据库菜单；二维菜 单；三维菜单；储量估 算；综合预测等功能



**中矿数智**  
— DIGI MINE —

中国地质科学院矿产资源研究所  
战略合作伙伴

## 第三章 矿产资源评价工作流程及设计

GIS 应用系统设计主要根据前述用户需求，研究应用系统的信息数据结构、数据流程、系统主要功能等。

### 第一节 矿产资源评价系统的总体结构设计

#### 1.1 矿产资源评价的数据库结构及流程

矿产资源 GIS 评价系统研制的基本目的是对地质勘查所积累的地质、地球物理、地球化学、遥感等数字化信息进行综合分析。矿产资源 GIS 评价系统的数据库结构及其流程，显然必须代表通行的矿产资源评价流程。前述已讨论过目前国内常用的矿产资源评价方法体系，其一般评价过程可表达为图 3-1，即为地质、地球物理、地球化学、遥感资料整理，成矿信息提取，数据处理，数据综合定量预测及成果表达等。相应的矿产资源 GIS 评价系统其一般的空间数据流程，可表达为图 3-2。

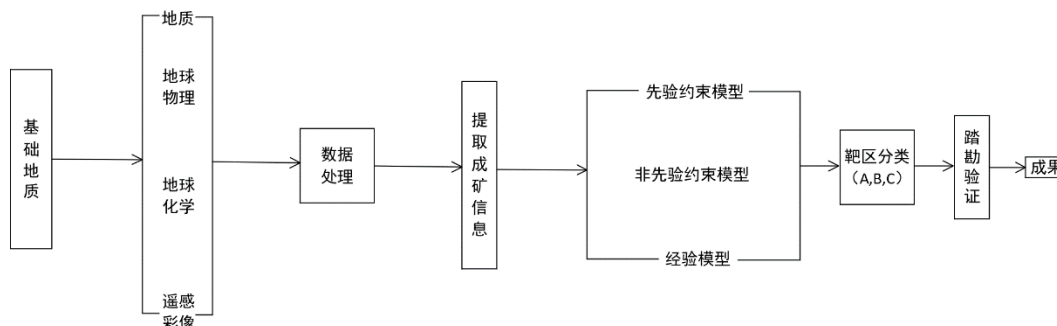


图 3-1 矿产资源一般评价过程

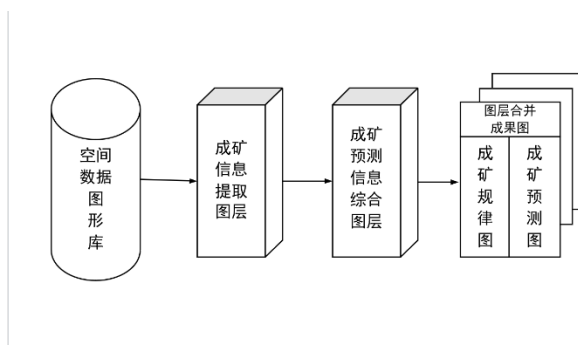


图 3-2 MRAS 系统数据库流程

GIS 矿产资源评价空间数据库可以通过图层（Coverage）方便地、有序地进

行管理。图 3-3 是 GIS 矿产资源评价地质、地球物理、地球化学、遥感空间数据库的概念模型，它是采用层状树形结构来管理图层，图层是代表着具有相同特征的地理实体，在一定空间范围的集合，由点、线、面图元构成。具有有机联系的图形，它的几何特性是用网络拓扑结构表达；而图元实体的属性是采用关系数据库表达。它们之间的联系，采用图元用户标识号这一关键技术来实现。关于空间数据库系统设计，通常可分为概念设计、逻辑设计及物理设计等阶段。

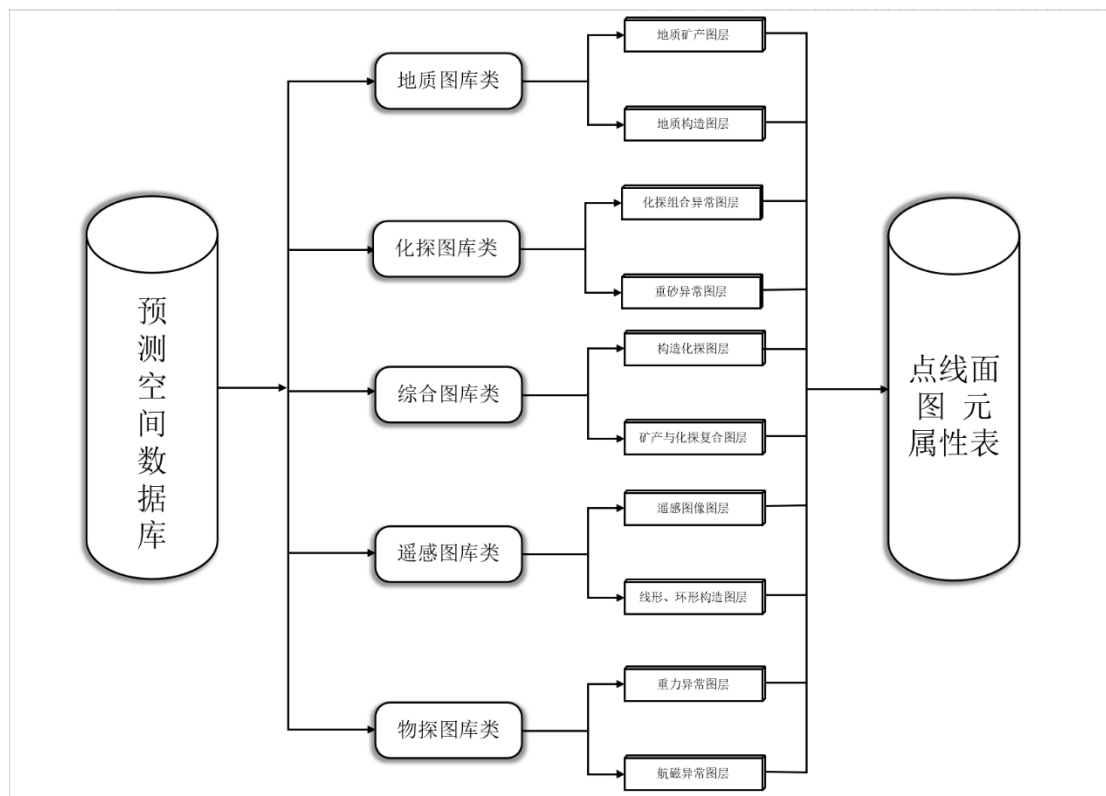


图 3-3 MRAS 数据库概念模式图

关于矿产资源评价系统的数据库，由于研究地区、研究矿种、预测精度、预测资料水平千差万别，这就要求 MRAS 系统必须支持开放性空间数据库。

成矿信息提取图层，是从研究地区的基础空间数据库出发，通过各种专门的成矿信息方法，生成一些中间性图层。如对地球化学数据处理进行累乘累加，形成综合异常图层，这些中间性数据图层往往更具有丰富的成矿信息。MRAS 必须像数据仓库一样，能够对成矿信息提取源源不断产生的图层进行接纳与管理。

为了全面地综合多元成矿信息，确定成矿信息的重要性，本课题提出了建立 GIS 矿产资源评价“独立条件图层”概念。所谓独立条件图层，就是能够将原始



空间地质、地球物理、地球化学、遥感数据、成矿信息提取所生成的中间图层信息统一起来，形成便于矿产定量预测的图层。在 MRAS 系统，采用具有拓扑结构的多边形区图层表达。其独立性体现在其由计算机根据一定准则自动生成的有别于其它图层的图层；条件性体现在预测图层，如果按规则网格划分，则是根据研究区的矿点分布状况给出；如果按非规则单元划分，则主要根据矿床存在的必要性条件来确定单元的。在 GIS 有了独立条件图层的概念后，便可以借助于矿产统计预测思想，运用 GIS 空间图层迭叠功能，实现定量预测自动化。

## 1.2 矿产资源评价系统的总体结构

依据对 GIS 矿产资源评价数据结构流程及成矿信息的提取与综合，分析需求研究，总结 MRAS 系统的总体结构如图 3-4。

由于大多数 GIS 软件已提供了丰富的空间数据库的输入及管理系统程序，所以 MRAS 系统研制的重点在成矿分析中的成矿信息提取分析，及矿产资源成矿信息的综合评价两大系统上(图 4-5)。

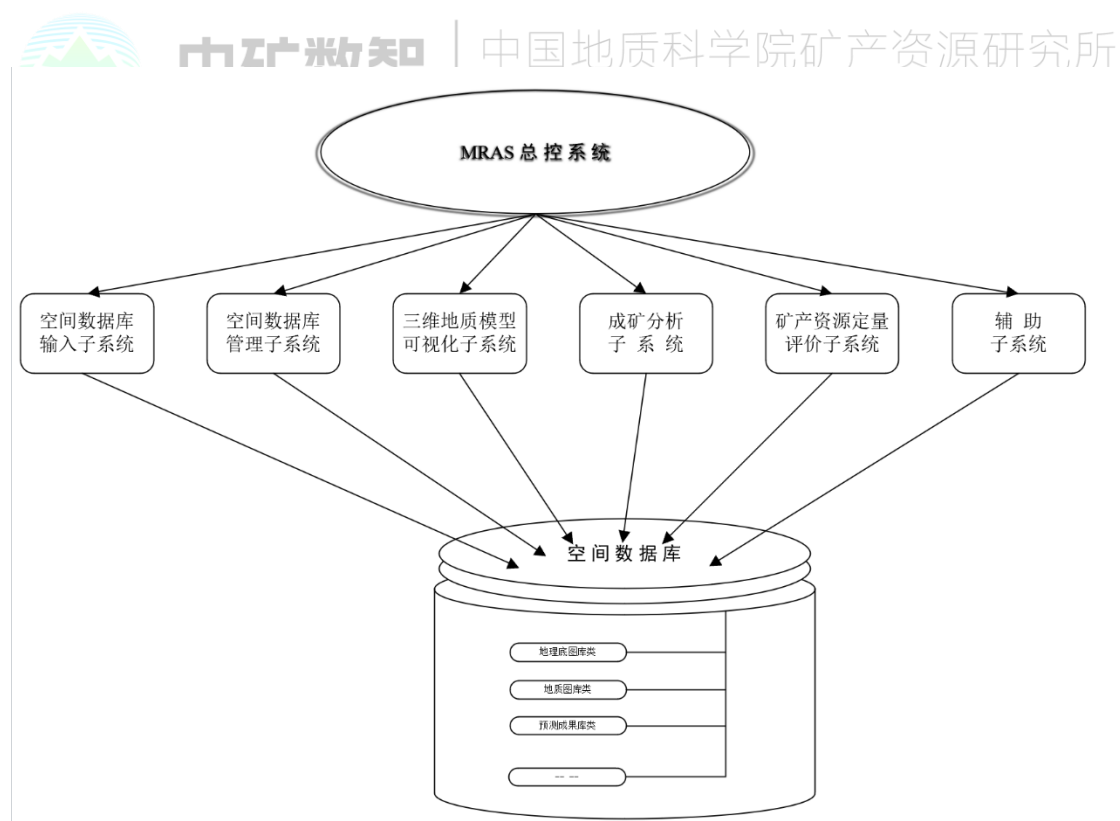


图 3-4 矿产资源评价系统总体结构

### 1.2.1 成矿信息提取分析系统

包括如下子系统:

1. 基于 GIS 重磁分析子系统;
2. 基于 GIS 地球化学异常分析子系统;
3. 基于 GIS 空间地质统计学子系统;
4. 地质三维可视化子系统;
5. 遥感图像处理子系统。

考虑到MAPGIS已提供了可为成矿分析使用的专门地学遥感图像处理系统,本次未在其上做进一步图像处理开发,而采取嵌入式将MAPGIS图像处理系统加入到本系统。

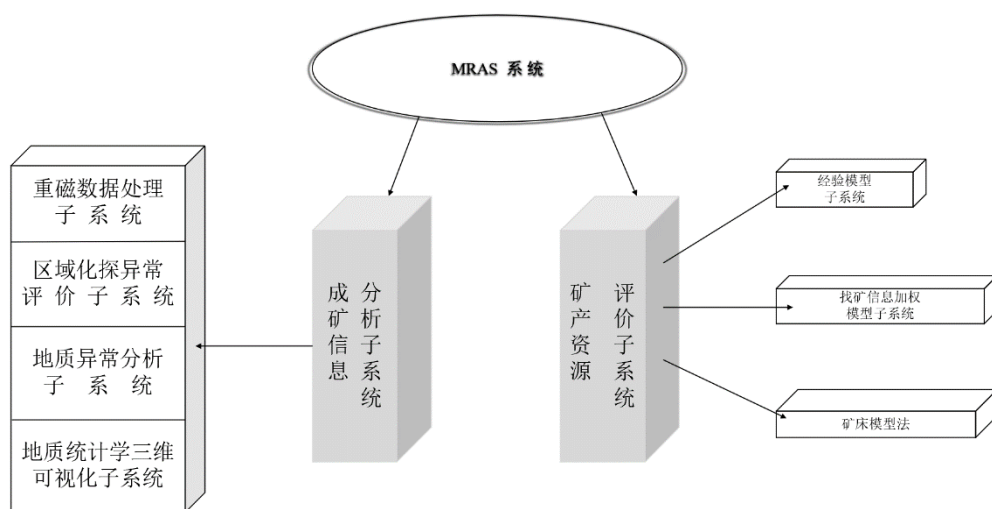


图 3-5 MRAS 系统构架图

### 1.2.2 矿产资源成矿信息综合评价子系统

包括三个模型。主要完成多元成矿信息的综合,根据多元空间成矿信息进行资源潜力的综合评价。

成矿信息空间等权经验搜索模型

根据地质专家总结的找矿标志组合,完成研究区域满足条件的人工交互式搜索。

找矿信息加权模型

提供了证据加权和找矿信息量两种模型。

### 矿产资源成矿信息综合评价模型

该模型有机地将基于矿床模型定量评价与 GIS 方式结合起来。

## 1.3 MRAS 系统开发的软硬件环境

### 1.3.1 硬件环境

考虑到目前 GIS 向微机化个人应用的重要发展趋势, MRAS 系统开发主机的标准配置为奔腾系列, 内存大于 16 兆, 硬盘为 1G 以上, 基本外设有 A0 幅彩色喷墨绘图仪、A4 彩色扫描仪等。

### 1.3.2 GIS 软件平台的选定

目前 GIS 平台较多, 国内 PC 机市场比较流行的软件平台有 PC ARC/INFO、MAPINFO、MAPGIS 等软件。通过大量的软件价格性能比来看, 国外 GIS 软件如 ESRI 公司的产品其技术先进性是不容置疑的, 但价格太高了。自八十年代以来, 在原地矿部科技司支持下, 中国地质大学推出了 MAPGIS, 在国家科委 GIS 平台测试获得专家一致好评。我们自九四年使用开发该软件系统, 通过实践, 我们认为 MAPGIS 已基本满足矿产资源评价二次开发的要求。MAPGIS 的系统结构可用图 4-6 表达。

MAPGIS 系统的主要特点有:

1. 以 WINDOWS 为平台, 采用 C++语言开发, 用户界面友好, 使用方便;
2. 以扫描仪输入和数字化仪输入为主要手段;
3. 具有极强地图编辑功能;
4. 具有功能齐全、性能优异的空间分析功能;
5. 提供开发函数库, 可方便地进行二次开发;
6. 能够输出符合地图公开出版质量要求的图件。

## 1.4 系统开发的策略原则

### 1.4.1 MRAS 系统开发方式

目前, 基于 GIS 平台上功能性应用系统开发主要有三种方式:

1. 松散联结式

以自己的系统为主体, 与 GIS 是通过数据文件通讯。这种开发应该说简单省

力，但将 GIS 功能与专业模型结合不够，很难发挥 GIS 全部功能。

## 2. 嵌入式

以应用系统模型为主体，将 GIS 某些功能函数整体嵌入到应用系统。这种开发初步实现用户界面一体化，但对 GIS 空间数据库管理与分析仍显不够。

## 3. 无缝开发

从 GIS 空间数据库出发，有机地将 GIS 功能与专业模型结合起来。如以专业 GIS 开发语言 ARCAVENU 为主体，为补充 GIS 中专业模型功能不足，可采用高级 C++ 语言开发函数库。无缝式 GIS 应用系统开发周期长、任务重。MAPGIS 是用 C++ 开发的 GIS 平台，提供了较丰富的 C++ 动态开发库。因此 MRAS 系统开发是从 MAPGIS 空间数据库结构出发，运用高级 BORLAND C++ 4.5 及 VC 进行无缝式开发，实现了用户界面空间数据库管理、GIS 空间分析、矿产资源评价专业模型一体化。

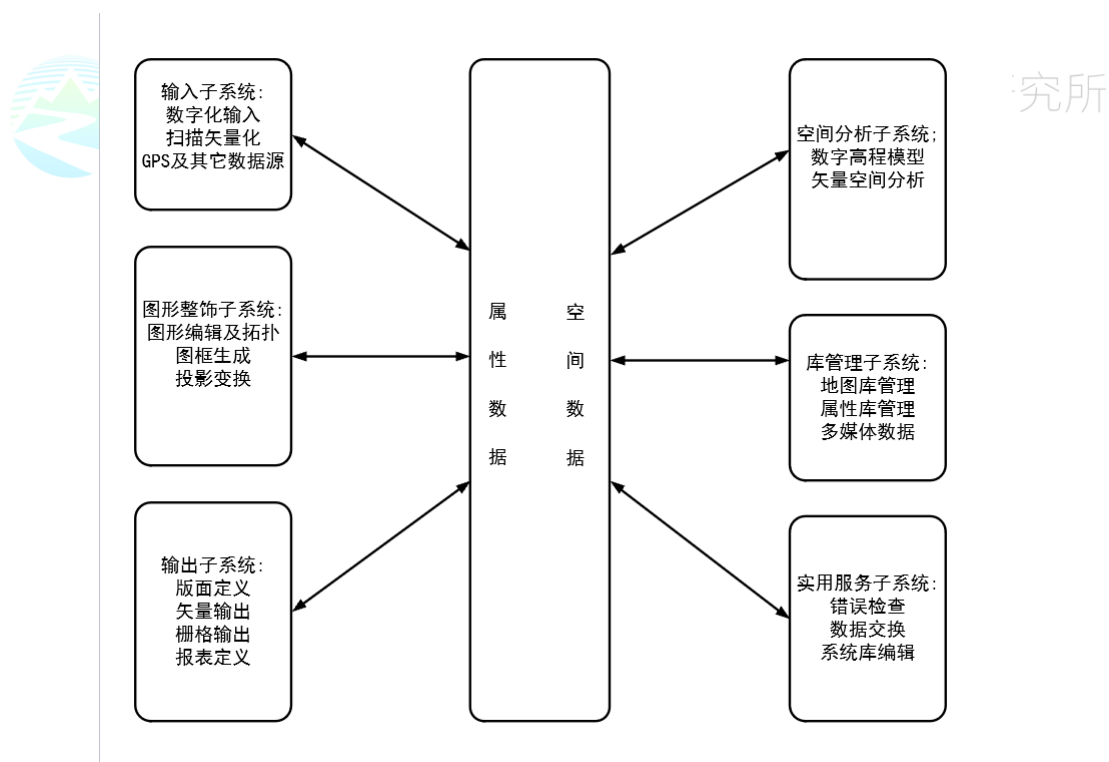


图 3-6 MAPGIS 系统结构

### 1.4.2 MRAS 系统开发原则

1. 本次开发以原型法为主，由于矿产资源 GIS 评价系统研制国内外尚无先例，许多技术问题尚待开发过程中解决，但系统开发初期的需求目标是清楚的，

就是要解决空间数据库中成矿信息的提取与综合问题。

2. 每一子系统的软件开发之前都由成矿分析地质人员与计算机编程人员共同研讨。首先由地质人员提出详尽的需求分析,由计算机人员研究可能的实施途径及可能性,最后编写程序,编写详细的设计书。

3. MRAS 系统开发尽量在数学模型上选用成熟的,广大地质工作者经常使用的方法模型,而不选用探索性强的,如分形、神经网络等模型。

4. 软件开发过程实质上是 GIS 新方法模型新生事物过程,必须加强应用人员的参与程度,本课题采用数据中间多次试验来解决系统中的新问题。

## 1.5 MRAS 系统主要技术特点

由于 MRAS 在 MAPGIS 平台上无缝开发,其技术开发难点、特点主要有:

1. MRAS 系统一直以空间数据库为主体,其程序、方法、数学模型的处理既有图形数据,又有实际观测数据,这将有别于传统的数据处理,也是系统开发贯穿始终的主线。

2. MRAS 系统是二次应用系统,也就是说其不是工具箱,当时立项主要有两点考虑:

(1) 如果仅是开发一些专门的工具软件,用户还需根据特定 GIS 平台进行应用功能再开发。如果用户对 GIS 内部数据结构不清楚的话,其难度依然很大。

(2) 不能有效地将 GIS 空间分析与矿产预测方法模型结合起来,也就不可能实现定量预测的自动化。但这种开发的模型进行,有时会妨碍预测人员主观能动性。

3. MRAS 开发技术人员尽量将 GIS 可视化技术与方法模型结合起来,使用户所算即所得。

## 第二节 基于 MRAS 的矿产资源评价工作流程

在 MRAS 支持下,完成特定成矿预测区矿产资源靶区预测和资源量预测研究工作,需要按以下工作流程完成下列研究工作: a. 多源地学数据的整理; b. 多源地学成矿信息提取; c. 区域成矿规律与成矿控制因素研究; d. 统计单元划分与地质变量研究; e. 矿产资源靶区预测研究; f. 矿产资源量预测研究。



## 2.1 多源地学数据整理

矿产资源评价中使用的数据具有多源、多类和结构复杂等特点,根据资料保存方式这些数据大致可以划分为以下几类:a.纸张地图数据,如成矿预测区特定比例尺的地质图、矿产图和物化探采样点位图等;b.保存于传统数据库中的定量观测数据,如物化探数据;c.以特定数据格式存储于计算机中的点阵式数据,如以二进制或文本格式保存的网格化数字高程数据(DEM);d.以文字报告或表格形式保存的有关地质体、地质构造和矿产资源特征等方面的描述性特征;e.以特定的图像数据格式保存的遥感图像数据;f.存储于其它GIS软件(如ARCINFO)中的地学空间数据或属性数据。这些数据需要根据成矿预测精度的要求,进行系统的预处理。数据预处理工作需要在MAPGIS和MRAS支持下完成下列任务:

1. 将以纸张地图形式保存的地学空间实体数据和以文字报告或表格形式保存的属性特征描述数据输入MAPGIS,形成地学空间数据库和与之相关的属性数据库。

2. 将存储于其它GIS软件(如ARCINFO, MapInfo等)和传统数据库中的地学空间数据和属性数据导入MAPGIS,形成MRAS可以直接处理的数据。

3. 在成矿预测中使用的各种空间数据是多来源的,因此,不同类型空间数据的投影方式可能不同,在进行成矿预测研究之前,需要将各种类型空间数据的投影方式统一起来。

4. 在成矿预测中使用的各种空间数据还可能具有不同的比例尺或制图精度,在进行成矿预测研究之前,需要将不同空间数据的比例尺统一起来,以便进行空间叠置分析。

在MRAS中,用户可以在数据整理子系统支持下完成多源地学数据整理研究工作。通过多源地学数据的整理,可以把来源不同、投影方式不同、成图精度不同和表达方式不同的地学数据统一起来,按专题分层存储于MAPGIS中,形成矿产资源评价多源地学信息原始数据库。

## 2.2 多源地学成矿信息提取

在原始数据库中,绝大部分信息属于成矿预测中无用的信息或干扰信息。因此,还需要对原始数据进行分析,将各个专题图层中有用的信息提取出来。提取

成矿预测中各种有用信息，需要做到有的放矢。即需要按矿产资源评价研究的具体目的和要求，通过对前人研究成果的分析和总结，获得有关成矿预测区成矿规律和找矿标志的初步认识，在此基础上，可以确定矿产资源评价研究工作具体需要使用那些方面的找矿标志，这些找矿标志与那些空间实体或属性特征有关。获得了上述成矿预测方面的初步知识之后，就可以有目的地提取各种有用的地学信息。应该指出的是，对前人研究成果的总结所获得的知识只是对成矿预测区的初步认识，随着成矿预测研究工作的进一步开展，对成矿预测区的认识也将不断深入，成矿预测区成矿规律和找矿标志会不断地被补充和完善。

在 MRAS 支持下进行多源地学信息的提取，需要分学科在不同的子系统支持下完成。支持多源地学信息提取的子系统包括区域地质信息提取子系统、区域化探信息提取子系统和区域物探信息提取子系统。这三个子系统分别支持地质信息提取、化探信息处理与提取以及重磁信息处理与提取。

### 2.2.1 区域地质信息提取子系统

支持地层、岩体、构造和矿床点等信息的自动提取，在该子系统中，可以下列空间信息和属性信息提取出来：

1. 将与成矿作用有关的地层和相应属性信息提取出来；
2. 将与成矿作用有关的岩体和属性信息提取出来；
3. 将与成矿作用有关的构造及其属性信息提取出来；
4. 将已知矿床点及其属性信息提取出来。

### 2.2.2 区域化探信息提取子系统

在该系统支持下，可以完成一系列地球化学数据处理、地球化学异常评价和其它一些与地球化学研究有关的工作。具体包括下列内容：

1. 离散数据网格化；
2. 数据调平；
3. 数据变换；
4. 正态或对数正态分布检验及正态和对数正态概率纸法确定化探异常下限；
5. 用稳健统计方法确定化探异常下限；
6. 趋势分析法和滑动平均法确定化探异常下限；

7. 多元统计分析（多元回归分析、聚类分析、因子分析、对应分析）方法的计算；
8. 用判别分析法及地球化学元素综合指标法进行地球化学异常评价；
9. 进行地质统计学研究，具体包括：实验变差函数计算，理论变差函数最优拟合，普通克里格法估值和泛克里格法估值等；
10. 从 DEM 中自动提取水系及汇水盆地，并自动生成 MAPGIS 明码数据文件；
11. 在各级汇水盆地实体数据和化探异常图数据基础上，生成化探异常最小汇水盆地。

### 2.2.3 区域重磁信息提取子系统

在该子系统支持下，可以完成区域重磁数据的化极（只对磁法数据）、解析延拓、求水平方向导数和垂直方向导数等数据处理工作。同时，该系统还支持物探数据预处理和重磁异常正反演等。具体包括下列内容：

1. 支持物探原始数据的检查、编辑、修改；
2. 支持物探数据预处理，包括不规则数据网格化、基点网的平差、数据的平滑处理、位场数据的曲化平及重力数据的地形校正；
3. 支持常用物探数据处理方法，包括位场的导数计算、解析延拓、区域和异常场分离、重磁异常各分量间相互转换、重磁数据相关分析；
4. 支持重磁模型简单模型的正反演；
5. 常用物探图件的绘制，包括平面图、剖面图、立体网格、立体阴影图、等值线图和彩色分级图等。

通过多源地学信息提取研究，与成矿作用有关的信息被提取出来，分专题存储于 MAPGIS 图层中，形成了新的多源地学信息数据库，该数据库是通过对多源地学信息原始数据库的提纯得到的。该数据库是进行区域成矿规律和区域成矿控制因素研究的基础。

## 2.3 区域成矿规律与成矿控制因素研究

在多源地学信息提取的基础上，可以通过相同学科不同专题信息以及不同学科不同专题信息之间的空间叠置分析，揭示不同地质信息之间以及各种地质信息

与成矿信息之间的关系，从而查明区域成矿规律及成矿控制因素。这种空间叠置分析可以通过按顺序编制下列综合信息矿产预测图件的方式来实现。

### 2.3.1 地球化学图系的编制

根据预测矿种和预测区主要矿床类型，选择地球化学指示元素。在地球化学信息提取子系统支持下，选择一种或多种地球化学背景与异常分离方法，提取地球化学异常，并生成地球化学异常图。再进一步根据工作区 DEM 数据，自动提取并绘制各级汇水盆地分布图。可以用两种方式研究不同指示元素异常之间的关系，一种方式是在单元素地球化学异常图基础上，绘制不同指示元素组合异常图，进而揭示不同元素异常之间的关系；另一种方式是在单元素地球化学异常图和各级汇水盆地分布图基础上，绘制地球化学异常最小汇水盆地分布图，再进一步绘制地球化学元素组合异常最小汇水盆地图。

在地球化学异常图系编制过程中，分离地球化学异常与背景可以选择下列方法：①稳健统计学方法；②频率直方图法；③移动平均法；④地质统计学方法。

### 2.3.2 重磁图系的编制

在区域重磁信息提取子系统支持下，对重磁数据进行化极（只针对磁测数据）、延拓和求导等处理，并把处理结果自动绘制成等值线图。按照重磁解译规则，对重磁数据处理结果进行关联解译。对磁测数据不同延拓高度水平方向一阶导数图系进行关联解译，可以生成磁法推断线性构造图；将磁测数据不同延拓高度的垂向二阶导数零值线关联起来，可以生成航（地）磁垂向二阶导数零值线图。对重力数据不同延拓高度水平方向一阶导数图系进行关联解译，可以生成重力推断线性构造图；将重力数据不同延拓高度的垂向二阶导数零值线关联起来，可以生成重力垂向二阶导数零值线图。

### 2.3.3 重磁信息与地质信息关联解译图系的编制

把老基底、岩体、地层、构造和矿产等地质专题信息与物化探专题信息相关联，生成各种综合性专题图件，揭示不同信息之间的关联关系。

将构造专题图层与重（磁）推断线性构造图关联，生成工作区线性构造格架图。在线性构造格架图基础上，可以进一步推断不同地质体的三维形态及产状。

将老基底专题图与线性构造格架图及不同延拓高度重力垂向二阶导数图关

联,可以推断出露与隐伏基底的空间分布规律、形态及产状,并生成出露与隐伏基底推断图。

根据酸碱性首先将岩体划分为基性超基性和中酸性两类。根据岩体的磁场特征,中酸性岩体可进一步被划分为继承性岩体和非继承性岩体两个类。继承性岩体与其围岩之间具有相同的磁场特征,即其磁场部分地继承了围岩的磁场特征;非继承性岩体与其围岩之间在磁场特征上具有比较明显的差别,可以用磁场来大致圈定岩体的空间分布范围。将基性超基性岩体图与线性构造格架图及不同延拓高度重力垂向二阶导数图关联,可以推断基性超基性岩体的深部形态及产状,生成基性超基性岩体推断图;将继承性中酸性岩体图与线性构造格架图及不同延拓高度重力垂向二阶导数图关联,可以推断继承性岩体的深部形态及产状,生成继承性中酸性岩体推断图;将非继承性中酸性岩体图与线性构造格架图及不同延拓高度航磁垂向二阶导数图关联,推断非继承性岩体的深部形态及产状,生成非继承性岩体推断图。

根据研究区地质建造的具体特征,可以将与成矿作用有关的地质建造组合按重磁场特征进一步分类,并总结不同地质建造组合的地质-地球物理特征。

#### 2.3.4 成矿信息与地质、物化探信息关联解译图系的编制

将地质、物化探专题信息与成矿(矿产)信息关联,可以揭示不同专题信息与成矿作用之间的关系,进而确定区域成矿控制因素。

将矿产专题图、化探(组合)异常图与线性构造格架图关联,可以从线性构造中筛选出控矿构造,并绘制控矿构造图。

将矿产专题图、化探(组合)异常图与老基底推断图关联,可以确定老基底与区域成矿作用的关系;将矿产专题图、化探(组合)异常图与不同类型的岩体推断图关联,可以确定各种类型岩体与区域成矿作用的关系;将矿产专题图、化探(组合)异常图与地层图关联,可以确定地层与区域成矿作用的关系。

在地质体、地质构造与区域成矿作用关系研究的基础上,可进一步编制区域综合信息成矿规律图,来全面概括工作区区域成矿规律和主要成矿控制因素。

### 2.4 统计单元划分与地质变量研究

矿产资源评价是用统计方法研究矿产资源靶区优选和靶区资源量预测问题。



用统计方法研究问题必须有统计样品和随机变量，在一般的统计学研究中，统计样品和随机变量都是已知的，例如，研究一批日光灯的使用寿命，可以从这批日光灯中随机地抽取一些日光灯作为统计样品来测量它们的使用寿命。这里，所抽取的每一个日光灯就是一个统计样品，日光灯的使用寿命就是一个随机变量。然而，在矿产资源评价研究中，统计样品和随机变量都是未知的，需要研究者人为地确定统计样品和构造随机变量，只有这样才能把矿产资源评价问题转化成数学问题，进而用统计学方法来评价矿产资源靶区和靶区资源潜力。由于矿产资源评价中确定统计样品的方式比较特殊，因此，把这种确定统计样品的过程称为统计单元划分，所划分出的统计样品称为地质统计单元。在矿产资源评价中使用的随机变量也需要研究者人为地构造，这种随机变量通常被称为地质变量，是地质找矿标志、控矿地质因素或资源特征等随空间位置不同而发生变化（尖灭、消失、出现，规模增大或变小，质量、数量或性质等发生改变）的一种量化表示。只有划分出统计单元之后，才可以用数值来表示地质找矿标志和矿产资源特征等在不同统计样品中的变化规律，进而构造矿产资源评价中的各种地质变量。因此，也可以这样定义地质变量，地质变量是在不同地质统计单元中取不同数值的随机变量。

由于地质统计单元是研究者人为地划分出来的，因此，就存在着如何划分地质统计单元才能更有效地反映矿产资源特征的空间分布规律问题，以及如何划分地质统计单元才能正确地刻画矿产资源特征与地质找矿标志和地质控矿因素之间统计关系的问题。目前，在矿产资源评价领域存在两种地质统计单元划分方法，一种是阿莱斯提出的网格法，另一种是王世称教授提出的地质体单元法。

MRAS 提供了自动划分网格单元和地质体单元的常用方法，同时提供了提取和处理地质变量的常用功能。该部分将详细介绍在 MRAS 支持下划分地质统计单元和选取地质变量的问题。

### 2.4.1 地质统计单元划分

网格单元划分比较容易，在 MRAS 中，多个子系统都支持网格单元的自动生成。区域化探信息提取子系统、区域物探信息提取子系统、证据权重找矿信息量子系统和矿产资源统计评价子系统均支持网格单元的自动生成。

地质体单元具有多种表现形式。常用的有化探异常最小汇水盆地统计单元和

地质条件组合统计单元。在矿产资源评价研究中,可以根据工作区具体情况选择网格单元或地质体单元以及地质体单元的具体形式。

1. 如果在工作区可以收集到相同比例尺的 DEM 数据和水系沉积物测量数据,可以选择化探异常最小汇水盆地作为地质统计单元。具体操作步骤是,在区域化探信息提取子系统支持下,首先从 DEM 数据中自动提取水系和汇水盆地,并将各级汇水盆地保存在 MAPGIS 图层中。然后,选择一种地球化学背景与异常分离方法,自动提取地球化学异常并生成地球化学异常图层。最后,将地球化学异常图层与各级汇水盆地图层做空间叠置分析,生成地球化学异常最小汇水盆地图层,作为地质体统计单元。

2. 如果在工作区无法收集到 DEM 数据,可以使用地质条件组合来圈定地质体统计单元。具体操作方法是,在靶区交互搜索子系统支持下,根据综合信息找矿模型的内容,选择一组地质条件或找矿标志,然后,系统会将同时存在地质条件或找矿标志组合的区域自动圈定出来作为地质体统计单元。

3. 如果在工作区使用汇水盆地统计单元和地质条件组合统计单元所划分出的统计单元数量太少,不满足统计学的基本要求,无法进行矿产资源统计评价,可以直接使用网格单元进行矿产资源评价研究。

#### 2.4.2 地质变量提取与赋值

在 MRAS 中自动生成地质统计单元后,可以研究各种找矿标志、成矿控制因素和矿产资源特征(产出状态、资源数量)等在地质统计单元集合中的分布情况,也就是确定上述地质因素在各个地质统计单元中的特征并用特定的数值来表示。选取参与矿产资源评价的地质因素的过程,称为地质变量提取;用特定数值表示地质因素在不同地质统计单元中所表现出的特征的过程,称为地质变量的赋值。

不同的地质因素和找矿标志需要用不同类型的地质变量来表示,例如,表示某一种与成矿有关的地质体在地质统计单元中的出露面积,或表示某一种成矿元素在地质统计单元中的平均含量,等等,需要使用定量地质变量;表示某一种找矿标志在地质统计单元中出现与否,需要使用二态地质变量;表示地质统计单元中矿产资源规模的相对大小或矿化强度等,需要使用有序尺度型地质变量。

矿产资源统计评价子系统,提供了自动提取并赋值各种类型地质变量的常用

功能。在 MRAS 系统支持下，可以按照以下顺序进行地质变量的提取与赋值研究。

1. 提取并赋值“点状”控矿因素构成的地质变量：即从点实体专题图层中提取相应的信息来构成地质变量，可以用二态地质变量表示点实体在地质统计单元中存在与否，也可以用定量地质变量表示点实体在地质统计单元中的分布密度或某种定量观测值（如化探采样点的元素含量）。

2. 提取并赋值“线状”控矿因素构成的地质变量：即从线实体专题图层中提取相应的信息来构成地质变量。“线状”实体可进一步划分为“线性”实体，“等值线”实体和“深大断裂型”线实体。对于“线性”空间实体，可以提取其某一种或几种属性构成地质变量；对于“等值线”实体，可以提取等值线的取值构成地质变量；对于“深大断裂型”线实体，可以计算统计单元到构造线的距离构成地质变量。

3. 提取并赋值“面状”控矿因素构成的地质变量：即从面实体专题图层中提取相应的属性信息构成地质变量。

4. 进行组合变量的研究：将某些地质变量组合成复合地质变量，既可以减少原始变量的数量，又可以使地质变量的物理意义更加明确。在 MRAS 支持下，可以将两个或多个原始地质变量综合成一个复合地质变量。

5. 生成矿产资源评价原始数据矩阵：当地质变量提取、赋值及变量组合研究工作完成后，可以在 MRAS 支持下，生成原始数据矩阵作为地质统计单元的属性表。该矩阵中包含地质统计单元的所有信息，如统计单元的规模、矿化等级、地质变量取值等。该数据矩阵是进行矿产资源统计评价的输入数据。

## 2.5 矿产资源靶区预测研究

矿产资源靶区预测，是根据矿产资源评价原始数据矩阵用统计方法确定每一个地质统计单元的成矿有利程度，再根据地质统计单元的成矿有利程度确定统计单元所属的矿产资源靶区级别，并以此为依据圈定出成矿远景靶区。

目前，矿产资源靶区预测主要通过定量类比的方式来实现。一般来说，常用的多元统计方法都可以作为矿产资源靶区预测的统计数学模型。在 MRAS 中，提供了七种常用于矿产资源靶区预测的统计数学模型。用户可以根据工作区的具体情况选择一种或几种数学模型来预测矿产资源靶区。

## 2.5.1 MRAS 中集成的矿产资源靶区预测模型

### 1. 证据加权模型

在证据权重找矿信息量子系统支持下完成矿产资源靶区预测工作。该模型要求使用二态地质变量，而且，不同地质变量之间必须满足条件独立性。因此，在使用该模型进行矿产资源靶区预测之前，需要将定量地质变量和有序尺度变量转化成二态地质变量，并对二态地质变量做条件独立性检验。在工作区内有一定数量的已知矿床点分布的情况下，可以使用该模型圈定成矿远景靶区。

### 2. 特征分析法

在矿产资源统计评价子系统支持下完成矿产资源靶区预测研究。使用该模型进行矿产资源靶区预测研究，需要输入二态数据，因此，在使用该模型进行矿产资源靶区预测之前，需要将定量地质变量和有序尺度变量转化成二态地质变量。另外，使用该模型进行矿产资源靶区预测研究，首先需要使用已知的模型统计单元数据建立起统计预测模型，再对预测单元的成矿有利程度进行统计和评价。所以，使用该模型进行矿产资源靶区预测必须进行模型单元的选择。在工作区研究程度较高、模型单元资源规模业已查明的情况下，可以使用该模型圈定成矿远景靶区。

### 3. BP 神经网络法

在矿产资源统计评价子系统支持下完成矿产资源靶区预测研究。该模型是一种具有三层或三层以上阶层型结构的神经网络模型，分导师知识学习训练和模式识别决策两个过程。与特征分析模型相似，该模型要求输入二态数据。另外，使用该模型进行矿产资源靶区预测研究，首先需要使用已知的模型统计单元数据建立起统计预测模型，再对预测单元的成矿有利程度进行统计和评价。所以，使用该模型进行矿产资源靶区预测必须进行模型单元的选择和定量数据的离散化研究。在实际应用中，当工作区研究程度相对较高、模型单元资源规模业已查明的情况下，可以使用该模型圈定成矿远景靶区。

### 4. ART 神经网络法

在矿产资源统计评价子系统支持下完成矿产资源靶区预测研究。ART 神经网络是以竞争学习算法为基础，吸收了抑制竞争算法的优点，对外界复杂信息具有可塑性、稳定性的一种无导师监督学习的人工神经网络。在 MRAS 中，只集



成了 ART1 神经网络模型，该模型适应于二态变量的输入，是一种由输入层（比较层）和输出层（识别层）构成的双层神经网络。使用该模型进行矿产资源靶区预测研究，不必进行模型单元的选择，但必须将定量地质变量和有序尺度变量转化成二态地质变量。在工作区研究程度相对较低的情况下，可以使用该模型圈定成矿远景靶区。

### 5. 数量化理论 III

在矿产资源统计评价子系统支持下完成矿产资源靶区预测研究。该模型是与主成分分析相似，是一种线性降维方法。如果把地质统计单元看成是由地质变量集合构成的线性空间中的点，那么，通过数量化理论 III 的计算，可以将地质变量综合成少数几个综合性变量，这些综合性变量之间两两相互垂直，由这些综合性变量的集合构成了一个新的线性空间，该线性空间比原来的线性空间的维数低得多。因此，可以将地质统计单元标度在新的线性空间中，通过直观的观察把地质统计单元分成不同的类，再按类确定成矿远景靶区级别。在应用该模型时，必须考虑所选择的主因子对应的特征值的累积百分比，如果主因子的特征值的累积百分比比较低，说明所选择的少数主因子不能充分反映原始地质变量集合所提供的信息，预测的可信度较低，预测结果只能作为一种参考。只有在主因子所对应的特征值的累积百分比达到 80% 以上时，该模型的预测结果才是可信的。

在矿产资源靶区预测中，该模型也可以作为模型统计单元选择的数学方法来应用。使用该模型进行矿产资源靶区预测研究时，可以输入定量和定性混合型数据，因此，不必将定量地质变量和有序尺度变量转化成二态地质变量。另外，使用该模型时不必选择模型统计单元。在工作区研究程度相对较低的情况下，可以使用该模型圈定成矿远景靶区。

### 6. 数量化理论 IV

在矿产资源统计评价子系统支持下完成矿产资源靶区预测研究。该模型是一种多维标度法，也是一种线性降维方法。它是对地质统计单元之间已定义了一种亲近度的情况下，通过对各统计单元赋予一个有内在意义的数值（按多维情况考虑时，便是向量），而达到对单元进行分类的方法。和数量化理论 III 相似，该模型通过将高维线性空间中的地质统计单元标度在低维线性空间中，通过直观观察的方法实现对地质统计单元的分类。



在矿产资源靶区预测中,该模型作为模型统计单元选择的数学方法被广泛应用。该模型可以输入定量和定性混合型数据,因此,不必将定量地质变量和有序尺度变量转化成二态地质变量,也不必选择模型统计单元。在工作区研究程度相对较低的情况下,可以使用该模型圈定成矿远景靶区。

## 7. 聚类分析

在矿产资源统计评价子系统支持下完成矿产资源靶区预测研究。该模型是一种最常用的多元统计分析方法,通常用于对变量和样品进行无监督分类。该模型需要输入定量数据。因此,在应用上受到一定的限制。在工作区研究程度相对较低的情况下,可以使用该模型圈定成矿远景靶区。

### 2.5.2 矿产资源靶区预测方案的确定

在矿产资源统计评价子系统支持下,划分地质统计单元、提取地质变量并形成原始数据矩阵以后,需要按照工作区的实际情况,确定矿产资源靶区预测的具体方案。更确切地说,是根据工作区勘探程度和研究程度,选择适当的统计预测模型,进行矿产资源靶区预测研究。如果工作区勘探程度和研究程度均较低而且原始数据主要以定性数据为主,可以选择数量化理论 III、数量化理论 IV 和 ART1 神经网络模型圈定矿产资源靶区;如果工作区勘探程度和研究程度均较低而且原始数据主要以定量观测数据为主,可以选择聚类分析模型预测矿产资源靶区。在工作区勘探程度和研究程度均较高,存在许多已知的矿床和矿点而且它们的矿产资源量业已查明的情况下,可以选择特征分析模型和 BP 神经网络模型预测矿产资源靶区。

1. 在工作区勘探程度和研究程度均较高的情况下预测矿产资源靶区的实施方案:

**第一步,进行模型单元的选择。**在 MRAS 中,提供了两种模型单元的选择方式。一种方式是,用户根据自己的实际经验人为地选择模型单元;另一种方式是,借助于统计数学方法选择模型单元。在 MRAS 中,可以选择数量化理论 III 或数量化理论 IV 来选择模型单元。

**第二步,定量数据离散化。**在 MRAS 中,可以人为地输入阈值,将定量数据或有序尺度数据离散化为二态数据,也可以借助于统计数学方法将定量数据和有序尺度数据离散化。可以选择信息量法或相关频数比值法将定量数据和有序尺度

数据离散化成二态数据。

**第三步，资源靶区预测变量的筛选。**在 MRAS 中，可以选择列联表法、相似系数法和匹配系数法筛选矿产资源靶区预测变量。从而使参与矿产资源靶区预测的地质变量是与矿化关系密切的地质变量。

**第四步，用特征分析和 BP 神经网络模型预测矿产资源靶区。**可以两种方法同时使用，并对靶区预测结果进行对比。也可以只使用一种方法来预测矿产资源靶区。

**第五步，对靶区预测结果的可靠性进行综合分析。**根据预测靶区所处的构造部位、成矿条件和找矿标志特征分析预测靶区的可靠性。

2. 在工作区勘探程度和研究程度均较低的情况下预测矿产资源靶区的实施方案：

**第一步，根据原始数据特点，选择统计预测模型。**如果原始数据基本上是定量观测数据，可以选择聚类分析方法预测矿产资源靶区；如果原始数据基本上是二态数据，可以选择 ART1 神经网络模型预测矿产资源靶区；如果原始数据是定量和定性混合型数据，可以选择数量化理论 III 和数量化理论 IV 预测矿产资源靶区。

**第二步，对不同预测模型的预测结果进行比较并对靶区预测结果的可靠性进行综合分析。**根据预测靶区所处的构造部位、成矿条件和找矿标志特征分析预测靶区的可靠性。

## 2.6 资源量预测研究

资源量预测是在一个较大的区域内，对某一种或几种矿产资源的总量进行统计评估。资源量预测有两种方式，一种方式是总和式资源总量预测；另一种方式是非总和式资源总量预测。不同的资源总量预测方式，可以使用不同的统计方法来实现。在 MRAS 中，总和式资源总量预测可以选择使用德尔菲法、面金属量法、丰度法、蒙特卡落法和区域价值法；非总和式资源总量预测可以选择使用数量化理论 I、逻辑信息法和品位-吨位法。

### 2.6.1 非总和式资源总量预测方案设计

在矿产资源统计评价工作区，实施非总和式资源总量预测，可以采用如下的

三种方案：

1. 逻辑信息法：要求输入二态数据。用于建立预测模型的标准统计单元必须按成矿规模分组，每一个组内的标准统计单元数目必须相同，一般每个组内包括两个标准统计单元。划分在同一组内的标准统计单元成矿规模必须相同。用逻辑信息法可以预测出每一个地质统计单元的矿产资源规模所属的级别，进而计算出其平均意义下的资源量。将所有统计单元的预测资源量都加起来，便得到了工作区的预测资源总量。

使用逻辑信息法预测资源量的实施步骤如下：

**第一步，选择标准统计单元。**可以采用与资源靶区预测相同的方式选择标准统计单元。

**第二步，定量数据和有序尺度数据二值化。**MRAS 提供了两种方式将定量数据和有序尺度数据二值化，第一种方式是，人为地输入阈值将定量数据和有序尺度数据二值化；第二种方式是，借助于统计方法将定量数据和有序尺度数据二值化。MRAS 中数据离散化可供选择的统计数学方法有秩相关系数法和信息量法。

**第三步，资源量预测变量的筛选。**在 MRAS 中，可以使用方向系数法和变异序列法筛选资源量预测变量。

**第四步，用逻辑信息法预测资源量。**

2. 数量化理论 I：该模型相当于多元线性回归分析。可以同时输入定量和定性两种类型的数据。该模型是根据找矿标志和控矿因素组合与矿产资源量之间存在的相关关系，以资源量为因变量，以其它地质变量为自变量，根据模型统计单元集合的观测数据建立起多元线性回归模型。再用该回归模型预测非模型单元的资源量，将所有地质统计单元的资源量加起来就得到了工作区矿产资源总量。该模型预测结果是否可靠，可以使用复相关系数、偏相关系数和方差比等来衡量。

使用该模型预测资源量的实施步骤如下：

**第一步，选择模型统计单元。**可以采用与资源靶区预测相同的方式选择模型统计单元。

**第二步，资源量预测变量的筛选。**在 MRAS 中，可以使用方向系数法和变异序列法筛选资源量预测变量。

**第三步，用数量化理论 I 预测资源量。**

3. 品位-吨位法：该方法是假设未发现的矿床和已发现的矿床具有相同的概率分布。根据已发现的某一种类型矿床的品位和吨位数据，建立矿床品位与吨位之间统计关系的数学模型。再根据该模型评价预测区相同类型矿床的资源量。

## 2.6.2 总和式资源总量预测方案设计

1. 蒙特卡落法预测资源总量：蒙特卡落法是一种随机抽样模拟方法。其预测结果是资源总量的累积概率分布。该方法的基本思路是，首先建立资源量与资源参数之间的函数关系，然后，用随机抽样的方法模拟出资源参数的统计分布，再根据资源量与资源参数之间的函数关系计算出资源量的统计分布。

2. 德尔菲法：该方法是根据不同专家的意见进行综合，最后得出一致性的结论的统计方法。

3. 面金属量法：该方法是利用矿体金属量和次生晕异常金属量之间的关系预测资源总量。方法的基本思路是，根据已知矿体及其次生散晕（或分散流）资料，建立次生晕（或分散流）中异常金属量与已知矿体金属量之间的函数关系，再将其外推到其它的次生晕（或分散流）异常中，从而估计出特定地区的矿产资源总量。

4. 丰度法：该方法是根据工作区内的某种矿产资源储量与该元素在该地区的丰度之间的关系，估计工作区矿产资源总量。方法基本思路是，根据模型区求出成矿元素的富集系数，将它外推到地质环境相类似的未知地区，求出预测资源量。

5. 区域价值法：将模型区单位面积内矿产资源估计价值外推到地质条件相似的地区，从而计算出预测区矿产资源的总价值。

## 第四章 探矿者中常用的数据模型及关键算法

### 第一节 数据模型

数据模型是描述数据、数据联系、数据语义和一致性约束的概念工具的集合，可以按不同的目的和要求对它进行分类（Abraham Silberschatz, 2000）。

1、基于对象的逻辑模型用于在逻辑层和视图层上描述数据。其特点是提供灵活的结构组织能力，允许显式定义数据约束。典型的模型包括：

- (1) 实体-联系模型
- (2) 面向对象模型
- (3) 语义数据模型
- (4) 功能数据模型

2、基于记录的逻辑模型用于在逻辑层和视图层上描述数据关系模型。与基于对象的数据模型不同，基于记录的模型既用来定义数据库的全局逻辑结构，又用来提供关于实现的高层描述。典型的模型包括：

- (1) 关系模型
- (2) 网状模型
- (3) 层次模型

3、物理数据模型用于在最低层次上描述数据，包括：

- (1) 一致化模型
- (2) 框架存储模型

地理数据模型是地理实体及其关系的形式化抽象和数学描述(王家耀, 2001)。一个基本的数据模型可能涉及多种数据结构，而一个复杂的模型又可能涉及多个基本模型。按空间几何对象的表达方式，地理信息系统的基本数据模型可分为矢量数据模型和栅格数据模型(邬伦等, 2001; 汤国安等, 2000; 修文群等, 1999; 陈俊等, 1998; Jeffrey Star 等, 1990)。作为基本数据模型，它们为绝大多数的通用和专用地理信息系统所支持。

#### 1.1 矢量模型

二维矢量数据模型(Vector Data Model)把空间几何对象划分为三种基本类型：点对象（Point Objects）、线对象(Line Objects)和面对象(Surface Objects)。二维矢



中国地质科学院矿产资源研究所  
战略合作伙伴



量数据模型按有无拓扑关系分为实体型矢量数据模型和拓扑型矢量数据模型(张超, 2000)。

在实体型二维矢量数据模型中, 点对象用平面坐标对  $(x,y)$  表示, 线对象用两个或两个以上有序坐标对来表示, 面对象用一条或一条以上首尾相连的线(或弧段)来表示(图 4-1)。表 4-1 是图 4-1 中各面对象的实体型矢量数据模型的(BNA 格式)表示(张超, 2000)。

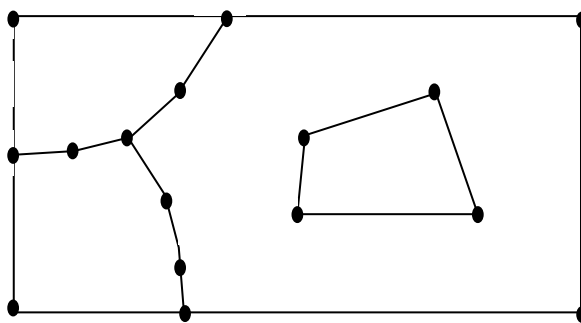


图 4-1 实体矢量模型

在拓扑型二维矢量数据模型中, 空间几何对象由结点和弧段两种几何要素来表示(图 4-1)。表 4-2 是图 4-1 中各弧段几何要素的拓扑矢量数据模型表示。表 4-3 是图 4-1 中各结点几何要素的拓扑矢量数据模型表示。表 4-4 是图 4-1 面对象的拓扑矢量数据模型表示, 表中弧段前的负号表示该弧段为内环多边形上的弧段。

表 4-1 实体矢量模型面对象的表示

多边形	顶点数	顶点坐标
$P_1$	14	$x_1,y_1; x_2,y_2; x_3,y_3; x_4,y_4; x_{12},y_{12}; x_{11},y_{11}; x_9,y_9; x_{10},y_{10}; x_{13},y_{13}; x_{14},y_{14};$ $x_{15},y_{15}; x_{16},y_{16}; x_{13},y_{13}; x_1,y_1$
$P_2$	8	$x_4,y_4; x_{12},y_{12}; x_{11},y_{11}; x_9,y_9; x_8,y_8; x_6,y_6; x_5,y_5; x_4,y_4$
$P_3$	7	$x_1,y_1; x_{10},y_{10}; x_9,y_9; x_8,y_8; x_6,y_6; x_7,y_7; x_1,y_1$
$P_4$	5	$x_{13},y_{13}; x_{14},y_{14}; x_{15},y_{15}; x_{16},y_{16}; x_{13},y_{13}$

表 4-2 拓扑矢量模型弧段要素的表示

弧段	坐标串
$L_1$	$x_1,y_1; x_2,y_2; x_3,y_3; x_4,y_4$
$L_2$	$x_4,y_4;x_5,y_5;x_6,y_6$
$L_3$	$x_4,y_4;x_{12},y_{12}; x_{11},y_{11}; x_9,y_9$
$L_4$	$x_6,y_6; x_7,y_7; x_1,y_1$
$L_5$	$x_6,y_6; x_8,y_8; x_9,y_9$
$L_6$	$x_9,y_9; x_{10},y_{10};x_1,y_1$
$L_7$	$x_{13},y_{13}; x_{14},y_{14}; x_{15},y_{15}; x_{16},y_{16};x_{13},y_{13}$

表 4-3 拓扑矢量模型结点要素的表示

结点	结点坐标
$V_1$	$x_1,y_1$
$V_2$	$x_2,y_2$
...	...
$V_{16}$	$x_{16},y_{16}$

表 4-4 拓扑矢量模型面对象的表示

多边形	弧段	周长	面积	中心点坐标
$P_1$	$L_1, L_3, L_6, -L_7,$			
$P_2$	$L_2, L_5, L_3$			
$P_3$	$L_4, L_6, L_5$			
$P_4$	$L_7$			

荷兰学者 Martien Molenaar (1992)提出了基于三维矢量图的形式化数据结构 (formal data structure for 3D vector maps, 简称 3D FDS), 并从该数据结构建立起三维矢量数据模型, 该数据模型把空间几何对象划分为点对象(Point Objects)、线对象(Line Objects)、面对象(Surface Objects)和体对象(Solid Objects) 4 种基本类型。其中:

- 1、点对象, 也称为零维对象, 只有空间位置而无空间扩展;

2、线对象，也称为一维对象，只能在长度上做一维扩展，具有一定的形状，由一系列的（曲）线段来描述，这些（曲）线段在空间中可以有不同的方向，（曲）线段之间相互连接；基本线对象既没有分支，也没有环，由相互连接的（曲）线段组成；

3、面对象，也称为二维对象，具有面积和周长作为空间可扩展属性，具有三维形状，由（曲）面片组成；基本面对象不能自相交，不能有多于两个（曲）面片相交于同一边界线，组成基本面对象的（曲）面片彼此相连；

4、体对象，也称为三维对象，具有体积和表面积作为空间可扩展属性，由（曲）面片组成的表面所界定；一个基本的体对象只能有一个外界面，但可以有几个内界面。

三维几何对象由结点(Nodes)、弧(Arcs)、边(Edges)和（曲）面片(Faces)4种几何要素来表示。其中：

1、结点包含位置信息,用一个三元有序数组  $(x, y, z)$  表示，一个结点可以是一个点对象，也可以隐含在体对象内部 (ISIN) 或面对象上 (ISON)，也可以是弧的起点或终点；

2、弧为两个结点间的有向连接，一个结点是弧的起始结点，另一个是弧的终止结点；弧可以是一个线对象的一部分，也可以隐含在一个体对象里或在一个面对象上；

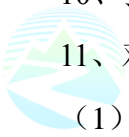
3、边为中介几何元素，是面对象边界的一部分，与面的关系是 M: 1，即多对一的关系；一个面对象的所有边的方向应该一致，边与弧相联系，组成边的弧的方向与该边的方向相同或相反；

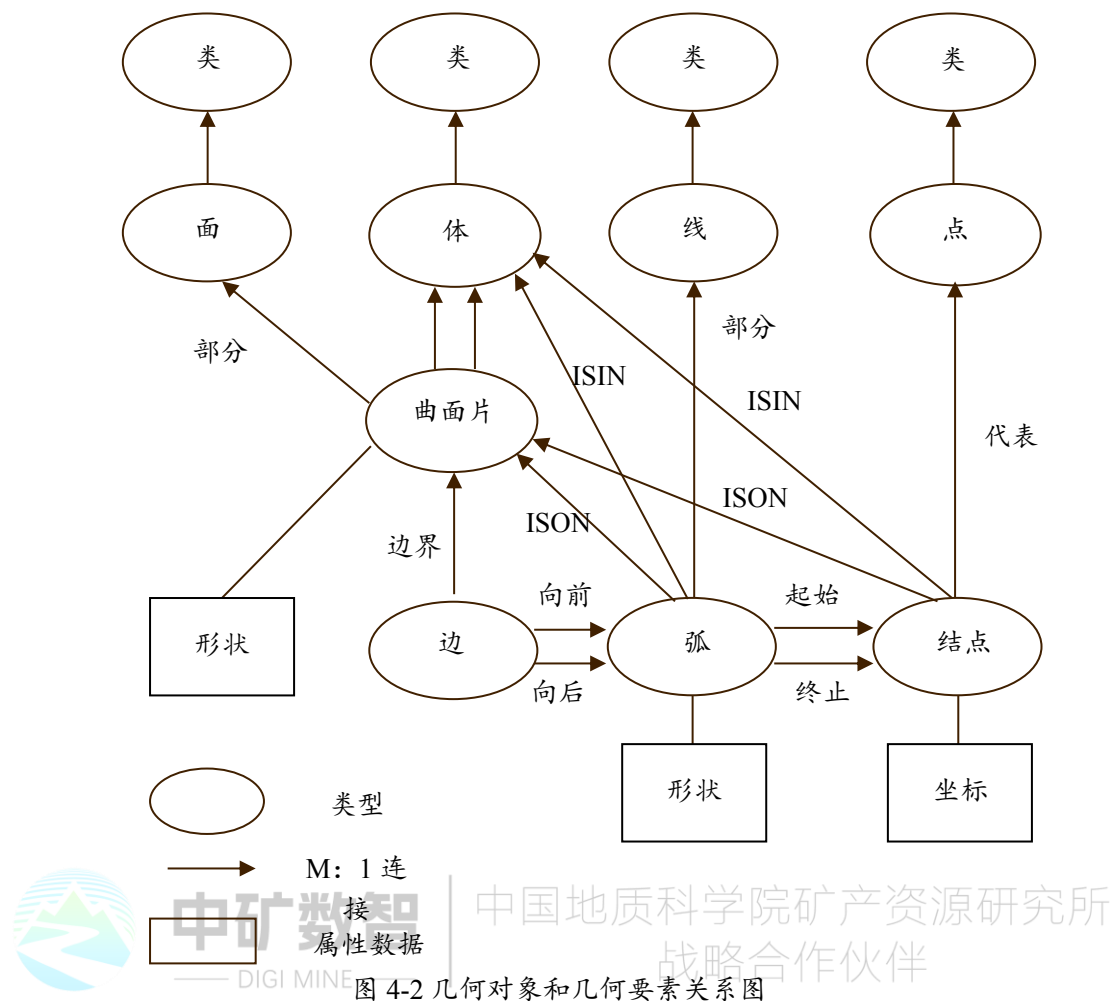
4、（曲）面片为最高级别的几何元素，它可以有形状信息，（曲）面片的边界由它的边来完整描述；一个或多个相连的（曲）面片可以与一个“面对象”联系起来，它们相对于面对象的关系是“部分”关系；（曲）面片以“左”或“右”的关联方式与体对象相联系，并且成为体对象边界的一部分。

作为 3D FDS 矢量数据模型完整描述的一部分，Molenaar 给出了 12 个约定：

1、每一个基本对象应该并且只能属于上述四类几何对象中的一类，即这个分类是完整和排它的；

2、属于某一个类的基本对象应该具有一个几何类型；

- 3、为了描述几何特征，所用到的点都作为结点；
- 4、弧用一组直线段来表示（除非它们的形状被专门描述，但是这些弧不允许形成环，即起点和终点不能是同一结点）；
- 5、每对结点之间，最多有一条弧直接连接它们，但可以被多个弧链相连，这里弧链由首尾相连的弧组成；
- 6.两条弧间不能交叉，若出现这种情况，它们应当被四条有共同端点的弧所代替；
- 7、面片是平面上的区域（除非它们在其它地方被明确地描述），面片之间不能相交；
- 8、面片只通过它们的边界相连，而不能有其它的相交形式，即面片之间不能交叉，也不允许一个面片的边界落在另一个面的内部；
- 9、面片的边应该有一致的方向，通过该方向运用螺旋法则可以定出面片的“左”、“右”方向；
- 10、弧只能通过结点进入或离开面，不能穿过面；
- 11、对于几何要素： 中国地质科学院矿产资源研究所 战略合作伙伴
- (1) 一个结点最多可以代表一个点对象；
- (2) 一条弧最多作为某个线对象的一部分；
- (3) 一个面片最多作为某个面对象的一部分；
- (4) 一个面片在它的右侧只有一个体对象；
- (5) 一个面片在它的左侧只有一个体对象；
- 12、对于几何对象：
- (1) 点对象由一个结点精确地表示；
- (2) 线对象由一条或多条弧链接而成，有起点和终点，无分叉和环；
- (3) 面对象由一个或几个相连接的面片构成；
- (4) 体对象完全由它的边界面构成。 3D FDS 矢量数据模型的几何对象和几何要素及其相互之间的关系如图 4-2 所示（Molenaar, 1992）。



## 1.2 栅格模型

栅格数据模型（Raster Data Model）是通过把地理空间划分为一致且规则的单元（cells）而建立起来的。一个单元也称为一个像元，在一个像元上只允许一个属性值，属性相同的像元组成该模型的一个对象。如果要在同一个像元上表示多种地理属性，就需要按地理属性对数据分层，使得每个数据层只允许一种类型的属性值。栅格数据模型的特点是数据量大而结构简单，不同类型的空间数据层不需要经过复杂的几何计算就可以进行叠加操作，如两幅或更多幅遥感图像的叠加操作等。

二维栅格数据模型把空间几何对象划分为 3 种基本类型：点对象（Point Objects）、线对象（Line Objects）和面对象（Surface Objects）。其中点对象用一个像元表示，线对象用一串像元表示，而面对象由一片彼此相连的像元表示。二维栅格数据的 3 种组织方式（龚健雅，2001）如图 4-3 所示。



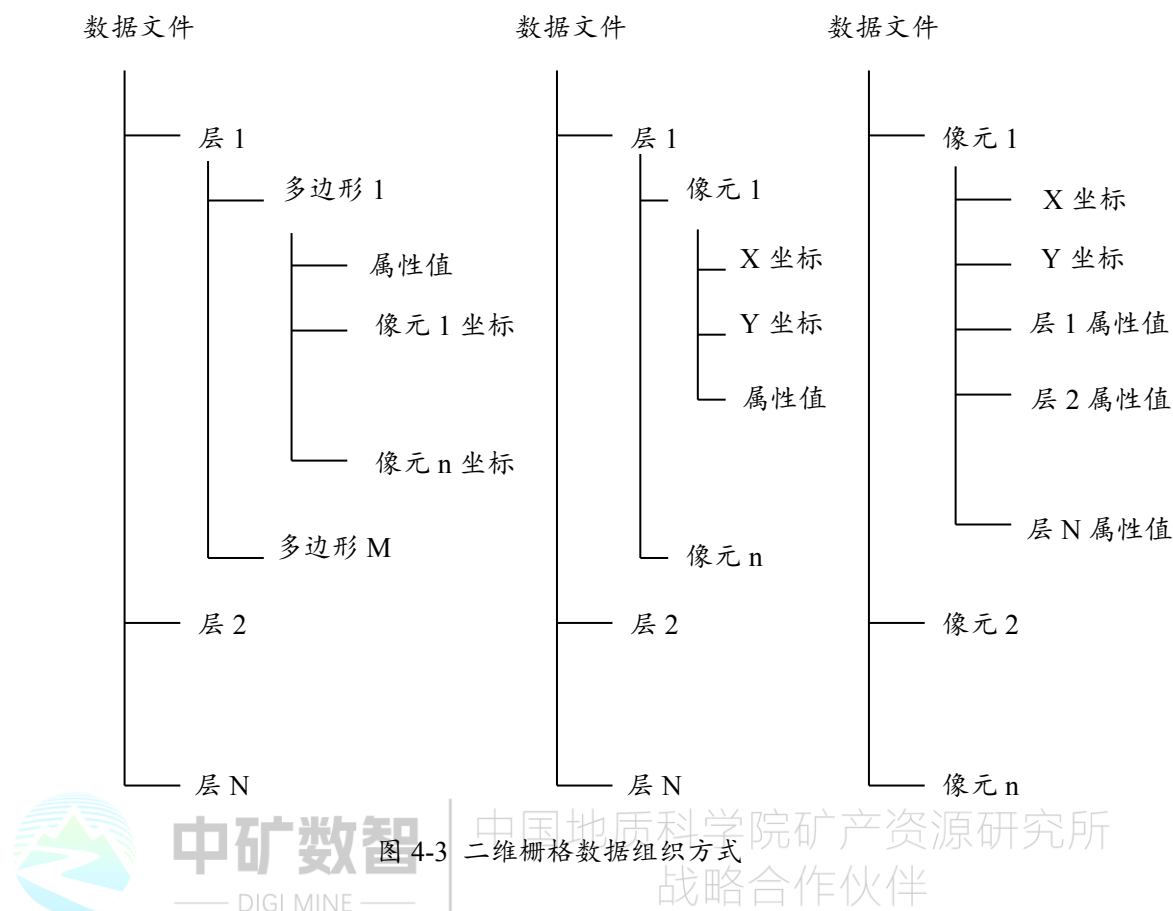


图 4-3 二维栅格数据组织方式

由于栅格数据具有数据量大的特点，在存储时一般采用压缩编码方式。二维栅格数据的压缩存储编码方法通常可采用链式编码、行程编码、块式编码或四叉树编码等编码方法（吴信才，2002）。三维栅格数据模型把空间几何对象划分为 4 种基本类型：点对象（Point Objects）、线对象（Line Objects）、面对象（Surface Objects）和体对象（Solid Objects）。三维栅格数据的组织方式与二维栅格数据的组织方式相似，其压缩存储编码方法通常采用八叉树编码方法。本系统中采用的晶胞模型是栅格模型的一个特例。

## 第二节 三维地质建模技术

三维地质模型在计算机中的数据表达方式称为三维地质模型的数学模型，它是研制三维地学可视化软件和三维地学信息系统的基础和核心，三维地质模型的特点是针对三维地质体。在传统的二维情况下，地质工作解释的对象仅仅是出现在有限个剖面和平面上，剖面之间或平面之间可以是不连续的，剖面之间的构造形态留给使用图纸的工程师自己去发挥。这实际上存在着不确定性，不同使用者

对其可能有不同的解释或想象。而三维地质模型则不然,一旦模型被建立起来,模型模拟的对象便以实实在在的数据集形式存在。在这种环境下,地质工作解释和研究的对象是整个地质体,而不是地质体的剖面,不存在不确定性。存储在计算机中的三维地质模型虽然只是数据集,只要借助适当的图形工具就可将它显示在计算机屏幕上,供人们从不同角度、不同方式来观察、研究地质模型。三维地质模型应该是可修改的。一方面,由计算产生的三维模型由于算法的不完善常常不能满足地质工作者的需要。这时,可以把自动算法产生的模型作为初始模型,运用交互计算机图形学技术对地质模型进行交互编辑和修改,充分发挥人的主观能动性,使地质模型的建立更加合理。另一方面,构制三维地质模型通常需要大量的数据,而在地质勘探的初期,这种对数据的要求是不现实的,这时,交互编辑技术就成为了主要的建模手段。对已有三维数据的展示只是三维地质模型的功能之一,更重要的是能够利用已有数据进行分析 and 预测。例如,我们常常需要对三维地质体计算其体积与储量;在地球物理勘探领域还可能要计算地质体所引起的物探异常。这就要求三维地质体模型既要满足视觉要求,又要满足分析要求。有时两者是相互矛盾的,这时后者更为重要。

在三维 GIS 中,空间目标通过 X、Y、Z 三个坐标轴来定义,它与二维 GIS 中定义在二维平面上的目标具有完全不同的性质。在目前二维 GIS 中已存在的 0, 1, 2 维空间要素必须进行三维扩展,在几何表示中增加三维信息,同时增加三维要素来表示体目标。空间目标通过三维坐标定义使得空间关系也不同于二维 GIS,其复杂程度更高。三维 GIS 的可视表现也比二维 GIS 复杂得多,以致于出现了专门的三维可视化理论、算法和系统。

三维 GIS 新增加的一维空间信息使它具有了描述地下信息即地质信息的能力。这种描述包括对地下已有地质信息的表达和对未知信息的预测,同时这种表达和预测要以三维图形的方式进行三维地质信息的表达是通过建立三维地质模型来完成的,所以建立三维地质模型是 3D GIS 的重要组成部分。

## 2.1 表示方法

三维空间建模方法以及三维空间拓扑关系研究是目前三维 GIS 领域研究的热点问题。许多专家学者在此领域做了有益的探索。按照表示方式分类,三维模型基本上可分为矢量模型和栅格模型。

基于矢量的建模方法的研究开始于二维 GIS 中对数字地面模型 (DTM) 的研究,即一种基于表面 (Surface) 模型,在数据点之间构造三角网 (TIN),并以此来描述三维物体的表面;边界表示 (B-rep) 模型是通过面、环、边、点来定义形体的位置和形状,在描述结构简单的三维物体时十分有效,但对于不规则三维地物则很不方便,且效率低下;线框 (Wire Frame) 模型,把面上的点用直线连接起来,形成一系列多边形,然后把这些多边形面拼接起来形成一个多边形网格来模拟地质边界或开采边界;多层 DEM 建模,首先按 DEM 的方法表达每个岩层,土层,然后根据岩层、土层的属性对多层 DEM 进行交叉划分处理,形成三维地层模型的骨架结构;断面 (Section) 建模,通过平面图或剖面图来描述矿床,在地质描述上它也是最方便、使用性最强的,但它在矿床的表达上是不完整的,往往需要同其他建模方法配合使用。

随着三维 GIS 模型研究的深入,二维的剖分算法推广到三维情形,建立了一种基于四面体的矢量模型,四面体格网 (TEN) 建模。用三维 Delaunay 法则将空间中的散乱点剖分成四面体。TEN 可以描述实体内部,可以表达金属矿体以及复杂地质体等,但数据量大,且对于层状矿体则不易表达,不能表示三维曲面,而且用 TEN 来生成三维空间曲面也较为困难,算法设计复杂;矢量建模方法结构实体几何 (CSG) 建模是由具有规则形状的基本体元通过几何变换和正则布尔操作来组合成一个物体,在描述结构简单的三维物体时十分有效,但不易表达地质应用中复杂的不规则三维地物;实体 (Solid) 建模,采用多边形网格描述地质和开采过程形成的形体边界,并用传统的块段模型描述形体内部的品位或质量的分布对于具有复杂内部结构的业实体,则人工交互工作量巨大。

基于栅格的建模方法主要是以八叉树 (Octree) 模型为主。将三维空间区域分成卦限,且在树上的每个节点处存储 8 个数据元素。非均质卦限细分到每个节点所代表的区域都是均质体为止,这种方法结构简单,操作方便,但数据量大。

单一的建模方法不能解决表达复杂的地质体的情况,因此,将矢量模型和栅格模型结合起来,国内的很多学者都在这方面做了很多工作:

TEN + Octree 建模,在这个结构中,octree 作整体描述,TEN 作局部描述,它适合用于地质体中断层或结构面较少的情况,但对于空间实体间的拓扑关系不易建立:

TIN+平行剖面建模,首先是利用一系列的平行剖面,然后将相邻剖面上属性相同的界线用三角面片(TIN)连接,构成三维曲面,难以表达三维物体内部结构;

TIN+CSG 建模。TIN 模型表示地形表面,CSG 模型表示建筑物实体,两种模型的数据是分开存储的。这种集成是一种表面上的集成方式,难以表达复杂断层、褶皱和节理裂隙等精细地质结构;

TIN+Octree 建模,TIN 表达三维空间物体的表面,Octree 表达内部结构。用指针建立 TIN 和 Octree 之间的联系。拓扑关系搜索很有效,但八叉树数据须跟随 TIN 数据的改变而改变,否则指针引起混乱。

三维地质建模技术是计算机图形学中三维实体表示法在地质建模中的应用。由于地质对象的形状均为不规则体,所以并不是所有实体表示法在地质建模中都有其应用,例如在 CAD 领域中常用的 CSG 表示法(构造的实体几何法)就不适合作三维地质建模。不同的建模方法决定了不同的数据存储和数据结构及可进行的操作。对地质模型的分类方法各有不同,这里按地质模型的使用对象不同,将地质模型分为两大类。虽然实际的地质对象都是复杂的、非均质的,但在对地质对象进行模拟时,都需要对其进行简化,由此出现了两种地质模型:非均质地质模型和均质地质模型。表达非均质地质模型使用三维体元充填模型。表达均质地质模型使用三维边界模型。

体元充填模型将三维空间物体分解为相邻但不重合的三维体元的集合。它表达点状物体用包含该点的一个体元,表达线状物体用一串沿一个方向(方向可以变化)延伸的相邻体元的集合,表达面状物体用一片沿两个方向延伸的相邻体元的集合,表达体状物体用一堆沿三个方向延伸(方向可以变化)的相邻体元的集合。三维体元有规则正方体体元、规则长方体体元、变边长正方体体元、四面体体元等。

每个体元可以是均质的也可以是非均质的,这要看每个体元所表示体积的大小,体元较大时,每个体元的角点具有不同的物性,体元中的物性由插值得到。体元很小时,每个体元的物性被认为是均质的(因此被称为体元,其物性由体元中心的物性决定),但不同的体元间存在差异。通常所说的体元指后面一种。

使用均质体元表示非均质地质体时,需要对所研究的地质空间进行三个方向

的分割。形成三维空间的网格。分割越细，所表达的地质体就越精确，体元的数目呈 3 次幂级增长。常用的均质体元有规则长方体体元和变形长方体体元。这种模型的优势是操作算法简单，尤其是未经压缩的规则体元模型具有简单、标准、通用等优点，对地质体的不均一性具有一定的表达能力，叠加分析、缓冲区分析都很容易实现。缺点是数据量巨大，导致在一些精度要求较高，而所研究的地质空间范围又较大的应用中无法使用，而且它在表达地质体表面形态时也不够精确。均质体元模型是一种十分具有前景的数据模型，为了克服数据量过大这一缺点，可以使用八叉树技术对其进行压缩。它的思想是，如果一个长方体体元内部同属于一个地质实体就不在细分，并记下这个体元所属的地质实体；否则，将长方体体元平分成八个次一级的长方体体元，直到每个体元内都属于同一个实体或达到一定的限差为止。这种压缩方法通常可以大大减少数据量，但是维护八叉树也需要时间和空间上的开销。当体元尺度较大时使用均质体元模型无法满足精度的要求，这时要使用非均质体元。非均质体元通常有六面体体元和四面体体元。它们的角点具有不同的属性，体元内的属性由角点插值得到。由于四面体体元是最基本的三维形体（三维空间中的单纯形），用四面体体元可以组合出三维空间中的任何实体，所以目前对四面体体元的研究较多。

在实际工作中，常常可以得到三维地质体表面的一些离散数据点，这时通过三维数据点的四面体化（例如 Delaunay 四面体化）就可以得到三维地质体的四面体体元填充模型的表示，这种技术目前已趋成熟，这也是四面体体元模型越来越受重视的一个原因。正是因为四面体体元充填模型既可以精确描述地质体的表面形态，又可以表示地质体属性的不均匀属性，而且在表达非均匀地质体时所用的体元数目远远小于均质体元，所以它将是今后一种重要的建模方法。

边界模型是一种通过模拟三维地质体的外表面构造地质模型的方法。地质体以一组曲面来限定其边界和形状。边界模型的优点是表达精确、数据量小，并能显式地表达空间。

TIN 模型将区域中随机分布的采样点以合理的方式连系起来，建立三角形网络。Delaunay 三角剖分方法是常用的建立 TIN 三角网的方法。它是目前最广泛使用的表面模型建模方法，所有的三维地学软件中都有它的使用。但 TIN 表面模型不能直接描述复杂的地质体。复杂是指某个地质界面在 XY 平面上的投影不



唯一，有重叠现象。这使 TIN 表面模型的应用受到一定程度的限制。

NURBS 曲面是计算机图形学中一种广泛使用的样条曲面，用它对自然现象进行建模有许多优点：① 它能够以统一的数学基础表达所有已知的几何体，包括自由形式的形状和实体。② 统一的数据存储基础，不论是解析还是自由形式物体都统一存储为样条函数的形式。③ 局部可控制性，局部数据点的改变不会影响整个模型。④ 运算速度快：数据点坐标包含在样条函数中，通过计算得到。⑤ 通过元素的参数化减少数据存储。⑥ 图形元素的功能集成。⑦ 具有在比例、旋转、平移、剪切、平行和透视变换下的不变性。⑧ 属性分布也可建立在样条中。所有这些特性使得 NURBS 成为建立三维地质模型的强有力的数学基础。但 NURBS 曲面的构造过程比较复杂，对控制点的要求比较高。

另一种常见的表面模型是多面体表面模型，它使用一个初始多面体模型（由三角面片组成），通过人机交互对其形状进行修改，最终达到理想的地质模型，它可以克服 TIN 表面模型不能直接描述复杂地质体的缺点，但它需要通过人机交互手段修改地质体模型，因而工作量较大。另外，相对于 TIN 模型，它没有对模型复杂度的自适应能力，也就是不论对复杂区域还是简单区域，所使用的三角面片密度是不变的。表而上看这几种边界模型各有优缺点，其实它们各适合于不同的场合：TIN 表面模型适合随机分布的采样点较多的情形；NURBS 曲面模型适合控制点呈网状结构的情形；而多面体表面模型适合只有少量控制点的情形。

边界模型是通过构造地质体的外表面来表达三维地质体，故被认为是属于 2.5 维的方法。由于只能控制地质体的表面，这样描述的地质体模型通常是均质模型。由于边界模型具有极强的造型能力，对地质体的轮廓表示十分逼真，适合人类的视觉习惯，再加上目前体元充填模型的技术还不完善，交互能力差，所以目前的商品化三维地学模拟软件中，边界模型仍然是一种主要的建模手段。

从以上所述可以看出，建立三维地质模型是 3D GIS 的一项基础性工作，这方面的研究工作不能单靠地质工作者来完成，它应该是计算机工作者，特别是 GIS 工作者一项重要的研究内容，这方面的进展将有利地推动三维地学可视化软件和三维地学信息系统的发展，对矿产资源的开采和利用及国民经济的发展有着现实和长远的影响。

由于近年来计算机的计算能力迅速提高，所配置的内存容量、磁盘空间不断

扩大,网络功能增强,许多重要的图形生成及图象处理算法均可用硬件实现,速度大大加快。因而,运用计算机图形学及图象处理技术形象、直观地显示科学计算的中间结果及最终结果并进行交互处理已经成为可能。

由于地质现象的复杂性,就目前来说,三维地学模拟的理论方法和技术尚处于研究阶段,还有许多问题有待解决,主要的应用研究和软件开发集中在矿山开采和地球物理勘探领域。

70 年代中期开始,西方主要国家开始成立采矿软件公司研制采矿软件,80 年代初期,相继推出了各种采矿软件,比较有影响的有:基于 UNIX 的 LYNX、Vlucan (Map Tec)。Datamine、Mincom、Medysystem、PC—Mine、Surpac、M—KEagles; 基于 PC 机的 Micromine、Gemcom、Mincom、MineMap、LYNX、Vulcan 和基于 NT 的 Vulcan。这些软件涉及领域包括:矿床模拟、开采评估、设计规划、生产管理等。国内尚无独立版权的三维采矿软件,对国外软件的应用也刚刚开始,而且仅仅是作一些探索性的应用研究工作。

目前三维地球物理模拟软件的功能主要集中在地质、地球物理信息的可视化方面。国外自 80 年代末,通过几年的研究,出现了一批地球物理三维模拟软件。比较著名的有 Landmark 公司的 EarthCube 和 OpenVision, GeoQuest 公司的 GeoViz 和 CPS—3, CSD 公司的 VoxelGeo 和 DGI 公司的 EarthVision 等,它们基本上代表了当今地球三维模拟软件的最高水平。综合起来,上述软件具有下列功能:

① 把各种常规数据与分析结果在三维空间中进行联合显示,以把握其空间关系。这些数据具有空间线段、空间平面、空间曲面、简单几何体等形态特点。

② 用 Voxel (体元) 技术对三维阵列数据(如三维地震数据体等)进行透明度可调的整体显示,以利于数据体内部数据关系与数据特性的分析理解。

③ 可快速浏览数据与感受数据关系,通过进行数据体旋转、切割、可获得最佳的观察数据的角度与位置,从而得到最好的分析结果。

④ 用体无空间实体造型和以剖面、局部解释结果为基础,进行曲面造型模拟和不规则地层和岩体的逼近。

⑤ 对简单空间几何面有节点编辑功能,以利于空间显示结果的修改。从以

上功能可以看出,目前地球物理模拟技术基本处于数据场的计算机图示时代,这一阶段尚属初级阶段。这主要反映在绝大多数三维图形图象只能提供视觉效果,而不能保留与控制其位置形态的数量关系和拓扑关系。目前,虽有三维操作功能,但不够精细与深入,地球物理追求的立体分析解释、几何体完全受控的三维地质建模、地质和地球物理过程的仿真模拟等尚有相当差距。

## 2.2 三维建模算法

### 2.2.1 模拟退火算法

基于断面数据的轮廓线表面重建是一个传统的物体表面重建算法,它的输入是一组平行的平面,称为切片(或剖面)(section),每个切片有一个或多个轮廓线,故也称切片级重建。算法一般只在两层切片之间进行讨论。通过连接切片上轮廓线的顶点来构造分片的线性曲面,最常用的是三角片。两层切片连接好以后就在切片间形成了一条三角带,所有的三角带组合起来就构成了一个拟合物体表面的三角网格。它包括以下几个关键的子问题,它们是轮廓对应,轮廓线拼接,分支处理。

整个表面重建过程分为两步:拓扑重建和几何表面重建。拓扑重建的目的是对每一断层上的轮廓线进行分组,确定各轮廓的包含和对应连接关系,保证几何表面重建的正确性。轮廓线表面重建中的四种基本连接方式所对应的四类基本实体,它们是①末端连接,②单轮廓线的简单连接,③不连通的分支连接,④连通的分支连接四种情况。

对于断面轮廓线是单一的凸轮廓线的重构, H.Fuchs<sup>[8]</sup>对可接受表面的定义如下:

1) 每一个轮廓线线段必须在而且只能在一个基本三角面片中出现。如果上、下两条轮廓线各有  $m$ 、 $n$  个轮廓线段,合理的三维表面模型将包含  $m+n$  个基本三角面片;

2) 如果一个跨距在某一基本三角面中为左跨距,则该跨距是而且仅是另一个基本三角面片的右跨距;

3) 各面片之间不允许自交。

模拟退火混合遗传算法是将遗传算法与模拟退火算法相结合而构成的一种

优化算法。遗传算法的局部搜索能力较差,但把握搜索过程总体能力较强;而模拟退火算法具有较强的局部搜索能力,并能使搜索过程避免陷入局部最优解,但模拟退火算法却对整个搜索空间的状况了解不多,不利于使搜索过程进入最有希望的搜索区域,从而使得模拟退火算法的运算效率不高。将遗传算法与模拟退火算法相结合,互相取长补短,则有可能开发出性能优良的新的全局搜索算法,这就是模拟退火混合遗传算法的基本思想。

算法关键步骤如下:

定义1 一个重建表面的合法解也称为串。

定义2 端点分别在上下轮廓线中的边称为连接边。

定义3 端点在同一条轮廓线中的边称为轮廓线边。

### 1) 初始种群的产生

算法产生初始种群,要考虑到产生的初始种群必须都是合法解(即可接受解,本文不讨论极端反例情况)。产生初始种群解方法并没有采取保证初始解的合法性的措施。本文方法是将轮廓线  $P$  中的点  $p_0, p_1, \dots, p_{m-1}$  (分别表示  $P$  中的第1个点到第  $m$  个点)和  $Q$  中的点  $q_0, q_1, \dots, q_{n-1}$  (分别表示  $Q$  中的第1个点到第  $n$  个点)相对  $P$  和  $Q$  所在平面的法向量按逆时针方向排序,在轮廓线  $P$  和  $Q$  中选择合适的点形成三角形,按如下步骤产生初始合法种群。

(1) 置解  $T$  为空,分别从  $P$  和  $Q$  点集中取第一个点  $p_0$  和  $q_0$  构成当前连接边,然后随机地在  $P$  或  $Q$  中取第二个点  $p_1$  或  $q_1$  与当前的边连接成一个三角形,放入到  $T$  中,置  $p_1q_0$  或  $p_0q_1$  为当前连接边;

(2) 接着依次以已经加入串中的  $p_iq_j$  ( $i=1, \dots, m-1, j=1, \dots, n-1$ )为当前连接边,用同样的方法随机地在  $P$  和  $Q$  中取出下一个(该点未取过)与其构成三角形放入  $T$  中;

(3) 重复步骤(2)直到点集  $P$  和  $Q$  中有一个点集中的点被取完;

(4) 另一点集中剩下的点依次与已经取完点的点集的最后一边相连,生成三角形放入  $T$  中;

(5) 若是封闭的轮廓线,则需要使多边形  $p_0 p_{m-1} q_0 q_{n-1}$  按以上方法随机产生两个三角形加入到  $T$  使表面封闭,这样就产生一个有序点集  $P$  和  $Q$  上的解。

(6)按合法解的定义检测该初始解的合法性,如合法且所有三角形在空间无

相交则加入初始种群，否则不加入。

将上面的步骤重复，直到获得点集  $P$  和  $Q$  上的  $N$  个随机合法表面，作为第一代种群。

## 2) 适应值函数

群体中的每个个体(串)都具有一个适应值，个体越优越，适应值就越小(或越大)，它繁殖下一代的可能性也就越大。采用适应值函数是根据具体问题，应用的较多的有边长最小、表面积最小、内角平均值最大和体积最大等。本文做法是定义一个多目标函数  $f(T)=(c_1, c_2, c_3) \cdot (f_1, f_2, f_3)$ ，其中  $T$  为任意一个三维表面的三角划分， $f_1$  为  $T$  所有三角形的最小角平均值， $f_2$  为  $T$  所有三角形连接边之和， $f_3$  为  $T$  所有三角形面积之和， $c_1 \sim c_3$  为加权系数。

$$f_1(T) = \frac{1}{n+m-2} \sum_{i=1}^{n+m-2} \min(\alpha_i, \beta_i, \gamma_i) \quad \alpha_i, \beta_i, \gamma_i (i=1, 2, \dots, m+n-2) \text{ 分别表示三角划分 } T$$

中第  $i$  个三角形三个角的值；

$$f_2(T) = \sum_{i=0, j=0}^{i < n, j < m} (\lambda (\|p_i q_j\| + \|p_{i+1} q_j\|) + (1-\lambda) (\|p_i q_j\| + \|p_i q_{j+1}\|)), \quad \lambda = 0, 1;$$

$$f_3(T) = \sum_{i=1}^{m+n} A_i \quad A_i (i=1, 2, \dots, m+n) \text{ 为个体 } T \text{ 中每个三角形的面积。}$$

适应值函数可以根据具体问题提出，所以还可以采用其它情况的适应值函数。

## 3) 模拟退火操作

对群体中每个个体进行模拟退火操作来扰动遗传算法产生的群体。具体操作为：

(1) 对当代群体中各个体进行模拟退火操作，确定初始温度  $t_0$ ；

(2) 判断 Metropolis 抽样稳定准则是否满足，如果满足则退出，如果不满足转到(3)；

(3) 对个体进行 2-变换，类似于本文的变异操作，由当前稳定状态  $M_i$  产生状态  $M_j$ ；

(4) 计算适应值之差  $\Delta = f(M_j) - f(M_i)$ ，判断  $\min[1, \exp(-\Delta/kt)] \geq \text{random}[0,1]$  是否成立，成立则转(5)，否则转(6)；



- (5) 令  $M_i=M_j$ ，并及时更换最优解；
- (6) 保持当前状态；
- (7) 重复步骤(1)到(6)直到对该代群体中的所有个体都执行退火操作。

#### 4) 交叉操作

最小交叉多边形(minimum crossover polygon)为一个空间多边形  $s$ ， $s$  的所有顶点和所有边同时存在于串 1 和串 2，但  $s$  在串 1 和串 2 中的内部三角划分并不完全相同。如图 4-4 和图 4-5 表示 MCP 由点集  $P$  中点  $p_i$  到  $p_{i+j}$  和点集  $Q$  中点  $q_k$  到  $q_{k+l}$  所有点组成的多边形。

本文提出一种基于边的最小交叉多边形(edge of minimum crossover polygon)算法，简称 EMCP，该算法的主要思想是以串中的一个三角形的两条连接边为初始边，向前和向后按连接边逐步搜索两个待交叉串来求最小交叉多边形。

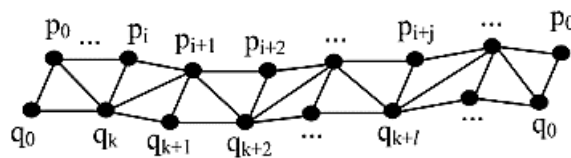


图 4-4 串 1 的轮廓线拼接片段

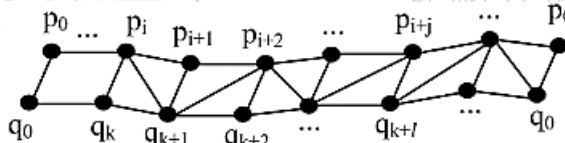


图 4-5 串 2 的轮廓线拼接片段

因此，EMCP 算法的基本步骤如下：

文中向前表示是相对  $P$ ， $Q$  所在平面的法向量顺时针方向，向后是按逆时针方向。

(1) 置堆栈  $S_1, S_2$  为空，随机地在串  $n_1$  中寻找一个三角形  $t$ ，且  $t$  在串  $n_2$  中不出现， $t \rightarrow S_1$ ， $t \rightarrow S_2$ ；

(2) 以  $t$  的两条连接边  $\overrightarrow{v_1v_2}$  和  $\overrightarrow{v_1v_3}$  为初始边分别向前和向后搜索，在串  $n_1$  和串  $n_2$  中寻找最小交叉多边形  $s_1$  和  $s_2$ ；

① 在串  $n_1$  中搜索，判断  $\overrightarrow{v_1v_2}$  是否同时存在于串  $n_1$  和串  $n_2$  中，如果存在，则向前搜索结束，否则将当前三角形  $t$  的三个顶点和轮廓线边加入  $s_1$ ，将与当前三角形相邻的前一个三角形的另一条连接边作为新的  $\overrightarrow{v_1v_2}$  从新向前搜索，对  $\overrightarrow{v_1v_3}$

按同样方法向后搜索, 向前和向后搜索结果得到的两条前后连接边和它们之间轮廓上的边构成多边形  $s_1$ , 若不存在则转到(3);

② 同①的方法在串  $n_2$  中搜索得到多边形  $s_2$ , 若不存在则转到(3);

③ 判断  $s_1$  与  $s_2$  相同连接边在串  $n_1$  与串  $n_2$  中的前后位置之差是否相等, 若不同则转到(3);

④ 判断  $s_1$  与  $s_2$  的边和顶点是否完全相同, 若相同则找到符合条件的最小交叉多边形, 退出算法, 否则转到(3);

(3) 串  $n_1$  的  $t$  是否取完, 未取完转到(1), 否则算法完毕。

按交叉概率  $p_c$  从群体中按轮盘赌的方式选取两个个体, 以这两个个体作为双亲, 找出双亲中可以交叉的部分互换, 从而产生两个新的个体, 即子代。本文中的种群的每个个体是由  $m+n$  个三角形组成, 并且所有的三角形彼此之间要求没有自交和缝隙。这就决定了我们在做交叉时不能随机的选取交叉位置, 而是要找出个体中的子串, 使子串交叉后生成的子代个体仍然是合法个体。

交叉算法的主要流程如下:

(1) 在串  $n_1$  和串  $n_2$  中按 EMCP 算法寻找最小交叉多边形;

(2) 若找到这样的最小交叉多边形, 交换串  $n_1$  中的  $s_1$  与串  $n_2$  中的  $s_2$ , 则完成交叉操作, 否则不交叉。

## 5) 变异操作

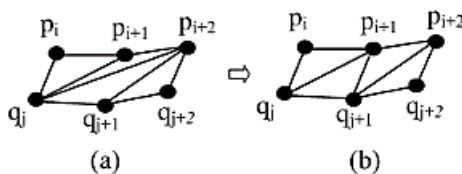


图 4-6 个体变异示意图

如图 4-6 所示, 图(a)中空间四边形  $p_{i+1}q_jq_{j+1}p_{i+2}$  由  $\Delta p_{i+1}q_jp_{i+2}$  和  $\Delta p_{i+2}q_jq_{j+1}$  组成, 将图(a)中的空间四边形变异成(b) 中的空间四边形, 即就是空间四边形  $p_{i+1}q_jq_{j+1}p_{i+2}$  变成由  $\Delta p_{i+1}q_jp_{j+1}$  和  $\Delta p_{i+1}q_{j+1}p_{i+2}$  组成, 这样就完成了个体变异过程。在变异过程中如果新串的适应度比原串的适应度差则不进行变换, 否则用新串替换原串进行变异操作。

### 6) 选择操作

在本文算法中，每一代群体种群规模都是  $N$ ，经过模拟退火操作、交叉和变异，上一代的  $N$  个串变成了  $N$  个新串。本文做法是在每次选择时候，将原来  $N$  个串与经过交叉和变异后得到的  $N$  个新串的适应值排序，把  $2N$  个串中适应值最小的  $N$  个串作为新一代的群体。这样就把父代中适应值较小的串得以保留下来，在每次选择是保留了上一代中较优良的个体，从而加快了算法的收敛速度。

### 7) 终止条件

选取合理终止条件对该算法性能有很大影响，如果终止条件选取不当将可能会引起算法过早收敛和陷入局部极小或者收敛速度太慢。在本文算法中采用如下终止条件，满足下面两个条件之一，算法就结束。

- (1) 达到给定遗传代数；
- (2) 群体中最小适应值连续  $L$  次不变 ( $L$  是预先给定的次数)。

### 8) 关键控制参数

上述算法在探矿者软件中有 5 个重要的控制参数，算法开始执行时需要给出它们的初始值。

(1) 群体大小  $N$ 。群体大小  $N$  是本文算法中一个重要参数，如果  $N$  选取得太小，则算法会收敛太慢而导致算法性能下降。如果  $N$  选取得太大，则算法又会收敛的太快而陷入局部最优。依据经验， $N$  一般取 20~60 之间比较合适。

(2) 退火率  $k$  和最小初始值连续不变次数  $L$ 。合理设置退火率可以是算法接受更多的变异解，使算法能搜索更大的解空间。 $L$  设置合理能使算法在达到收敛时及时终止。

(3) 交叉概率  $p_c$ ，变异概率  $p_m$ 。交叉概率  $p_c$ ，变异概率  $p_m$  是影响算法性能的关键所在，直接影响到算法的收敛性。一般取  $p_c$  在 0.25~0.9 之间， $p_m$  在 0.01~0.15 之间。

## 2.2.2 基于场的建模方法

在深部少钻孔条件下，采用了知识+数据混合驱动的曲面重构主要依赖于空间插值和等值面提取算法，流程如图 4-7 所示。

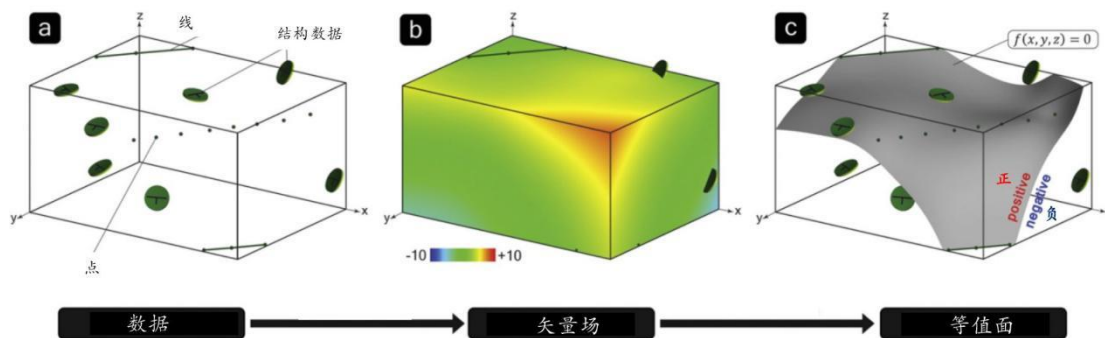


图 4-7 基于场的建模流程

### (一) 泛协同克里格方法

传统的地质统计学方法如普通克里格法、泛克里格法等，只限于对单变量的研究与估算，并未能充分考虑空间尺度对区域化变量的影响。为解决此问题，上世纪 60 年代提出了多元地质统计学，其核心方法就是协同克里格。在此之后，进行了改进。该方法思想是以协同区域化理论为基础，以协变异函数为基本工具，研究定义于同一空间域内，既有统计相关又具有空间位置相关的多元信息的空间结构。在地质找矿应用中，一个具体的实例是，在研究多金属矿床时，常遇到多个金属元素伴生的现象，如银，铜，铅，锌等。在数学上，我们可以将每一个化学元素看作为一个变量，则当某一个变量的取样不足时，单独对该变量进行普通克里格计算往往达不到要求的精度。但如果其他变量有较充足的取样量时，研究该变量与其他变量间的空间关系，借助其它元素的样品信息，应用协同克里格法估算该元素的品位与空间关系。显而易见，该方法相比于普通克里格法能明显改进多变量估计。

面对少钻孔建模问题，协同克里格法利用已获取的地质图、钻孔、地形、地层标准数据分类提取断层剖面数据、产状数据、地层界面数据，逐步构建地质构造格架、三维地质构造标量场、提取地质曲面、对含有特殊地质要素进行处理，最后完成三维地质体拓扑构建。

#### (1) 采用基于泛协克里格插值技术的隐式建模方法构建三维地质构造标量场。

基于空间统计推断理论，以提取的产状数据、地层界面数据、断层数据为约束，构建智能插值框架数学矩阵。根据智能插值框架，建模区域的地层分布呈现某种程度的空间分布特征，区域任意一点的属性可作为区域化变量，设定不同的协方差函数表达区域化变量的变化特征，构建建模区域标量场。

其中：

设有  $K$  个变量构成协同区域化变量集合  $\{Z_k(x), k = 1, 2, \dots, K\}$ 。假设它们是二阶平稳的，即一阶矩和二阶矩存在且平稳：

$$E(Z_k(x)) = m_k, \forall x, \forall k; \quad (4-1)$$

设  $k_0$  为  $k = 1, 2, \dots, K$  中某一特定值，即设  $Z_{k_0}(x)$  为我们要估计的主变量，要估计的是中心点在  $x_0$  处的承载  $V_{k_0}(x_0)$  上  $Z_{k_0}(x)$  的平均值

$$Z_{V_{k_0}} = \frac{1}{V_{k_0}} \int_{V_{k_0}} Z_{k_0}(x) dx \quad (4-2)$$

样品有效数据集是  $\{Z_{\alpha_k}, \alpha_k = 1, 2, \dots, n_k\}, k = 1, 2, \dots, K$ ，而  $Z_{\alpha_k}$  是确定在承载  $v_{\alpha_k}$  上的平均值，即

$$Z_{V_{k_0}}^* = \sum_{k=1}^K \sum_{\alpha_k=1}^{n_k} \lambda_{\alpha_k} Z_{\alpha_k} \quad (4-3)$$

要得到待估样本点的无偏最优估计值，必须满足最小方差无偏估计的要求：

第一，无偏条件，即  $E(Z_{V_{k_0}} - Z_{V_{k_0}}^*) = 0$ ；

第二，估计方差最小性，即  $\sigma_{V_{k_0}}^2 = E(Z_{V_{k_0}} - Z_{V_{k_0}}^*)^2 \rightarrow \min$ ；

满足二阶平稳的协同区域化变量必须每一个区域化变量  $Z_k(x)$  的期望存在且平稳，其互协方差函数也存在且平稳即交叉变异函数的定义为：

$$\gamma_{kk'}(h) = \frac{1}{2} E[Z_{k'}(x+h) - Z_{k'}(x)][Z_k(x+h) - Z_k(x)] \quad (4-4)$$

交叉协方差函数为

$$C_{kk'}(h) = E[Z_{k'}(x+h) \cdot Z_k(x)] \quad (4-5)$$

要求权重系数  $\lambda_{\alpha_k}$  满足协同克立格方程组，即：

$$\begin{cases} \sum_{k'=1}^K \sum_{\beta_{k'}=1}^{n_{k'}} \lambda_{\beta_{k'}} C_{k'k}(v_{\beta_{k'}}, v_{\alpha_k}) - \mu_k = C_{k_0k}(V_{k_0}, v_{\alpha_k}), \\ \quad \forall \alpha_k = 1, 2, \dots, n_k; k = 1, 2, \dots, K \\ \sum_{\alpha_{k_0}=1}^{n_{k_0}} \lambda_{\alpha_{k_0}} = 1, \\ \sum_{\alpha_k=1}^{n_k} \lambda_{\alpha_k} = 0, \forall k \neq k_0 \end{cases} \quad (4-6)$$

方程组未知数为  $\sum_{k=1}^K n_k$  个权系数  $\lambda_{\alpha_k}$  及  $K$  个拉格朗日参数  $\mu_k$ ，共有



$\sum_{k=1}^K n_k + K$ 个未知数，同时也有 $\sum_{k=1}^K n_k + K$ 个线性方程构成这个方程组。

算法的矩阵形式为：

$$K\lambda = M \quad (4-7)$$

其中：

$$\lambda = \begin{bmatrix} \lambda_{(1)(1)} \\ \lambda_{(1)(2)} \\ \vdots \\ \lambda_{(1)(n_1)} \\ \lambda_{(2)(1)} \\ \vdots \\ \lambda_{(k)(n_k)} \\ -\mu_1 \\ \vdots \\ -\mu_k \end{bmatrix}, \quad M = \begin{bmatrix} C(v, v_{(1)(1)}) \\ C(v, v_{(1)(2)}) \\ \vdots \\ C(v, v_{(1)(n_1)}) \\ C(v, v_{(2)(1)}) \\ \vdots \\ C(v, v_{(k)(n_k)}) \\ 1 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$K = \begin{bmatrix} C(v_{(1)(1)}, v_{(1)(1)}) & \cdots & C(v_{(1)(1)}, v_{(k)(n_k)}) & 1 & 1 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ C(v_{(k)(n_k)}, v_{(1)(1)}) & \cdots & C(v_{(k)(n_k)}, v_{(k)(n_k)}) & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

(2)基于三维标量场，利用等值面追踪算法，从中提取出所有地质曲面，模拟含复杂地质特征的地质曲面。

#### a) 含特殊地质要素处理

特殊地质要素自动发现

利用标准地层划分，建立包含年代、岩性、分布、层序、厚度、接触关系等属性唯一的地层标志，确定科学合理的新老地层顺序，采用自动遍历技术由地表开始逐层遍历，自动识别突变构造、层序有较大跳跃等特殊地质要素现象。

#### b) 特殊地质要素智能处理

主要包括含褶皱（多 Z 值）、断层（非连续地层）、透镜体、尖灭等特殊地质要素智能处理。

#### c) 三维地质体智能拓扑构建

根据已获得的地质点、线、面要素，构建三维地质体拓扑并去除临时数据。

### （三）少钻孔三维地质建模工作流程

统一框架约束下的三维地质智能建模关键技术流程如下（如图 4-8 所示）：

- a) 将获取的钻孔、地质图、地形等数据进行数据预处理和建库；
- b) 标准地层参数化，建立标准地层表；
- c) 提取断层、剖面数据；
- d) 提取产状数据，包括点位坐标及倾向倾角（或极坐标分量）；
- e) 提取地质界面点数据，包含点位坐标及地层号。

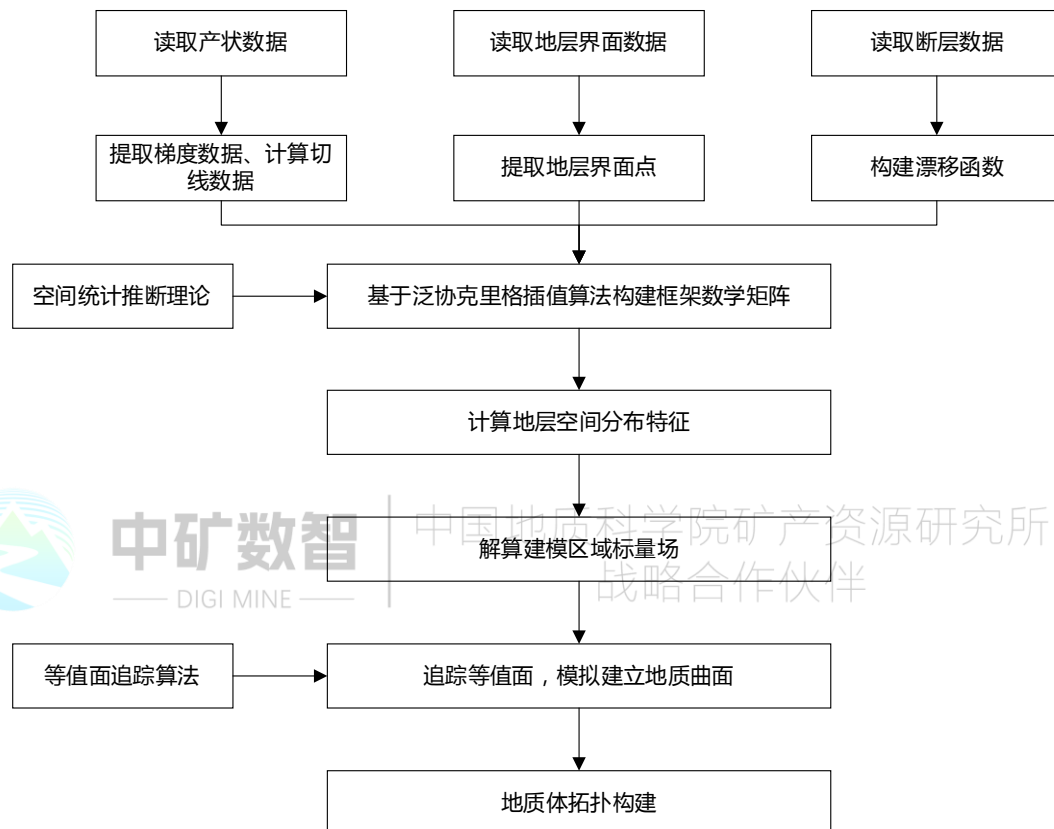


图 4-8 三维地质建模技术流程

利用钻孔、已提取的断层、地质剖面数据等建立交叉地质剖面模型，以交叉地质剖面为主体建模数据，构建地质构造格架，控制建模区域的框架结构。

面向少钻孔数据的多约束三维模型构建的联合插值技术。基于对偶泛协克里格（Dual Cokriging）和广义径向基（GRBF）算法，运用联合影响函数，在钻孔数据较为稀疏的区域，将地层特征视为空间网格点的属性，利用各向异性约束下的数学方法进行全空间插值，构建属性场，地层界面转化为属性场的等值面。这种方法将属性建模与结构建模有机统一起来。

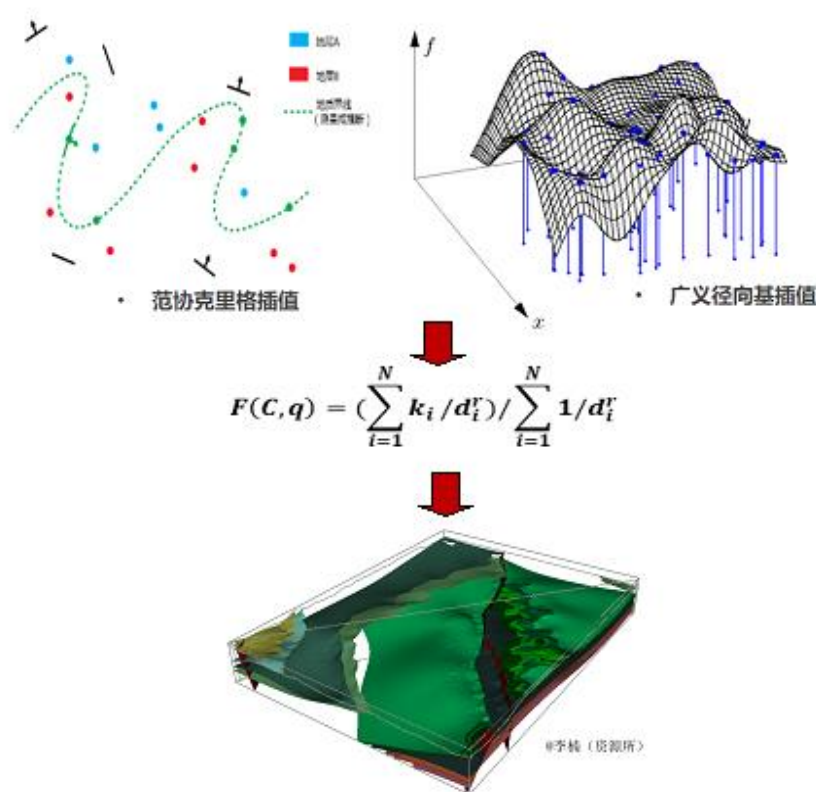


图 4-9 联合建模示意图



中矿数智  
— DIGI M

中国地质科学院矿产资源研究所  
战略合作伙伴

### 第三节 多元统计分析方法

#### 3.1 回归分析

回归分析就是研究变量之间相关关系的一种多元统计分析方法,在统计预测方面已有广泛应用。具体来说,就是对给定一组随变量  $X_1, X_2, \dots, X_m$  的取值,来预报随机变量  $y$  的值。这一章中,我们来介绍多元线性回归和逐步回归分析。

##### 3.1.1 多元线性回归分析

###### (一) 回归函数

设随机变量  $y, x_1, x_2, \dots, x_m$  的联合密度函数为

$$f(y, x_1, \Lambda, x_m) \text{ 或 } f(y, \mathbf{x})$$

其中  $\mathbf{x} = (x_1, \dots, x_m)'$ 。对任何给定的向量  $\mathbf{x}$ , 由概率论可知,  $y$  有条件密度函数

$$f(y | \mathbf{x}) = f(y, \mathbf{x}) / \int_{-\infty}^{\infty} f(y, \mathbf{x}) dy \quad (4-8)$$

我们记, 在给定条件  $\mathbf{x} = (x_1, \dots, x_m)'$  之下,  $y$  的数学期望 (数学期望) 为

$$E(y|\mathbf{x}) = \int_{-\infty}^{\infty} f(y|\mathbf{x})dy = \int_{-\infty}^{\infty} f(y, \mathbf{x})dy \int_{-\infty}^{\infty} f(y \cdot \mathbf{x})dy \quad (4-9)$$


显然,  $E(y|\mathbf{x})$  是  $x$  的函数。我们称它为  $y$  对  $x$  的回归函数, 也叫回归曲面; 而当  $E(y|\mathbf{x})$  为  $x$  的线性函数时, 回归曲面就是超平面, 一般叫做回归平面或回归直线。

## (二) 正态分布的回归直线

设随机变量  $y, x_1, \dots, x_m$  服从正态分布  $N(\alpha, \Sigma)$ , 其中  $\alpha$  与  $\Sigma$  中的元素如下

$$\begin{aligned} \alpha &= (v, \mu, \Lambda, \mu_m)', E(y) = v, E(x_j) = \mu_j \\ \sigma_{yy} &= E(y - v)^2, \sigma_{yj} = E(y - v)(x_j - \mu) \\ \sigma_{ij} &= E(x_i - \mu_i)(x_j - \mu_j), i, j = 1, 2, \Lambda, m \end{aligned} \quad (4-10)$$

于是,  $y, x = (x_1, \Lambda, x_m)'$ , 的联合密度函数为



中矿数智  
— DIGI MINE —

中国地质科学院矿产资源研究所  
战略合作伙伴

$$f(y, \mathbf{x}) = \frac{|\Sigma^{-1}|^{\frac{1}{2}}}{(2\pi)^{\frac{m+1}{2}}} e^{-\frac{1}{2} [y-v, (x-u)'] \Sigma^{-1} \begin{pmatrix} y-v \\ x-u \end{pmatrix}} \quad (4-11)$$

其中  $\mu = (\mu_1, \Lambda, \mu_m)'$ 。对于给定的  $\mathbf{x}$ , 按 (4-9) 式我们计算  $y$  的条件密度函数。

把矩阵  $\Sigma^{-1}$  分块如下

$$\Sigma^{-1} = \begin{bmatrix} \sigma^{11} & \sigma^{12} \\ \sigma^{21} & \sigma^{22} \end{bmatrix}_{\substack{1 \\ m}} \quad (4-12)$$

按 (4-11) 式, 先计算 (4-8) 式的分母

$$\begin{aligned}
\int_{-\infty}^{\infty} f(y, x) dy &= \int_{-\infty}^{\infty} \frac{|\Sigma^{-1}|^{\frac{1}{2}}}{(2\pi)^{\frac{m+1}{2}}} e^{-\frac{1}{2}[y-v, (x-\mu)'] \begin{bmatrix} \sigma^{11} & \Sigma^{12} \\ \Sigma^{21} & \Sigma^{22} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} y-\mu \\ x-\mu \end{pmatrix}} dy \\
&= \frac{|\Sigma^{-1}|^{\frac{1}{2}}}{(2\pi)^{\frac{m+1}{2}}} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-\frac{1}{2}\sigma^{11}[y-v+\frac{1}{\sigma^{11}}(x-\mu)'\Sigma^{21}]^2} e^{-\frac{1}{2}(x-\mu)'\left(\Sigma^{22}-\frac{1}{\sigma^{11}}\Sigma^{21}\Sigma^{12}\right)(x-\mu)} dy \\
&= \frac{1|\Sigma^{-1}|^{\frac{1}{2}}}{(2\pi)^{\frac{m}{2}}\sqrt{\sigma^{11}}} e^{-\frac{1}{2}(x-\mu)'\left(\Sigma^{22}-\frac{1}{\sigma^{11}}\Sigma^{21}\Sigma^{12}\right)(x-\mu)}
\end{aligned}$$

于是

$$f(y | \mathbf{x}) = \frac{\sqrt{\sigma^{11}}}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\sigma^{11}[y-v+\frac{1}{\sigma^{11}}(x-\mu)'\Sigma^{21}]^2} \quad (4-13)$$

(4-13) 式说明, 在给定  $\mathbf{x}$  之下,  $y$  的条件分布为

$$N\left(v - \frac{1}{\sigma^{11}}(x-\mu)'\Sigma^{21}, \frac{1}{\sigma^{11}}\right) \quad (4-14)$$

上式表明, 正态分布的回归曲面是  $\mathbf{x}$  的线性函数, 即为回归直线。

显然, 如果我们用 (4-14) 式  $\mathbf{x}$  的线筒函数对  $y$  作预报是最理想不过了, 但是, 这里必须要解决一个问题, 即是否存在  $\mathbf{x}$  的其它函数  $f(\mathbf{x})$ , 用它对  $y$  作预报的效果比  $\mathbf{E}(y|\mathbf{x})$  更好呢? 这正是下面所要讨论的问题。

### (三) 预报准则

为了回答上面的问题, 我们先建立最小均方准则。设随机变量  $y, x_1, \dots, x_m$  的二阶矩均存在。如果存在函数  $M(x)$  使

$$\mathbf{E}(y - M(x))^2 = \min \mathbf{E}(y - f(x))^2 \quad (4-15)$$

我们就说  $M(\mathbf{x})$  是关于  $y$  的最小均方预测函数, 或最小均方预测, 其中  $\mathbf{x}=(x_1, \dots, x_m)'$ 。

可以断言, (4-15) 式中的  $M(x)$  就是 (4-9) 式中的函数  $\mathbf{E}(y|\mathbf{x})$ , 即

$$M(\mathbf{x}) = \mathbf{E}(y|\mathbf{x}) \quad (4-16)$$

事实上, 对  $\mathbf{x}$  的任何函数  $f(x)$ , 我们有

$$\begin{aligned}
\mathbf{E}[(y - f(\mathbf{x}))^2 | \mathbf{x}] &= \mathbf{E}[(y - \mathbf{E}(y | \mathbf{x}) + \mathbf{E}(y | \mathbf{x}) - f(\mathbf{x}))^2 | \mathbf{x}] \\
&= \mathbf{E}[(y - \mathbf{E}(y | \mathbf{x}))^2 | \mathbf{x}] + \mathbf{E}[(\mathbf{E}(y | \mathbf{x}) - f(\mathbf{x}))^2 | \mathbf{x}] + 2\mathbf{E}[(y - \mathbf{E}(y | \mathbf{x}))(\mathbf{E}(y | \mathbf{x}) - f(\mathbf{x})) | \mathbf{x}]
\end{aligned}$$

但



$$\begin{aligned}
& \mathbf{E}[(y - \mathbf{E}(y|\mathbf{x}))(\mathbf{E}(y|\mathbf{x}) - f(\mathbf{x}))|\mathbf{x}] \\
&= (\mathbf{E}(y|\mathbf{x}) - f(\mathbf{x}))\mathbf{E}[(y - \mathbf{E}(y|\mathbf{x}))|\mathbf{x}] \\
&= (\mathbf{E}(y|\mathbf{x}) - f(\mathbf{x}))(\mathbf{E}(y|\mathbf{x}) - \mathbf{E}(y|\mathbf{x})) = 0
\end{aligned}$$

从而

$$\mathbf{E}[(y - f(\mathbf{x}))^2|\mathbf{x}] = \mathbf{E}[(y - \mathbf{E}(y|\mathbf{x}))^2|\mathbf{x}] + \mathbf{E}[(\mathbf{E}(y|\mathbf{x}) - f(\mathbf{x}))^2] \quad (4-17)$$

由条个数学期望的性质，即

$$\mathbf{E}(y) = \mathbf{E}[\mathbf{E}(y|\mathbf{x})] \quad (4-18)$$


对（4-17）式两端取数学期望，得

$$\mathbf{E}(y - f(\mathbf{x}))^2 = \mathbf{E}(y - \mathbf{E}(y|\mathbf{x}))^2 + \mathbf{E}(\mathbf{E}(y|\mathbf{x}) - f(\mathbf{x}))^2$$

于是

$$\mathbf{E}(y - f(\mathbf{x}))^2 \geq \mathbf{E}(y - \mathbf{E}(y|\mathbf{x}))^2$$

结论成立。即


**中矿数智** | 中国地质科学院矿产资源研究所  
 战略合作伙伴  
 — DIGI MINE —

记  $\mathbf{E}(y|\mathbf{x})$  预测  $y$  的误差为

$$\boldsymbol{\varepsilon} = y - \mathbf{E}(y|\mathbf{x}) \quad (4-19)$$

对（4-19）式两端取数学期望，

$$\mathbf{E}(\boldsymbol{\varepsilon}) = \mathbf{E}(y - \mathbf{E}(y|\mathbf{x})) = \mathbf{E}(y) - \mathbf{E}[\mathbf{E}(y|\mathbf{x})] = 0$$

于是，我们可用  $\mathbf{E}(y|\mathbf{x})$  来预测  $y$ 。

对于正态分布，在给定  $x$  的条件之下，我们已经计算出了  $y$  的条件数学期是  $x$  的线性函数，即（4-14）式。当然，一般说来若  $y$  与  $x$  不服从正态分布，那么  $\mathbf{E}(y|\mathbf{x})$  也就不一定  $x$  是的线性函数了。显然， $\mathbf{E}(y|\mathbf{x})$  的计算也就不那么简单了，但实际工作当中所遇到的随机变量大多数都是近似正态或对数正态的随机变量，因此，我们把（4-15）式中的  $f(x)$  只限制在  $x$  的线性函数范围内进行讨论，这时（4-15）式可写成

$$\mathbf{E}(y - \mathbf{M}(\mathbf{x})) = \min_{\beta_0, \beta} \mathbf{E}[y - \beta_0 - \beta'x]^2 \quad (4-20)$$

并称  $\mathbf{M}(\mathbf{x})$  是  $y$  的最小均方线性预测函数，或最小均方线性预测。其中  $\beta = (\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_m)'$ 。

对(4-20)式,问题就变得简单了,只要求出满足(4-20)式的 $\beta_0, \beta$ 即可。  
沿用(4-10)式的记号,所求出的 $\beta_0, \beta$ 应使函数

$$E(y - \beta_0 - \beta_1 x_1 - \Lambda - \beta_m x_m)^2 \quad (4-21)$$

取最小值。为此,对(4-21)式中的 $\beta_0$ 求偏导数,并令其为0,得

$$E(y - \beta_0 - \beta_1 x_1 - \Lambda - \beta_m x_m) = 0$$

亦即

$$E(y) = \beta_0 + \beta_1 E(x_1) + \Lambda + \beta_m E(x_m) \quad (4-22)$$

按(4-20)式的记号,(4-22)式可写成

$$v = \beta_0 \beta_1 x_1 + \Lambda + \beta_m \mu_m \quad (4-23)$$

把(4-23)式 $\beta_0$ 代入(4-21)式

$$E[(y - v) - (x_1 - \mu_1)\beta_1 - \Lambda - (x_m - \mu_m)\beta_m]^2 \quad (4-24)$$

对(4-24)式中的 $\beta_j$ 求偏导数,并令其为0

$$E[(y - v) - (x_1 - \mu_1)\beta_1 - \Lambda - (x_m - \mu_m)\beta_m](x_j - \mu_j) = 0 \quad j=1,2,K,m$$

应用(4-10)式中记号得线性方程组

$$\begin{cases} \sigma_{11}\beta_1 + \sigma_{12}\beta_2 + \Lambda + \sigma_{1m}\beta_m = \sigma_{1y} \\ \sigma_{21}\beta_1 + \sigma_{22}\beta_2 + \Lambda + \sigma_{2m}\beta_m = \sigma_{2y} \\ \Lambda \quad \Lambda \quad \Lambda \quad \Lambda \\ \sigma_{m1}\beta_1 + \sigma_{m2}\beta_2 + \Lambda + \sigma_{mm}\beta_m = \sigma_{my} \end{cases} \quad (4-25)$$

把(4-25)写成矩阵的形式

$$V\beta = \sigma_{xy} \quad (4-26)$$

其中

$$V = (\sigma_{ij}), \beta = (\beta_1, \beta_2, \Lambda, \beta_m)', \sigma_{xy} = (\sigma_{1y}, \sigma_{2y}, \Lambda, \sigma_{my})'$$

一般说来, $V$ 是正定矩阵,从而由(4-26)式可解出

$$\beta = V^{-1}\sigma_{xy} \quad (4-27)$$

再把(4-27)式代入(4-23)式

$$\beta_0 = v - \mu'V^{-1}\sigma_{xy} \quad (4-28)$$

于是得最小线性预测函数

$$\mathbf{M}(x) = \beta_0 + x'\beta = v - \mu'V^{-1}\sigma_{xy} + x'V^{-1}\sigma_{xy} = v + (x - \mu)'V^{-1}\sigma_{xy} \quad (4-29)$$

我们称(4-29)式为  $y$  对  $x$  的回归直线。

记

$$\varepsilon = y - \beta_0 - \beta'x = y - v - (x - \mu)'V^{-1}\sigma_{xy}$$

于是

$$\mathbf{E}(\varepsilon) = \mathbf{E}[y - v - (x - \mu)'V^{-1}\sigma_{xy}] = 0$$

这时称

$$y = \beta_0 + \beta'x + \varepsilon$$

为总体线性回归模型，并称  $\beta$  为  $x$  的回归系数。

对于正态分布而言，它的最小均方预测函数就是(4-24)式，从而也就是(4-29)式。当然，我们也可以利用分块矩阵求逆公式，从(4-29)式推出(4-24)式，在此就略去不讲了。

### 3.1.2 回归系数的估计与显著性检验

(一) 求回归系数的最小二乘准则

设有随机变量

$$y, \mathbf{x} = (x_1, \dots, x_m)'$$

于是，在方程组(4-26)式中，只要知道各变量之间的协方差  $\sigma_{ij}, \sigma_{iy}(i, j=1, \dots, m)$ ，便可解出回归系数  $\beta$ 。但是，由于实际中一般说来，各变量之间的协方差都是未知的，因此，我们只能用从总体抽取出样本的协方差来估计总体的方差。

设抽取样本的原始观测数据为

$$y = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_n \end{bmatrix}, X = \begin{bmatrix} x_{11} & x_{12} & \Lambda & x_{1m} \\ x_{21} & x_{22} & \Lambda & x_{2m} \\ & \Lambda & \Lambda & \Lambda \\ x_{n1} & x_{n2} & \Lambda & x_{nm} \end{bmatrix} \quad (4-30)$$

这时，我们就用样本的均值

$$\bar{x}_j = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_{ij}, \bar{y} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n y_i, \quad j=1, 2, \Lambda, m$$

去代替(2.1.16)式中的  $u_j, v, j=1, 2, \dots, m$ ，用

$$\hat{\sigma}_{ij} = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n (x_{ki} - \bar{x}_i)(x_{kj} - \bar{x}_j), \hat{\sigma}_i y = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_{ki} - \bar{x}_i)(y_i - \bar{y})$$

去代替 (4-26) 式中的  $\sigma_{ij}$ ,  $\sigma_{iy}$ ,  $i, j=1, 2, \dots, m$ 。于是, 相应于方程组 (4-26) 之解  $\hat{\beta}$  就是  $\beta$  的估计值; 再按 (4-28) 式求出的  $\hat{\beta}_0$  就是  $\beta_0$  的估计值。

上述问题, 我们也可以用样本原始数据, 按最小二乘准则推导出来。如果把原始数据 (4-30) 视为样本, 并将它代入线性回归模型 (4-29) 式得

$$y_i = \beta_0 + \beta_1 x_{i1} + \Lambda + \beta_m x_{im} + \varepsilon_i, \quad i=1, 2, \Lambda, n$$

其中  $E(\varepsilon_i)=0$ ,  $D(\varepsilon_i)=\sigma^2$ , 且  $\varepsilon_1, \dots, \varepsilon_n$  之间相互独立;  $x_{i1}, \dots, x_{im}$  为确定性变量。为了确定未知参数  $\beta_0, \beta_1, \dots, \beta_m$ , 我们用最小二乘法求出它们的估计值  $b_0, \mathbf{b}=(b_1, \dots, b_m)'$ 。

按最小二乘准则, 应使因变量的实测值  $y_i$  与它的估计值  $\hat{y}_i = b_0 + b_1 x_{i1} + \dots + b_m x_{im}$  之差的平方和取最小值, 亦即, 所求的  $b_0, b_1, \dots, b_m$  应使残差平方和

$$Q = \sum_{i=1}^n (y_i - b_0 - b_1 x_{i1} - \Lambda - b_m x_{im})^2 \quad (4-31)$$

取最小值。我们分别对 (4-31) 式中的  $b_0, b_1, \dots, b_m$  求偏导数, 并令其为 0, 得

$$\begin{cases} \frac{\partial Q}{\partial b_0} = -2 \sum_{i=1}^n (y_i - b_0 - b_1 x_{i1} - \Lambda - b_m x_{im}) = 0 \\ \frac{\partial Q}{\partial b_j} = -2 \sum_{i=1}^n (y_i - b_0 - b_1 x_{i1} - \Lambda - b_m x_{im}) x_{ij} = 0, j=1, 2, \Lambda, m \end{cases}$$

上述方程组可化成

$$\begin{cases} nb_0 + b_1 \sum_{i=1}^n x_{i1} + \Lambda + b_m \sum_{i=1}^n x_{im} = \sum_{i=1}^n y_i \\ b_0 \sum_{i=1}^n x_{i1} + b_1 \sum_{i=1}^n x_{i1}^2 + \Lambda + b_m \sum_{i=1}^n x_{im} x_{i1} = \sum_{i=1}^n y_i x_{i1} \\ \Lambda \quad \Lambda \quad \Lambda \quad \Lambda \quad \Lambda \\ b_0 \sum_{i=1}^n x_{im} + b_1 \sum_{i=1}^n x_{i1} x_{im} + \Lambda + b_m \sum_{i=1}^n x_{im}^2 = \sum_{i=1}^n y_i x_{im} \end{cases} \quad (4-32)$$

记方程组 (4-32) 的系数矩阵为

$$A = \begin{bmatrix} n_1 & \sum_i x_{i1} & \Lambda & \sum_i x_{im} \\ \sum_i x_{i1} & \sum_i x_{i1}^2 & \Lambda & \sum_i x_{im}x_{i1} \\ \Lambda & \Lambda & \Lambda & \Lambda \\ \sum_i x_{im} & \sum_i x_{i1}x_{im} & \Lambda & \sum_i x_{im}^2 \end{bmatrix} = Z'Z$$

其中

$$Z = \begin{bmatrix} 1 & x_{11} & x_{12} & \Lambda & x_{1m} \\ 1 & x_{21} & x_{22} & \Lambda & x_{2m} \\ & \Lambda & \Lambda & \Lambda & \\ 1 & x_{n1} & x_{n2} & \Lambda & x_{nm} \end{bmatrix}$$

于是原方程组变为

$$Z'Zd = Z'y \quad (4-33)$$

其中

$$d = (b_0, b_1, \Lambda, b_m)', y = (y_1, y_2, \Lambda, y_n)'$$

并称(4-32)或(4-33)为第一种形式的正规方程组。由于样本数  $n$  一般比变量数  $m$  大的多, 所以矩阵  $Z'Z$  是正定矩阵, 从而可解得

$$d = (Z'Z)^{-1}Z'y$$

在实际应用中, 人们常用另外一种形式来求出  $b_0$ ,  $b = (b_1, \dots, b_m)'$ 。由(4-33)式中第一方程解得

$$b_0 = \bar{y} - b_1\bar{x}_1 - \Lambda - b_m\bar{x}_m \quad (4-34)$$

其中  $\bar{x}_j = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_{ij}$ ,  $\bar{y} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n y_i$  ( $j=1, 2, \Lambda, m$ )。把  $b_0$  代入(4-32)式中, 并对  $b_1, \dots, b_m$  分别求偏导数, 令其为零, 整理后得正规方程组(第二种形式)

$$\begin{cases} l_{11}b_1 + l_{12}b_2 + \Lambda + l_{1m}b_m = l_{1y} \\ l_{11}b_1 + l_{12}b_2 + \Lambda + l_{1m}b_m = l_{1y} \\ \Lambda \quad \Lambda \quad \Lambda \\ l_{m1}b_1 + l_{m2}b_2 + \Lambda + l_{mm}b_m = l_{my} \end{cases} \quad (4-35)$$

其中

$$l_{ij} = \sum_{k=1}^n (x_{ki} - \bar{x}_i)(x_{kj} - \bar{x}_j), l_{iy} = \sum_{k=1}^n (x_{ki} - \bar{x}_i)(y_k - \bar{y}) \quad i, j = 1, 2, \Lambda, m$$

如果记



$$L = \begin{bmatrix} l_{11}l_{12} & \Lambda & l_{1m} \\ l_{21}l_{22} & \Lambda & l_{2m} \\ \Lambda & \Lambda & \Lambda \\ l_{m1}l_{m2} & \Lambda & l_{mm} \end{bmatrix}, b = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \Lambda \\ b_m \end{bmatrix}, l_y = \begin{bmatrix} l_{1y} \\ l_{2y} \\ \Lambda \\ l_{my} \end{bmatrix}$$

这时正规方程组 (4-35) 变为

$$Lb = l_y \quad (4-36)$$

我们从 (4-36) 式解出  $b_1, b_2, \dots, b_m$  之后, 再按 (4-35) 式求出  $b_0$ , 于是得回归方程

$$\hat{y} = b_0 + b_1x_1 + \Lambda + b_mx_m \quad (4-37)$$

这样, 对已给的样本观测值  $x_1, x_2, \dots, x_m$ , 便可用 (4-37) 式对  $y$  值进行预报。

对于两个随机变量  $x_i$  与  $x_j$  之间的样本相关系数, 我们记

$$r_{ij} = \frac{\sum_{k=1}^n (x_{ki} - \bar{x}_i)(x_{kj} - \bar{x}_j)}{\sqrt{\sum_{k=1}^n (x_{ki} - \bar{x}_i)^2} \sqrt{\sum_{k=1}^n (x_{kj} - \bar{x}_j)^2}} = \frac{l_{ij}}{\sqrt{l_{ii}} \sqrt{l_{jj}}} \quad (4-38)$$

用  $\sqrt{l_{ii}} \sqrt{l_{yy}}$  去除 (4-35) 式第  $i$  个方程两端各项, 得

$$\frac{l_{i1}}{\sqrt{l_{ii}}} \cdot \frac{b_1}{\sqrt{l_{yy}}} + \frac{l_{i2}}{\sqrt{l_{ii}}} \cdot \frac{b_2}{\sqrt{l_{yy}}} + \Lambda + \frac{l_{im}}{\sqrt{l_{ii}}} \cdot \frac{b_m}{\sqrt{l_{yy}}} = \frac{l_{iy}}{\sqrt{l_{ii}} \sqrt{l_{yy}}} \quad i = 1, 2, \Lambda, m$$

由此得

$$\frac{l_{i1}}{\sqrt{l_{ii}} \sqrt{l_{11}}} \cdot \sqrt{\frac{l_{11}}{l_{yy}}} b_1 + \frac{l_{i2}}{\sqrt{l_{ii}} \sqrt{l_{22}}} \cdot \sqrt{\frac{l_{22}}{l_{yy}}} b_2 + \Lambda + \frac{l_{im}}{\sqrt{l_{ii}} \sqrt{l_{mm}}} \cdot \sqrt{\frac{l_{mm}}{l_{yy}}} b_m = \frac{l_{iy}}{\sqrt{l_{ii}} \sqrt{l_{yy}}} \quad i = 1, 2, \Lambda, m$$

按 (4-38) 式, 上式可写为

$$\begin{cases} r_{11}b'_1 + r_{12}b'_2 + \Lambda + r_{1m}b'_m = r_{1y} \\ r_{21}b'_1 + r_{22}b'_2 + \Lambda + r_{2m}b'_m = r_{2y} \\ \Lambda \quad \Lambda \quad \Lambda \\ r_{m1}b'_1 + r_{m2}b'_2 + \Lambda + r_{mm}b'_m = r_{my} \end{cases} \quad (4-39)$$

其中

$$b'_j = \frac{l_{ij}}{\sqrt{l_{yy}}} b_j, j = 1, 2, \Lambda, m \quad (4-40)$$

我们称(4-39)式为标准化正规方程组,而系数 $b'_1, b'_2, \dots, b'_m$ 就叫做标准化回归系数。如果我们从(4-39)式解出标准化回归系数 $b'_1, b'_2, \dots, b'_m$ ,那么按(4-40)式便可求出回归系数 $b_1, b_2, \dots, b_m$ ,再由(4-34)式求出 $b_0$ ,于是即可得到回归方程(4-37)式。

我们把(4-39)式写成矩阵的形式

$$\begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} & \Lambda & r_{1m} \\ r_{21} & r_{22} & \Lambda & r_{2m} \\ & & \Lambda & \Lambda \\ r_{m1} & r_{m2} & \Lambda & r_{mm} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b'_1 \\ b'_2 \\ \Lambda \\ b'_m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r_{1y} \\ r_{2y} \\ \Lambda \\ r_{my} \end{bmatrix} \quad (4-41)$$

并称(4-41)式的系数矩阵为 $m$ 个变量的样本相关矩阵,一般记为

$$R = \begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} & \Lambda & r_{1m} \\ r_{21} & r_{22} & \Lambda & r_{2m} \\ & & \Lambda & \Lambda \\ r_{m1} & r_{m2} & \Lambda & r_{mm} \end{bmatrix} \quad (4-42)$$

如果已知(4-36)式系数矩阵 $L$ ,那么由(4-38)式便得

$$R = \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{l_{11}}} & 0 & & \\ & \frac{1}{\sqrt{l_{22}}} & & \\ & & O & \\ 0 & & & \frac{1}{\sqrt{l_{mm}}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} l_{11}l_{12}\Lambda l_{1m} \\ l_{21}l_{22}\Lambda l_{2m} \\ \Lambda \Lambda \Lambda \\ l_{m1}l_{m2}\Lambda l_{mm} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{l_{11}}} & 0 & & \\ & \frac{1}{\sqrt{l_{22}}} & & \\ & & O & \\ 0 & & & \frac{1}{\sqrt{l_{mm}}} \end{bmatrix} \quad (4-43)$$

## (二) 显著性检验

对任何一组观测数据,按(4-34)与(4-35)两式便可求出 $b_0, b_1, \dots, b_m$ 从而得回归直线(4-39)式,如果 $y$ 与 $x_1, x_2, \dots, x_m$ 之间的关系近似线性的,这样所得的回归直线(4-39)式才有意义;如果它们之间根本不存在线性关系,那么回归直线(4-39)式也就没有实际意义了。因此,我们有必要对回归方程进行显著性检验,但需要假定总体是正态分布的。

根据(4-30)式的原始数据,我们对总离差平方和 $l_{yy}$ 进行分解。

$$l_{yy} = \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2 = \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i + \hat{y}_i - \bar{y})^2 = \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2 + \sum_{i=1}^n (\hat{y}_i - \bar{y})^2 + 2 \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)(\hat{y}_i - \bar{y})$$

我们不难证明

$$\sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)(\hat{y}_i - \bar{y}) = 0$$

所以

$$l_{yy} = Q + U \quad (4-44)$$

其中

$$Q = \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2$$

就是(4-31)式的残差平方和,也叫剩余平方和,它反映了随机因素对  $y$  的影响,而

$$U = \sum_{i=1}^n (\hat{y}_i - \bar{y})^2$$

叫做回归平方和,它反映了  $m$  个自变量对  $y$  的影响。 $U$  的值也可以通过回归系数来计算

$$\begin{aligned} U &= \sum_{i=1}^n (\hat{y}_i - \bar{y})^2 = \sum_{i=1}^n (b_0 + b_1 x_{i1} + \Lambda + b_m x_{im} - b_0 - b_1 \bar{x}_1 - \Lambda - b_m \bar{x}_m)^2 \\ &= \sum_{i=1}^n [b_1 (x_{i1} - \bar{x}_1) + \Lambda + b_m (x_{im} - \bar{x}_m)]^2 \\ &= \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m \sum_{k=1}^m b_j b_k (x_{ij} - \bar{x}_j) (x_{ik} - \bar{x}_k) \sum_{j=1}^m \sum_{k=1}^m b_j b_k \sum_{i=1}^n (x_{ij} - \bar{x}_j) (x_{ik} - \bar{x}_k) \\ &= \sum_j b_j \sum_{k=1}^m b_k l_{jk} = \sum_{j=1}^m b_j l_{jy} \end{aligned} \quad (4-45)$$



中国地质  
DIGI MINE

中国地质科学院矿产资源研究所  
战略合作伙伴

在假设

$$H_0: \beta_1 = \beta_2 = \dots = \beta_m = 0$$

之下,可以证明统计量

$$F = \frac{U/m}{Q/(n-m-1)} \sim F(m, n-m-1) \quad (4-46)$$

于是,对给定的显著性水平  $\alpha$ ,可查自由度为  $(m, n-m-1)$  的  $F$  分布表,得值  $F_{\alpha}(m, n-m-1)$ ,再按(4-46)式计算出  $F$  值,若  $F > F_{\alpha}(m, n-m-1)$  否定原假设,认为回归方程是显著的;当  $F < F_{\alpha}(m, n-m-1)$ ,接受原假设,认为回归方程是不显著的。

上述过程可列成如下的方差分析表:

表 4-5 方差分析表

方差来源	平方和	自由度	均方	F 比	显著性
回归	$U = \sum_{j=1}^m b_j l_{jy}$	$m$	$\bar{U} = \frac{U}{m}$	$F = \frac{\bar{U}}{\bar{\alpha}}$	

残差	$Q=l_{yy}-U$	$n-m-1$	$\bar{Q}=\frac{Q}{n-m-1}$		
总和	$l_{yy}=\sum_{i=1}^n (y_i-\bar{y})^2$	$n-1$			

以上是对  $m$  个变量综合效果进行的检验。我们还可以对某一个变量  $x_j(1 \leq j \leq m)$  的重要性单独进行检验，即检验假设

$$H_{0j}: \beta_j=0$$

为此，我们讨论变量  $x_j$  对回归平方和  $U$  的贡献。设含有  $m$  个自变量的回归方程有形如(2.1.44) (4-44) 的分解式

$$l_{yy}=U+Q$$

若把变量  $x_j$  剔除，设含  $m-1$  个自变量的回归方程有相应的分解式

$$l_{yy}=U'+Q'$$

将此二式两端相减得

$$U-U'+Q-Q'=0$$

令  $V_j$  表示剔除变量  $x_j$  后所引起剩余平方和的增量，即

$$V_j=U-U'=Q'-Q$$

可以证明，它恒为非负的，且可按下式计算

$$V_j = \frac{b_j^2}{c_{jj}} = \frac{(b'_j)^2}{c'_{jj}} l_{yy} \quad (4-47)$$

$V_j$  越大，表示  $x_j$  越重要，称它为变量  $x_j$  的偏回归平方和。其  $b_j$  是  $x_j$  的回归系数， $c_{jj}$  是正规方程组(4-36)系数矩阵逆矩阵中的元素； $b'_j$  是标准化回归系数， $c'_{jj}$  是相关矩阵(4-42)逆矩阵中的元素。

当原假设  $H_{0j}$  为真，即  $\beta_j=0$  时，还可以证明统计量

$$F_j = \frac{V_j}{Q/(n-m-1)} \quad (4-48)$$

服从自由度为(1,  $n-m-1$ )的 F 分布。于是我们可以按给定的显著性水平  $\alpha$  对  $x_j$  的显著性进行检验。

例 2.1.1 某夕卡岩型白钨矿中钨( $WO_3$ )对铋(Bi)，钼(Mo)的线性依赖关系。从某矿区采集标本 15 块，分别化验其钨，铋和钼的含量，试求矿石中钨与

铋，钼含量之间的关系。Bi, Mo 及  $\text{WO}_3$  的含量列于表 2.1.1 中的第 2、3、4 列。

在下面的计算中，我们用  $y$  代表钨，用  $x_1$  代表铋，用  $x_2$  代表钼。根据 (4-36) 式，回归方程的系数可由正规方程组

$$\begin{cases} l_{11}b_1 + l_{12}b_2 = l_{1y} \\ l_{21}b_1 + l_{22}b_2 = l_{2y} \end{cases}$$

及

$$b_0 = \bar{y} - b_1\bar{x} - b_2\bar{x}_2$$

确定。由此解得

$$b_1 = \frac{l_{1y}l_{22} - l_{2y}l_{12}}{l_{11}l_{22} - l_{12}^2}, \quad b_2 = \frac{l_{2y}l_{11} - l_{1y}l_{21}}{l_{11}l_{22} - l_{12}^2}$$

其中

$$l_{11} = \sum_i x_{i1}^2 - \frac{1}{n}(\sum_i x_{i1})^2$$

$$l_{12} = l_{21} = \sum_i x_{i1}x_{i2} - \frac{1}{n}(\sum_i x_{i1})(\sum_i x_{i2})$$

$$l_{22} = \sum_i x_{i2}^2 - \frac{1}{n}(\sum_i x_{i2})^2, \quad l_{1y} = \sum_i x_{i1}y_i - \frac{1}{n}(\sum_i x_{i1})(\sum_i y_i)$$

$$l_{2y} = \sum_i x_{i2}y_i - \frac{1}{n}(\sum_i x_{i2})(\sum_i y_i)$$

将计算结果代入公式

$$l_{11} = 2.3956 - \frac{1}{15} \times 34.5744 = 0.09064$$

$$l_{12} = 0.4579 - \frac{1}{15} \times 5.88 \times 1.31 = -0.05562$$

$$l_{22} = 0.1735 - \frac{1}{15} \times 1.7161 = 0.0591$$

$$l_{1y} = 4.3878 - \frac{1}{15} \times 5.88 \times 10.42 = 0.30316$$

$$l_{2y} = 0.7037 - \frac{1}{15} \times 1.31 \times 10.42 = -0.2063$$

由此算得

$$b_1 = 2.8465 \quad b_2 = -0.81176 \quad b_0 = -0.3503$$

表 4-6

编号	$x_1$	$x_2$	$y$	$x_1^2$	$x_1x_2$	$x_2^2$	$x_1y$	$x_2y$	$y^2$
1	0.26	0.30	0.20	0.0676	0.0780	0.0900	0.0520	0.6000	0.0400
2	0.36	0.09	0.57	0.1296	0.0324	0.0081	0.2052	0.0513	0.3249



3	0.31	0.11	0.40	0.0961	0.0341	0.0121	0.1240	0.0440	0.1600
4	0.50	0.03	1.20	0.2500	0.0150	0.009	0.6000	0.0360	1.4400
5	0.34	0.10	0.50	0.1156	0.0340	0.0100	0.1900	0.0500	0.2500
6	0.52	0.04	1.10	0.2074	0.0208	0.016	0.2720	0.0440	1.2100
7	0.42	0.06	0.76	0.1764	0.0252	0.0036	0.3192	0.0456	0.5776
8	0.50	0.04	1.00	0.2500	0.0200	0.0016	0.5000	0.0400	1.0000
9	0.38	0.08	0.62	0.1444	0.0304	0.0064	0.2356	0.0496	0.3844
10	0.41	0.07	0.72	0.1681	0.0287	0.0049	0.2952	0.0504	0.5184
11	0.45	0.05	0.50	0.2025	0.0225	0.0025	0.4050	0.0450	0.8100
12	0.30	0.08	0.65	0.0900	0.0240	0.0064	0.1950	0.0520	0.4225
13	0.40	0.07	0.68	0.1600	0.0280	0.0049	0.2720	0.0476	0.4624
14	0.43	0.06	0.82	0.1849	0.0258	0.0036	0.3526	0.0492	0.6724
15	0.30	0.13	0.30	0.0900	0.0390	0.0169	0.0900	0.0390	0.0900
$\Sigma$	5.88	1.31	10.42	2.3956	0.4579	0.1735	4.3878	0.7037	8.3626

最后得回归方程

$$\hat{y} = -0.3503 + 2.8465x_1 - 0.81176x_2$$

下面对所得的线性回归方程作显著性检验。根据 (4-44) 和 (4-45) 两式，我们算出总离差平方和及回归与残差平方和

$$l_{yy} = \sum_i (y_i - \hat{y})^2 = \sum_i y_i^2 - \frac{1}{n} (\sum_i \hat{y}_i)^2 = 1.1242$$

$$U = \sum_{j=1}^2 b_j l_{jy} = 2.8465 \times 0.30316 + 0.81176 \times 0.2063 = 1.0304$$

$$Q = l_{yy} - U = 0.0938$$

由 (4-46) 式，算出统计量

$$F = \frac{(n-m-1)U}{mQ} = \frac{(15-2-1) \times 1.0304}{2 \times 0.0938} = 65.91$$

对给定的显著性水平  $\alpha=0.01$ ，查自由度为 (2,12) 的  $F$  分布表，得临界值 6.93，算得的  $F$  值 65.91 大于这个数，因此回归方程是显著的。

按 (4-36) 式，变量  $y$  与  $x_1, x_2$  这间的多重相关系数（复相关系数）

$$\rho_{y,x} = \frac{D(M)}{\sqrt{D(y)}\sqrt{D(M)}} = \frac{\sqrt{D(M)}}{\sqrt{D(y)}}$$

由于在实际应用中，一般都用样本的数字特征去代替总体的数字特征。显然在例 2.1.1 中

$$M(x) = \hat{y} = b_0 + b_1x_1 + b_2x_2$$

且

$$D(M) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (\hat{y}_i - \bar{y})^2 = U, D(y) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2 = l_{yy}$$

从而

$$\rho_{y,x} = \sqrt{\frac{U}{l_{yy}}} = \sqrt{\frac{1.0304}{1.1242}} = 0.96$$

至于偏相关系数，由（4-28）式，类似地可算得

$$\rho_{y1,2} = \frac{\rho_{y1} - \rho_{y2}\rho_{12}}{\sqrt{1-\rho_{y2}^2}\sqrt{1-\rho_{12}^2}} = \frac{0.9497 - 0.8004 \times 0.7599}{\sqrt{1-0.8004^2}\sqrt{1-0.7599^2}} = 0.8763$$

$$\rho_{y2,1} = \frac{\rho_{y2} - \rho_{y1}\rho_{21}}{\sqrt{1-\rho_{y1}^2}\sqrt{1-\rho_{21}^2}} = \frac{-0.8004 + 0.9497 \times 0.7599}{\sqrt{1-0.9497^2}\sqrt{1-0.7599^2}} = -0.3867$$

关于拟合效果，我们可以用

$$N = \frac{D(M)}{D(y)} = \frac{U}{l_{yy}}$$

来度量，并称之为拟合度。它在一定程度上反映了  $y$  与  $x_1, x_2, \dots, x_m$  之间线性关系的密切程度。在我们的例子中

$$N = \frac{1.0304}{1.1242} = 0.9166$$

### 3.1.3 逐步回归

#### （一）逐步回归的基本思想

多元回归的基本问题是建立回归方程，由此可根据多个自变量的观测值对因变量进行预测。作为一个好的回归方程，首先应该包含尽可能多的与因变量  $y$  有关的变量，特别是不能遗漏对  $y$  有显著作用的变量。另一方面，为了使用方便，又要求回归方程中包含尽可能少变量，尤其是不宜包含对  $y$  没有显著作用的变量。在回归方程中含有这样的变量，不仅要增加计算量，还会降低正规方程组的稳定性，影响计算精度，甚至出现病态方程组。

换句话说，为了提高精度，我们要设法尽力减小方差分析表中的剩余均方

$$\hat{\sigma}^2 = Q / (n - m - 1) \quad (4-49)$$

为此，可设法增大回归平方和  $U$ ，从而减少剩余平方和  $Q$ 。通过增大自变量个数  $m$  的方法固然可以达到这一目的，但这时（2.1.49）式的分母要减小，从而

又可能使分数值  $\hat{\sigma}^2$  增大。由此可见, 一个“最优的”回归方程, 应该包含那些对增大回归平方和有显著作用的变量, 即偏回归平方和较大的变量, 而且仅包含这样的变量。逐步回归就是对变量进行筛选并建立这样“最优”回归方程的一种方法。

逐步回归大致步骤是这样的: 在所有考虑的变量中, 根据它们对  $y$  的贡献大小, 按一定的标准, 逐个选入回归方程中, 与此同时, 先已入回归方程的变量中, 如果由于后来引入了新的变量而失去其重要性, 则要从回归方程中将它剔除。这个过程一直进行下去, 直到已引入的变量不需要剔除, 未引入的变量不需要引入, 过程就停止, 最后得到的方程就是“最优的”。

## (二) 引入与剔除变量的标准

设逐步回归进行到了某一步, 已有  $l$  个变量 (不妨设为前  $l$  个变量) 引入回归方程, 即有

$$\hat{y} = b_0 + b_1^{(l)}x_1 + \Lambda + b_l^{(l)}x_l$$

系数  $b_1^{(l)}, b_l^{(l)}$  自然与当前方程中所含自变量的个数有关。当  $l \geq 2$ , 即方程中所含自变量个数多于一个时, 在没引入新变量之前, 首先考虑是否有需要剔除的变量。为此, 在  $l$  变量中选出偏回归平方和最小的变量, 设为  $x_k$ 。它是否需要剔除, 可根据 (2.1.48) 式给出的统计量, 对其偏回归平方和作  $F$  检验。在这里,

(2.1.48) 式变成如下的形式

$$F_k^{(l)} = \frac{V_k^{(l)}}{Q^{(l)} / (n - l - 1)} = \frac{(n - l - 1)V_k^{(l)}}{Q^{(l)}}, V_k^{(l)} = \frac{(b_k^{(l)})^2}{C_{kk}^{(l)}} \quad (4-50)$$

其中  $C_{kk}^{(l)}$  是含  $l$  个变量的正规方程组系数矩阵逆矩阵的元素,  $Q^{(l)}$  是关于  $l$  个变量的残差平方和。若变量  $x_k$  对  $y$  的影响不显著, 则  $F_k^{(l)}$  服从自由度为  $(1, n - l - 1)$  的  $F$  分布, 对于给定的显著性水平  $\alpha$ ,  $F$  分布的临界值与自由度中的  $l$  有关, 但当  $n$  很大量, 临界值与  $l$  关系不大, 因此, 可以事先选一个固定的临界值  $F_{1\alpha}$ , 按 (4-50) 式算得的  $F_k^{(l)} < F_{1\alpha}$  时, 就将变量  $x_k$  从回归方程中剔除; 否则就不剔除。接着考虑从其余的  $m - l$  个变量中选出一个变量引入回归方程。

我们设想, 如果从其余的  $m - l$  个变量中选出  $x_j$  引入回归方程, 这时便得到含  $l + 1$  个变量的回归方程。记  $x_j$  在该回归方程中的偏回归平方和为  $V_j^{(l)}$ , 它可以

表示  $x_j$  的重要程度。我们从  $m-l$  变量中选出偏归平方和最大的变量  $x_k$  作为引入对象, 它能否引入到回归方程中, 也要对  $x_k$  作  $F$  检验。这里 (4-48) 式有如下的形式

$$F_k^{(l)} = \frac{V_k^{(l+1)}}{Q^{(l+1)/(n-l-2)}} = \frac{(n-l-2)V_k^{(l+1)}}{Q^{(l)} - V_k^{(l+1)}}, V_k^{(l+1)} = \frac{(b_k^{(l+1)})^2}{C_{kk}^{(l+1)}} \quad (4-51)$$

其中  $C_{kk}^{(l+1)}$  是  $l+1$  变量的正规方程组系数矩阵逆矩阵的元素,

$Q^{(l+1)} = Q^{(l)} - V_k^{(l+1)}$  是含  $l+1$  个变量回归方程的残差平方和。若  $x_k$  对  $y$  的影响不显著, 则  $F_k^{(l+1)}$  服从自由度为  $(1, n-l-2)$  的  $F$  分布。对于给定的显著性水平  $\alpha$ , 临界值随自由度中所含的  $l$  变化很小, 我们可以取一个与  $l$  无关的临界值  $F_{2\alpha}$ , 当算得的  $F_k^{(l+1)} \geq F_{2\alpha}$  时, 就将  $x_k$  引入回归方程, 否则就不引入。

### (三) 逐步回归与解线性方程组消去法的关系

到目前为止, 我们讨论了引入或剔除变量的步骤和标准, 逐步回归原则问题假乎已经解决。但在实际上, 若不采用特殊的技巧, 计算量是非常大的。从前面的讨论可以看出, 每筛选一次变量都要作许多次普通回归分析, 在每次回归分析中, 不但要解正规方程组求出回归系数, 而且还要对正规方程组的系数矩阵求逆, 这两点都可用线性代数中的消去变换法同时做到。

为了方便, 我们先解标准化正规方程组 (4-40), 求出标准化回归系数  $b'_j (k \leq m)$ , 然后再由 (4-41) 式求出原回归系数  $b_j (1 \leq j \leq m)$ 。

首先就仅有三个变量的简单情形讨论消去法和引入变量的关系。设有正规方程组

$$\begin{cases} r_{11}b'_1 + r_{12}b'_2 + r_{13}b'_3 = r_{1y} \\ r_{21}b'_1 + r_{22}b'_2 + r_{23}b'_3 = r_{2y} \\ r_{31}b'_1 + r_{32}b'_2 + r_{33}b'_3 = r_{3y} \end{cases}$$

它的增广矩阵为

$$R_y = \begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} & r_{1y} \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} & r_{2y} \\ r_{31} & r_{32} & r_{33} & r_{3y} \end{bmatrix}$$

若在回归方程中仅引入变量  $x_1$ , 这时的正规方程组为

$$r_{11}b_1^{(1)} = r_{1y}$$

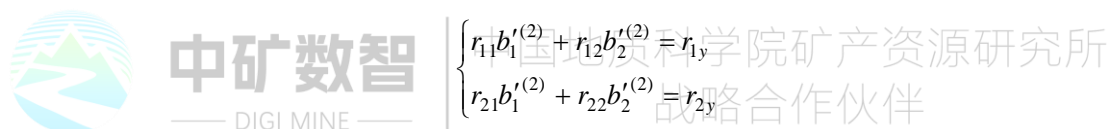
它的增广矩阵是

$$(r_{11}r_{1y})$$

由  $R_y$  的一部分元素组成。为解这个方程组，可对  $R_y$  以  $r_{11}$  为主元素作消去变换，得

$$R_y^{(1)} = \begin{bmatrix} \frac{r_{11}}{r_{11}} & \frac{r_{12}}{r_{11}} & \frac{r_{13}}{r_{11}} & \frac{r_{1y}}{r_{11}} \\ r_{21}\frac{r_{21}r_{11}}{r_{11}} & r_{22}\frac{r_{11}r_{12}}{r_{11}} & r_{23}\frac{r_{21}r_{13}}{r_{1y}} & r_{2y}\frac{r_{21}r_{11}}{r_{11}} \\ r_{31}\frac{r_{31}r_{11}}{r_{11}} & r_{32}\frac{r_{31}r_{12}}{r_{11}} & r_{33}\frac{r_{31}r_{13}}{r_{11}} & r_{3y}\frac{r_{31}r_{11}}{r_{11}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & r_{12}^{(1)} & r_{13}^{(1)} & r_{1y}^{(1)} \\ 0 & r_{22}^{(1)} & r_{23}^{(1)} & r_{2y}^{(1)} \\ 0 & r_{32}^{(1)} & r_{33}^{(1)} & r_{3y}^{(1)} \end{bmatrix}$$

由此得到回归系数  $b_1' = r_{1y}^{(1)}$ 。若再引入变量  $x_2$ ，则含变量  $x_1, x_2$  的正规方程组为



$$\begin{cases} r_{11}b_1'^{(2)} + r_{12}b_2'^{(2)} = r_{1y} \\ r_{21}b_1'^{(2)} + r_{22}b_2'^{(2)} = r_{2y} \end{cases}$$

为解此方程组，对  $R_y^{(1)}$  再以  $r_{22}^{(1)}$  为主元素作消去变换，得

$$R_y^{(2)} = \begin{bmatrix} 1 & r_{12}^{(1)} - \frac{r_{12}^{(1)}r_{22}^{(1)}}{r_{22}^{(1)}} & r_{13}^{(1)} - \frac{r_{12}^{(1)}r_{23}^{(1)}}{r_{22}^{(1)}} & r_{1y}^{(1)} - \frac{r_{12}^{(1)}r_{2y}^{(1)}}{r_{22}^{(1)}} \\ 0 & \frac{r_{22}^{(1)}}{r_{22}^{(1)}} & \frac{r_{23}^{(1)}}{r_{22}^{(1)}} & \frac{r_{2y}^{(1)}}{r_{22}^{(1)}} \\ 0 & r_{32}^{(1)} - \frac{r_{32}^{(1)}r_{22}^{(1)}}{r_{22}^{(1)}} & r_{33}^{(1)} - \frac{r_{32}^{(1)}r_{23}^{(1)}}{r_{22}^{(1)}} & r_{3y}^{(1)} - \frac{r_{32}^{(1)}r_{2y}^{(1)}}{r_{22}^{(1)}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & r_{13}^{(2)} & r_{1y}^{(2)} \\ 0 & 1 & r_{23}^{(2)} & r_{2y}^{(2)} \\ 0 & 0 & r_{33}^{(2)} & r_{3y}^{(2)} \end{bmatrix}$$

据此可以看出，  $b_1' = r_{1y}^{(2)}, b_2' = r_{2y}^{(2)}$ 。

总之，将某个变量引入回归方程，等价于以其相应对角线元素为主元素作一次消去变换。本来在只引入变量  $x_j$  的情况下，仅需对增广矩阵中与它有关的行和列作消去变换就可以了，但考虑到以后还可能引入别的变量，特将其它的行和列也都进行变换。

为了对各种过渡性回归方程以及各变量的重要性进行评价，不仅要求解，而且需要对系数矩阵求逆，这可以用求解求逆并行的紧凑方案来实现。



首先考虑如下的  $m \times (2m+1)$  阶矩阵

$$\begin{array}{cccccccc} r_{11} & r_{12} & \Lambda & r_{1m} & r_{1y} & 1 & 0 & \Lambda & 0 \\ r_{21} & r_{22} & \Lambda & r_{2m} & r_{2y} & 0 & 1 & \Lambda & 0 \\ \Lambda & \Lambda & \Lambda & \Lambda & \Lambda & \Lambda & \Lambda & \Lambda & \Lambda \\ r_{m1} & r_{m2} & \Lambda & r_{mm} & r_{my} & 0 & 0 & \Lambda & 1 \end{array}$$

当我们用等变换把左边的  $m$  列某一子块变成单位矩阵时, 则第  $m+1$  列相应的行就变成回归系数, 右边的  $m$  列中相应子块就变成逆矩阵。为方便起见, 设首先引入  $x_1$ , 我们就以  $r_{11}$  为主元素消去该矩阵中的第 1 列, 得

$$\begin{bmatrix} 1 & \frac{r_{12}}{r_{11}} & \Lambda & \frac{r_{1m}}{r_{11}} & \frac{r_{1y}}{r_{11}} & \frac{1}{r_{11}} & 0 & \Lambda & 0 \\ 0 & r_{22} - \frac{r_{21}r_{12}}{r_{11}} & \Lambda & r_{2m} - \frac{r_{21}r_{1m}}{r_{11}} & r_{2y} - \frac{r_{21}r_{1y}}{r_{11}} & -\frac{r_{21}}{r_{11}} & 1 & \Lambda & 0 \\ & \Lambda & \Lambda & \Lambda & \Lambda & \Lambda & & & \\ 0 & r_{m2} - \frac{r_{m1}r_{12}}{r_{11}} & \Lambda & r_{mm} - \frac{r_{m1}r_{1m}}{r_{11}} & r_{my} - \frac{r_{m1}r_{1y}}{r_{11}} & -\frac{r_{m1}}{r_{11}} & 0 & \Lambda & 1 \end{bmatrix}$$

这时  $\frac{r_{1y}}{r_{11}}$  就是含一个自变量  $x_1$  的回归系数  $b_1'$ ,  $\left(\frac{1}{r_{11}}\right)$  就是标准化正规方程组系数矩阵的逆, 主元素  $r_{11}$  就是其行列式的值。如果引入了若干个变量, 也有类似的结论。在上述结论中, 第 1 列一旦被消成 0, 1 形式以后, 它就不再发生变化了, 而右边的方阵仅第 1 列破坏了 0, 1 的形式。为了节省内存, 也为了看清规律, 我们把右边矩阵刚被破坏 0, 1 形式的那一列放在左边刚变成 0, 1 形式的那一列上。这样就可以用  $m \times (m+1)$  阶矩阵表示消去的结果。

为了更好地看出对称性, 我们对下面的  $m+1$  阶方阵

$$R = \begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} & \Lambda & r_{1m} & r_{1y} \\ r_{21} & r_{22} & \Lambda & r_{2m} & r_{2y} \\ \Lambda & \Lambda & \Lambda & \Lambda & \Lambda \\ r_{m1} & r_{m2} & \Lambda & r_{mm} & r_{my} \\ r_{y1} & r_{y2} & \Lambda & r_{ym} & r_{yy} \end{bmatrix}$$

进行消去变换, 这是  $m+1$  个变量,  $x_1, x_2, \dots, x_m, y$  之间的相关矩阵, 其中的对角线元素  $r_{ii}=1$  ( $i=1, 2, \dots, m$ ),  $r_{yy}=1$ , 它们表示各标准化变量的方差为 1。这时以  $r_{kk}$  为主元素作消去变换的结果为

$$R^{(1)} = \begin{bmatrix} r_{11} - \frac{r_{1k}r_{k1}}{r_{kk}} & \Lambda & -\frac{r_{1k}}{r_{kk}} & \Lambda & r_{1j} - \frac{r_{1k}r_{kj}}{r_{kk}} & \Lambda & r_{1y} - \frac{r_{1k}r_{ky}}{r_{kk}} \\ \Lambda & \Lambda & \Lambda & \Lambda & \Lambda & \Lambda & \Lambda \\ \frac{r_{k1}}{r_{kk}} & \Lambda & \frac{1}{r_{kk}} & \Lambda & \frac{r_{kj}}{r_{kk}} & \Lambda & \frac{r_{ky}}{r_{kk}} \\ \Lambda & \Lambda & \Lambda & \Lambda & \Lambda & \Lambda & \Lambda \\ r_{i1} - \frac{r_{ik}r_{k1}}{r_{kk}} & \Lambda & -\frac{r_{ik}}{r_{kk}} & \Lambda & r_{ij} - \frac{r_{ik}r_{kj}}{r_{kk}} & \Lambda & r_{iy} - \frac{r_{ik}r_{ky}}{r_{kk}} \\ \Lambda & \Lambda & \Lambda & \Lambda & \Lambda & \Lambda & \Lambda \\ r_{y1} - \frac{r_{yk}r_{k1}}{r_{kk}} & \Lambda & -\frac{r_{yk}}{r_{kk}} & \Lambda & r_{yj} - \frac{r_{yk}r_{kj}}{r_{kk}} & \Lambda & r_{yy} - \frac{r_{yk}r_{ky}}{r_{kk}} \end{bmatrix}$$

一般地, 设经过  $l$  步消去变换所得的矩阵为  $R^{(l)} = (r_{ij}^{(l)})$  (取  $R^{(0)} = R$ ), 再以  $r_{kk}^{(l)}$  为主元素作消去变换所得的矩阵为  $R^{(l+1)} = (r_{ij}^{(l+1)})$ , 则它们之间的变换关系为

$$r_{ij}^{(l+1)} = \begin{cases} 1/r_{kk}^{(l)}, & i=j=k \\ r_{kj}^{(l)} / r_{kk}^{(l)}, & i=k, j \neq k \\ -r_{ik}^{(l)} / r_{kk}^{(l)}, & i \neq k, j=k \\ r_{ij}^{(l)} - r_{ik}^{(l)} r_{kj}^{(l)} / r_{kk}^{(l)}, & i \neq k, j \neq k \end{cases} \quad (4-52)$$

当  $r_{ij}$  下标出现  $m+1$  时, 我们把它理解为  $y$ 。

在上述过程中, 假设已把前  $l$  个变量引入到回归方程中, 这时所用的主元素为  $r_{11}, r_{22}^{(1)}, \Lambda, r_{ll}^{(l-1)}$ 。我们记相应这  $l$  个变量标准化正规方程组系数矩阵为

$R_{12 \dots l}$ , 于是不难看出其行列式的值为

$$|R_{12 \dots l}| = r_{11} r_{22}^{(1)} \Lambda r_{ll}^{(l-1)} \quad (4-53)$$

它在逐步判别分析中是有用的。

在消去变换进行到某一步以后, 若需从回归方程中剔除先前引入的某个变量 (设为  $x_k$ ), 则剔除  $x_k$  以后的回归系数和逆矩阵不需要从头计算, 只须象引入  $x_k$  一样, 再以第  $k$  个对角线元素为主元素作一次消去变换就可以了。为证明这一点, 可设第  $l+1$  步要剔除的变量  $x_k$  是第  $l$  步刚引入的\*, 按 (4-52) 式把  $R^{(l-1)}$  变成了  $R^{(l)}$ 。若再以  $r_{kk}$  为主元素对  $R^{(l)}$  作消除变换, 由 (4-52) 式, 所得  $R^{(l+1)}$  的元素为

\* 在实际计算中, 刚引入的变量在下一步剔除是不可能的。但这个假设不失一般性, 因为对  $l$  个变量按 (2.1.52) 式作消去变换, 所得的矩阵  $R^{(l)}$  与这些变量引入的次序是无关的, 因此任意变量都可以认为是在第  $l$  步引入的。

$$\begin{aligned}
r_{kk}^{(l+1)} &= 1/r_{kk}^{(l)} = r_{kk}^{(l-1)} \\
r_{kj}^{(l+1)} &= r_{kj}^{(l)} / r_{kk}^{(l)} = (r_{kj}^{(l-1)} / r_{kk}^{(l-1)}) \div (1/r_{kk}^{(l-1)}) = r_{kj}^{(l-1)} \\
r_{ik}^{(l+1)} &= -r_{ik}^{(l)} / r_{kk}^{(l)} = -(-r_{ik}^{(l-1)} / r_{kk}^{(l-1)}) \div (1/r_{kk}^{(l-1)}) = r_{ik}^{(l-1)} \\
r_{ij}^{(l+1)} &= r_{ij}^{(l)} - r_{ik}^{(l)} r_{kj}^{(l)} / r_{kk}^{(l)} = (r_{ij}^{(l-1)} - r_{ik}^{(l-1)} r_{kj}^{(l-1)} / r_{kk}^{(l-1)}) - (-r_{ik}^{(l-1)} / r_{kk}^{(l-1)}) (r_{kj}^{(l-1)} / r_{kk}^{(l-1)}) \div r_{ij}^{(l-1)}
\end{aligned}$$

即有  $R^{(l+1)} = R^{(l)}$ 。这就是说, 对已引入的变量  $x_k$ , 若对它再作一次消去变换, 所得的结果和它没引入以前的情况一样, 这实际上就把  $x_k$  剔除了。

有了 (4-52) 式, 我们便可证明 (4-47) 式。由偏回归平方和的定义, 并沿用有关的记号, 那么  $x_j$  ( $1 \leq j \leq m$ ) 的偏回归平方和为

$$V_j = U - U'$$

对正规方程组 (4-36), 按 (4-52) 经过  $m-1$  次与  $m$  次消去变换, 记所得的回归系分别为

$$b_1^{(m-1)}, b_2^{(m-1)}, \Lambda, b_m^{(m-1)} \text{ (不含第 } j \text{ 项)}; b_1 = b_1^{(m)}, b_2 = b_2^{(m)}, \Lambda, b_m = b_m^{(m)}$$

因为所用的过程是求解求逆并行的紧凑方案, 所以  $L^{-1} = L^{(m)}$ , 于是

$$\begin{aligned}
b_1^{(m)} &= l_{1y}^{(m)}, b_2^{(m)} = l_{2y}^{(m)}, \Lambda, b_m^{(m)} = l_{my}^{(m)} \\
b_1^{(m-1)} &= l_{1y}^{(m-1)}, b_2^{(m-1)} = l_{2y}^{(m-1)}, \Lambda, b_m^{(m-1)} = l_{my}^{(m-1)} \quad \text{(不含第 } j \text{ 项)}
\end{aligned}$$

从而按 (2.1.45) 式

$$V_j = (l_{1y}^{(m)} - l_{1y}^{(m-1)})l_{1y} + (l_{2y}^{(m)} - l_{2y}^{(m-1)})l_{2y} + \Lambda + l_{jy}^{(m)}l_{jy} + \Lambda + (l_{my}^{(m)} - l_{my}^{(m-1)})l_{my} \quad (4-54)$$

以  $l_{jj}^{(m)}$  为主元素对  $L^{(m)}$  进行消去变换, 再由 (4-52) 式, 得

$$l_{iy}^{(m-1)} = l_{iy}^{(m)} - \frac{l_{iy}^{(m)}l_{jy}^{(m)}}{l_{jj}^{(m)}}, \quad i = 1, 2, \Lambda, m, i \neq j \quad (4-55)$$

把 (4-55) 式代入 (4-54) 式, 又得

$$V_j = \frac{l_{jy}^{(m)}}{l_{jj}^{(m)}} (l_{1j}^{(m)}l_{1y} + l_{2j}^{(m)}l_{2y} + \Lambda + l_{mj}^{(m)}l_{my})$$

因  $l_{kj}^{(m)} = l_{jk}^{(m)}$  ( $1 \leq k \leq m$ ) 及  $b = L^{(m)}l_y$ , 所以上式可写成

$$V_j = \frac{(l_{jy}^{(m)})^2}{l_{jj}^{(m)}} = \frac{(b_j^{(m)})^2}{C_{jj}} = \frac{(b_j)^2}{C_{jj}} \quad (4-56)$$

其中  $C_{jj} = l_{jj}^{(m)}$  ( $1 \leq j \leq m$ )。

由 (4-40) 式, 得  $b_j = \sqrt{\frac{l_{yy}}{l_{jj}}} b'_j$ , 把它代入 (4-56) 式可知

$$V_j = \frac{1}{C_{jj}} \left( \sqrt{\frac{l_{yy}}{l_{jj}}} b'_j \right)^2 = \frac{(b'_j)^2}{C_{jj} l_{jj}} l_{yy}$$

记相关矩阵  $R$  逆矩阵对角线元素为  $C'_{jj}$  ( $1 \leq j \leq m$ ), 再由 (4-41) 式不难看出  $C'_{jj} = C_{jj} l_{jj}$ , 故此

$$V_j = \frac{(b'_j)^2}{C'_{jj}} l_{yy}$$

设矩阵  $R^{(l)}$  表示已引入  $l$  个变量所得消去变换的结果, 则  $R^{(l)}$  中相应于这  $l$  个变量行和列相交处元素所形成的子块, 就是该  $l$  个变量正规方程组系数矩阵之逆, 而  $R^{(l)}$  中最后一列相应的元素, 便是标准化回归系数。设  $x_k$  是已引入的变量, 则有  $C'_{kk}^{(l)} = r_{kk}^{(l)}, b'_k{}^{(l)} = r_{ky}^{(l)}$  于是由 (4-56) 式得

$$V_k^{(l)} = \frac{(b'_k{}^{(l)})^2}{C'_{kk}^{(l)}} l_{yy} = \frac{(r_{ky}^{(l)})^2}{r_{kk}^{(l)}} l_{yy}$$

因  $l_{yy}$  是常数, 这样对于比较各变量偏回归平方和的大小没有影响; 同时在作  $F$  检验时, (4-50) 与 (4-51) 两式中的分母均含有因子  $l_{yy}$  (下面将给以证明), 所以它也不影响  $F$  值的计算结果, 从而在后面的计算中, 我们将省略因子  $l_{yy}$ 。于是上式可改写为

$$V_k^{(l)} = \frac{(r_{ky}^{(l)})^2}{r_{kk}^{(l)}} \quad (4-57)$$

若变量  $x_k$  未被引入, 设想它作为第  $l+1$  变量引入的, 即以  $r_{kk}^{(l)}$  为主元素对  $R^{(l)}$  进行消去变换而得  $R^{(l+1)}$ , 则  $x_k$  在含  $l+1$  个变量回归方程中的偏回归平方和, 按 (4-57) 式知

$$V_k^{(l+1)} = \frac{(r_{ky}^{(l+1)})^2}{r_{kk}^{(l+1)}} = \frac{(r_{ky}^{(l)} / r_{kk}^{(l)})^2}{1 / r_{kk}^{(l)}} = \frac{(r_{ky}^{(l)})^2}{r_{kk}^{(l)}}$$

它与 (4-57) 式有相同的形式。这说明在  $R^{(l)}$  中, 用 (4-57) 式即可计算已引入变量的偏回归平方和, 又可计算未被引入变量的偏回归平方和。

为了对各自变量的显著性进行检验, 还要计算剩余平方和  $Q^{(l)}$ 。当没有引入

变量, 即  $l=0$  时, 显然

$$Q^{(0)} = l_{yy} = r_{yy}^{(0)} l_{yy}$$

设在已引入  $l$  个变量时有

$$Q^{(l)} = r_{yy}^{(l)} l_{yy} \quad (4-58)$$

则当引入变量  $x_k$  时有

$$Q^{(l+1)} = Q^{(l)} - V_k^{(l+1)} = r_{yy}^{(l)} l_{yy} - \frac{(r_{ky}^{(l)})^2}{r_{kk}^{(l)}} l_{yy} = (r_{yy}^{(l)} - \frac{r_{yk}^{(l)} r_{ky}^{(l)}}{r_{kk}^{(l)}}) l_{yy} = r_{yy}^{(l+1)} l_{yy}$$

由数学归纳法, (4-58) 式对一切  $l$  都成立, 即可用  $R^{(l)}$  中的元素  $r_{yy}^{(l)}$  计算  $Q^{(l)}$ 。

需要注意的是, 由于在计算  $V_k^{(l)}$  时省略因子  $l_{yy}$ , 在用 (4-58) 式计算  $Q^{(l)}$  时也要省略因子  $l_{yy}$ 。

#### (四) 逐步回归的计算步骤

对于给定的  $m$  个自变量和因变量  $y$  的原始数据, 首先算出  $m+1$  个变量的相关矩阵  $R$ , 然后用消去变换逐步选入和剔除变量。

设已建立含  $l$  个自变量的回归方程, 并得到了矩阵  $R^{(l)}$  (当  $l=0$  时, 理解为初始状态, 尚未引入变量)。记已引入变量角标集合为  $s_1$ , 未引入变量角标集合为  $s_2$ 。然后按如下次序进行:

1. 对于自变量, 按公式

$$V_j^{(l)} = \frac{(r_{jy}^{(l)})^2}{r_{jj}^{(l)}}, 1 \leq j \leq m \quad (4-59)$$

进行计算。

2. 考虑剔除变量。这一步仅当已引入的变量数  $l \leq 2$  时执行。针对已引入的全部变量  $x_j$  ( $j \in s_1$ ), 求  $V_i^{(l)}$  的最小值, 令

$$V_k^{(l)} = \min_{j \in s_1} \{V_j^{(l)}\}$$

则有

$$F_k = \frac{(n-l-1)V_k^{(l)}}{Q^{(l)}} = \frac{(n-l-1)V_k^{(l)}}{r_{yy}^{(l)}}$$

其中  $F_k$  由 (4-50) 式给出。当  $F_k < F_{1\alpha}$  时, 将  $x_k$  从回归方程中剔除, 并以  $r_{kk}^{(l)}$



为主元素对  $R^{(l)}$  进行消去变换, 再从第 1 步开始, 看是否需要剔除变量, 直到设有变量剔除为止, 接着进行下一步。

3. 考虑引入变量。对未被引入的变量  $x_j (j \in s_2)$ , 若在下一步将它引入, 这时取其中最大者, 令

$$V_k^{(l)} = \max_{j \in s_2} \{V_j^{(l)}\}$$

由于引入了变量  $x_k$ , 这时引入的变量数将变成  $l+1$ , 剩余平方和为

$$Q^{(l+1)} = Q^{(l)} - V_k^{(l)}$$

由 (4-51) 式

$$F_k = \frac{(n-l-2)V_k^{(l)}}{Q^{(l)} - V_k^{(l)}} = \frac{(n-l-2)V_k^{(l)}}{r_{yy}^{(l)} - V_k^{(l)}}$$

当  $F_k \geq F_{2\alpha}$  时, 引入  $x_k$ , 以  $r_{kk}^{(l)}$  为主元素对  $R^{(l)}$  作消去变换, 接着再从第二步起; 否则不引入变量。这时已引入的变量不需要剔除, 未引入的变量不需要引入, 停止消去过程进行下一步。

4. 根据  $R^{(l)}$ , 算出最终的回归分析结果。对已引入的变量  $x_j$  算得标准化回归系数, 由 (4-40) 式, 得原回归方程的回归系数

$$b_j = \sqrt{\frac{l_{yy}}{l_{jj}}} b'_j = \sqrt{\frac{l_{yy}}{l_{jj}}} r_{jy}^{(l)}, b_0 = \bar{y} - \sum_{j \in s_1} b_j x_j$$

最后得回归方程

$$\hat{y} = b_0 + \sum_{j \in s_1} b_j x_j$$

为了对回归效果进行检验, 可由  $R^{(l)}$  算出如下的统计量

$$\begin{aligned} Q &= Q^{(l)} = r_{yy}^{(l)} l_{yy} \\ U &= l_{yy} - Q = l_{yy} - r_{yy}^{(l)} l_{yy} = (1 - r_{yy}^{(l)}) l_{yy} \\ N &= U / l_{yy} = 1 - r_{yy}^{(l)} \\ F &= \frac{(n-l-1)}{l r_{yy}^{(l)}} (1 - r_{yy}^{(l)}) = \frac{(n-l-1)}{l} \left( \frac{1}{r_{yy}^{(l)}} - 1 \right) \end{aligned} \quad (4-60)$$

(五) 几点说明

1. 最终选入回归方程中变量的个数  $l$ , 取决于临界值的大小。一般来说, 临界值取得大, 选入的变量就少; 反之, 则选入的多。当临界值小到一定程度, 可能

把全部变量选入回归方程，这时，逐步回归和一般回归计算结果没有什么差别。但当各自变量之间密切相关，致使正南方程组出现病态，甚至退化时，逐步回归可自动剔除多余的变量，回避了计算上的困难。

2.在作消去变换的时候，需要以 $r_{kk}^{(l)}$ 作除数，为了保证计算的精度，在引入变量 $x_k$ 时，常对相应的元素 $r_{kk}^{(l)}$ 加以限制，即 $r_{kk}^{(l)} < \varepsilon$ 时不引入 $x_k$ ，其中 $\varepsilon$ 是某个小正数。

3.逐步回归中的一系列假设检验，都是在原始数学模型服从正态分布假定的基础上进行的。在实际上，若这种假定不能保证成立，可用其它方法选择变量，例如，可根据问题的实际背景，事先给定两个正数 $l_1 \leq l_2$ ，要求选入的变量数 $l$ 满足条件 $l_1 \leq l \leq l_2$ 。当选入的变量 $l < l_1$ 时，则继续选入重要的变量；当 $l > l_2$ 时，就剔除一些不重要的变量。

4.逐步发选取变量是逐个增加的，选入第 $l+1$ 个变量时，仅要求它与已选入的 $l$ 个变量结合在一起有最小的残差平方和。因此，用这种办法出的变量组合，不能保证是最优的，但可以确信是比较好的变量组合。

例 2.1.2 用逐步回归研究煤的高发热量与它的有机成分之间的关系。

已知煤的有机成分主要为碳(C)，氢(H)，氧(O)，氮(N)等元素，由于变质程度不同，它们的含量(%)也不同，煤的性能也不同。今搜集各种煤的样品10块，分别测得碳、氢、氧、氮与高发热量(卡/克)的含量(见表4-7)试用逐步回归求高发热量与碳、氢、氧、氮的关系。

表 4-7

样号	C( $x_1$ )	H( $x_2$ )	O( $x_3$ )	N( $x_4$ )	高发热量(y)
1	69	5.5	24	1.5	6700
2	57	6.0	35	2.0	5200
3	82	4.3	12	1.9	8400
4	77	4.8	17	1.3	7500
5	59	6.0	33	1.9	5400
6	80	4.6	14	1.7	8000
7	64	5.8	29	1.7	6000
8	67	5.7	26	1.6	6300
9	62	5.9	30	1.9	5700
10	73	5.0	21	1.6	7000

这里的自变量数 $m=4$ ，连同因变量共5个变量。它们的平均值和均方差列于

表 4-8。

表 4-8

	1	2	3	4	Y
平均值	69.00	5.360	24.100	1.710	6620.000
均方差	8.319	0.599	7.543	0.207	1040.961

各变量的相关系数矩阵为

$$R = \begin{bmatrix} 1.000 & -0.980 & -0.999 & -0.453 & -0.997 \\ -0.908 & 1.000 & 0.980 & 0.334 & -0.982 \\ -0.999 & 0.980 & 1.000 & 0.435 & -0.998 \\ -0.453 & 0.334 & 0.435 & 1.000 & -0.404 \\ 0.997 & -0.982 & -0.998 & -0.404 & 1.000 \end{bmatrix}$$

再取定剔除的变量标准为  $F_1 = F_2 = 1.5$ 。

由于还没有引入变量，按 (4-59) 式算出各变量的偏回归平方和 ( $l=0$ )。

$$V_1^{(0)} = 0.994, V_2^{(0)} = 0.964,$$

$$V_3^{(0)} = 0.996, V_4^{(0)} = 0.163$$

其中最大者为  $V_3^{(0)}$ ，可以考虑引入  $x_3$ 。按 (4-51) 式 ( $l=0$ ) 算出

$$F = \frac{(10-0-2)}{1-0.996} = 1992 > 1.5 + 10^{-5}$$

于是引入  $x_3$ ，以  $r_{33}^{(0)} = 1.000$  为主元素对  $R$  进行消去变换，得

$$R^{(1)} = \begin{bmatrix} 0.001 & -0.001 & 0.999 & -0.018 & 0.000 \\ -0.001 & 0.040 & -0.980 & -0.092 & -0.005 \\ -0.999 & 0.980 & 1.000 & 0.435 & -0.998 \\ -0.018 & -0.092 & -0.435 & 0.811 & 0.029 \\ 0.000 & -0.005 & 0.998 & 0.029 & 0.005 \end{bmatrix}$$

这时引入的变量为  $x_3$ ，标准化回归方程为

$$y = -0.998 x_3$$

拟合度为

$$N = U / l_{yy} = 1 - r_{yy}^{(1)} = 1 - 0.004 = 0.996$$

再考虑引入下一个变量。对未被引入变量  $x_1, x_2, x_4$ ，按 (4-59) 式算出偏回归平方和

$$V_1^{(1)} = \frac{(r_{1y}^{(1)})^2}{r_{11}^{(1)}} = \frac{0.000^2}{0.001} = 0.000$$

$$V_2^{(1)} = 0.0006, V_4^{(1)} = 0.001$$

其中  $V_4^{(1)}$  最大, 考虑引入  $x_4$ , 算得

$$F = \frac{(10-1-2) \times 0.001}{0.005-0.001} = 1.75 > 1.5$$

于是引入  $x_4$ , 以  $r_{44}^{(1)}$  为主元素对  $R^{(1)}$  作消去变换, 得

$$R^{(2)} = \begin{bmatrix} 0.001 & -0.003 & 0.989 & 0.023 & 0.000 \\ -0.003 & 0.030 & -1.029 & 0.113 & -0.002 \\ -0.989 & 1.029 & 1.233 & -0.536 & -1.013 \\ -0.023 & -0.113 & -0.536 & 1.233 & 0.036 \\ 0.000 & -0.002 & 1.013 & -0.036 & 0.004 \end{bmatrix}$$

这时标准化回归方程为

$$y = -1.013x_3 + 0.036x_4$$

拟合度为

$$N = 1 - 0.004 = 0.996$$

考虑剔除变量。对已引入的变量算出偏回归平方和

$$V_3^{(2)} = 0.832V_4^{(2)} = 0.001$$

其中  $V_4^{(2)}$  最小, 按 (4-50) 式算出

$$F = \frac{(10-2-1) \times 0.001}{0.004} = 1.75 > 1.5$$

由此可见不能剔除  $x_4$ 。

现在已引入的变量都不需要剔除, 接着再考虑引入变量。对尚未引入的  $x_1$ ,  $x_2$  算出它们的偏回归平方和

$$V_1^{(2)} = 0.000, V_2^{(2)} = 0.000$$

看来这两个变量都不需要引入, 筛选变量的运算到此结束。由  $R^{(2)}$  的最后一列可以得到标准化回归系数

$$b'_3 = -1.013, b'_4 = 0.036$$

由 (4-40) 式及表 2.1.3 同普通回归系数

$$b_j = \sqrt{\frac{l_{yy}}{l_{jj}}} b'j = \sqrt{\frac{n\sigma_y^2}{n\sigma_j^2}} b'j = \frac{\sigma_y}{\sigma_j} b'j, j=3,4$$

$$b_3 = \frac{1040961}{7.543} \times (-1.013) = -139798$$

$$b_4 = \frac{1040961}{0.207} \times 0.036 = 181037$$

再由 (4-34) 式算得

$$b_0 = \bar{y} - b_3 \bar{x}_3 - b_4 \bar{x}_4 = 6620 + 139798 \times 24.1 - 181037 \times 171 = 9679559$$

最后得到回归方程

$$y = 9679559 - 139798x_3(O) + 181037x_4(N)$$

前面已算出回归方程的拟合度为  $N=0.996$ ，所以因变量  $y$ （高发热量）与自变量  $x_3(O)$ ， $x_4(N)$  的多重相关系数（复相关系数）为

$$\rho_{y,x} = \sqrt{\frac{U}{l_{yy}}} = \sqrt{N} = 0.998$$

对所得的回归方程进行检验，按 (2.1.60) 式算出

$$F = \frac{10-2-1}{2} \left( \frac{1}{0.004} - 1 \right) = 871.5$$

查自由为 (2, 7) 的 F 分布表，可以看出回归效果是高度显著的。

由原来的相关矩阵  $R$  可以看出，煤的高发热量与前三种有机成分  $C$ ， $H$ ， $O$  的相关系数都很大，与  $N$  的相关系数不大。而在最终的回归方程中却选入了  $O$  和  $N$ ，没有  $C$  和  $H$ ，这似乎不太自然。细致观察相关矩阵  $R$  可以看出，前三种成分之间的相关系数都很大，而  $N$  与它们这间的关系系数却很小。因此  $O$  对高发热量所提供的信息，包含了  $C$  和  $H$  所能提供的大部分信息；包含  $N$  所提供的小量信息。于是回归方程选入了  $O$  以后，就不必再选入  $C$  和  $H$ ，只须再选入  $N$  就可以了。

### 3.2 趋势面分析

在自然科学的实践中，对数据空间分布特征及其规律的研究是一项重要内容，数据的观测值与空间点的坐标相对应，众多的数据就构成了空间分布。由于数据结构具有某种内在联系，使得空间分布具有某种规律性，直观上形成特定的数学曲面。为了研究这种曲面的变化规律，往往通过对数据进行空间抽样办法，获得



足够的样本点，利用这些样本点来模拟曲面。在实际观测中，数据空间分布并非遵循严格的确定性的数学曲面。就是说，曲面上点的分布具有某种不确定性，但总体上却蕴含着一定的规律。这些数据一般包含着如下三部分的变化：

区域性的变化：数据中反映规律性变化的部分；

局部性变化：数据中反映局部范围的变化特点，往往形成区域范围上的“异常”峰值；

趋势面分析是通过数学方法计算出一个数学曲面来拟合数据中区域性变化的“趋势”，排除随机因素的干扰。即把观测值分成两部分，一部分是趋势值，构成所谓趋势面；另一部分是剩余值，是由后两种因素构成的。现以二维空间内观测值的变化为例。令  $z$  代表任意平面区域  $R$  内点  $\{x, y, z\}$ ，则趋势面分析的结果为：

$$\text{实测曲面} = \text{趋势面} + \text{剩余曲面}$$

对某种点上的观测值来说，相应地有

$$\text{观测值} = \text{趋势值} + \text{剩余值}$$

显然，趋势面是一个确定性函数  $\hat{z} = f(x, y)$ ，剩余曲面是一个随机性函数  $R(x, y)$ ，即

$$z = f(x, y) + R(x, y) = \hat{z} + R(x, y)$$

关于趋势面（trend surface）函数  $f(x, y)$ ，通常用特殊的函数形式来表达，常见的是把  $f(x, y)$  表成某种次数的多项式，因此也叫多项式趋势面分析。当数据的空间分布呈有规律的周期性变化时，可选择三角多项式表达  $f(x, y)$ ，称为调和趋势面分析（Harmonic Trend Surface Analysis）。这两种方法都是通过一般线性模型利用多项式来拟合数据预测值。

由于趋势面和剩余曲面有两种不同的性质，自然分别适用于两种不同的研究目的。前者适用于研究数据的区域变化规律或总体变化规律，后者适用于发现局部“异常”，这在地质学上是极为有用的。

因此，趋势面分析是一种通过一般性模型并借助于最小二乘法用数学曲面拟合空间观测数据的经验性方法。

这里所说的经验性是指在实际问题中,反映趋势面的数学形式是未知的;使用已知的数学模型,当用最小二乘法进行拟合时,也会由于局部变化分量的存在而产生偏差。因此说,趋势面分析基本上属于经验性的方法。在这方面有关研究文献日益增多。目前,该法已成为地质与物、化探工作中最常用和有效的多元统计分析方法之一。

### 3.2.1 趋势面的计算

根据空间维数的不同,趋势面分有一维、二维和三维情形。这里介绍二维趋势面的计算。其它各维趋势面的计算与此原则相同,都是用最小二乘法化为回归分析问题。设在测区内有  $n$  个观测点,各点的坐标  $(x, y)$  与  $Z$  的观测值列于表 4-9 中。

表 4-9

点号	$x$	$y$	$z$
1	$x_1$	$y_1$	$z_1$
2	$x_2$	$y_2$	$z_2$
...	...	...	...
N	$x_n$	$y_n$	$z_n$

首先讨论由上表的数据计算二次趋势面,此时观测值  $z$  可表成

$$z_i = b_0 + b_1x_i + b_2y_i + b_3x_i^2 + b_4x_iy_i + b_5y_i^2 + R_i \quad i=1,2,\dots,n \quad (4-61)$$

其中系数  $b_0, b_1, b_2, \dots, b_5$  是待求的多项式系数。根据最小二乘准则,所求系数应使剩余平方和

$$Q = \sum_{i=1}^n (z_i - \hat{z}_i)^2 = \sum_{i=1}^n (z_i - b_0 - b_1x_i - b_2y_i - b_3x_i^2 - b_4x_iy_i - b_5y_i^2)^2$$

取最小值,即满足方程组:

$$\begin{cases} \frac{2Q}{2b_0} = -2 \sum_{i=1}^n (z_i - b_0 - b_1x_i - b_2y_i - b_3x_i^2 - b_4x_iy_i - b_5y_i^2) = 0 \\ \frac{2Q}{2b_1} = -2 \sum_{i=1}^n (z_i - b_0 - b_1x_i - b_2y_i - b_3x_i^2 - b_4x_iy_i - b_5y_i^2)x_i = 0 \\ \frac{2Q}{2b_5} = -2 \sum_{i=1}^n (z_i - b_0 - b_1x_i - b_2y_i - b_3x_i^2 - b_4x_iy_i - b_5y_i^2)y_i^2 = 0 \end{cases} \quad (4-62)$$

$$\begin{cases} b_0 \sum 1 + b_1 \sum x_i + b_2 \sum y_i + b_3 \sum x_i^2 + b_4 \sum x_i y_i + b_5 \sum y_i^2 = \sum z_i \\ b_0 \sum x_i + b_1 \sum x_i^2 + b_2 \sum x_i y_i + b_3 \sum x_i^3 + b_4 \sum x_i^2 y_i + b_5 \sum x_i y_i^2 = \sum x_i z_i \\ b_0 \sum y_i + b_1 \sum x_i y_i + b_2 \sum y_i^2 + b_3 \sum x_i^2 y_i + b_4 \sum x_i y_i^2 + b_5 \sum y_i^3 = \sum y_i z_i \\ b_0 \sum x_i^2 + b_1 \sum x_i^3 + b_2 \sum x_i^2 y_i + b_3 \sum x_i^4 + b_4 \sum x_i^3 y_i + b_5 \sum x_i^2 y_i^2 = \sum x_i^2 z_i \\ b_0 \sum x_i y_i + b_1 \sum x_i^2 y_i + b_2 \sum x_i y_i^2 + b_3 \sum x_i^3 y_i + b_4 \sum x_i^2 y_i^2 + b_5 \sum x_i y_i^3 = \sum x_i y_i z_i \\ b_0 \sum y_i^2 + b_1 \sum x_i y_i^2 + b_2 \sum y_i^3 + b_3 \sum x_i^2 y_i^2 + b_4 \sum x_i y_i^3 + b_5 \sum y_i^4 = \sum y_i^2 z_i \end{cases}$$

这里求和号 $\sum$ 中一律省略了上标  $n$  和下标  $i$ 。这个正规方程组可用矩阵形式表示为

$$\begin{bmatrix} \sum 1 & \sum x_i & \sum y_i & \sum x_i^2 & \sum x_i y_i & \sum y_i^2 \\ \sum x_i & \sum x_i^2 & \sum x_i y_i & \sum x_i^3 & \sum x_i y_i^2 & \sum x_i^2 y_i \\ \sum y_i & \sum x_i y_i & \sum y_i^2 & \sum x_i^2 y_i & \sum x_i y_i^2 & \sum y_i^3 \\ \sum x_i^2 & \sum x_i^3 & \sum x_i^2 y_i & \sum x_i^4 & \sum x_i^3 y_i & \sum x_i^2 y_i^2 \\ \sum x_i y_i & \sum x_i^2 y_i & \sum x_i y_i^2 & \sum x_i^3 y_i & \sum x_i^2 y_i^2 & \sum x_i y_i^3 \\ \sum y_i^2 & \sum x_i y_i^2 & \sum y_i^3 & \sum x_i^2 y_i^2 & \sum x_i y_i^3 & \sum y_i^4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b_0 \\ b_1 \\ b_2 \\ b_3 \\ b_4 \\ b_5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sum z_i \\ \sum x_i z_i \\ \sum y_i z_i \\ \sum x_i^2 z_i \\ \sum x_i y_i z_i \\ \sum y_i^2 z_i \end{bmatrix}$$

解这个方程组，可得到  $b_0, b_1, \dots, b_5$ ，代入趋势面方程，则有

$$\hat{z} = b_0 + b_1 x + b_2 y + b_3 x^2 + b_4 xy + b_5 y^2$$

将第  $i$  个观测值  $z_i$  的坐标  $(x_i, y_i)$  代入趋势面方程，即要求出这一点的趋势值  $\hat{z}_i (i=1, 2, \dots, n)$  把所有点的趋势值  $\hat{z}_i (i=1, 2, \dots, n)$  求出后，按一定间隔划出趋势值的等值线，就可得出这一空间数据的变化趋势。

用同样的方法，可得到三次、四次、五次甚至更高次的趋势面正规主程组。但由于次数越高未知数越多，求解就越复杂。一般地，二元  $l$  次多项式含有下述各项：

常数项， $x, y, x^2, xy, y^2, \dots, x^l, x^{l-1}y, y^l$ ，其总项数即多项式系数的个数为

$$1+2+3+\dots+(l+1)=(l+1)(l+2)/2$$

若不计算常数项，则多项式系数的个数为

$$m=(l+1)(l+2)/2-1=l(l+3)/2$$

我们把其中的每一项都看作一个变量，令

$$x_1=x, x_2=y, x_3=x^2, x_4=xy, x_5=y^2, \dots, x_m=y^l$$

这时趋势面分析的数学模型

$$z = b_0 + b_1x + b_2y + b_3x^2 + b_4xy + b_5y^2 + \Lambda + b_my^l + R \quad (4-63)$$

可改写为

$$z = b_0 + b_1x_{i1} + b_2x_{i2} + b_3x_{i3} + b_4x_{i4} + b_5x_{i5} + \Lambda + b_my_m + R \quad (4-64)$$

对于应于第  $i$  个取样点, 应有

$$z_i = b_0 + b_1x_{i1} + b_2x_{i2} + b_3x_{i3} + b_4x_{i4} + \Lambda + b_mx_{im} + R_i \quad i = 1, 2, \Lambda, n \quad (4-65)$$

其中  $x_{i1} = x_i, x_{i2} = y_i, x_{i3} = x_i^3, \Lambda, x_{im} = y_i^l$ 。

根据回归分析的结果, 这些多项式系数应满足如下正规方程组

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & \Lambda & 1 \\ x_{11} & x_{21} & \Lambda & x_{n1} \\ x_{12} & x_{22} & \Lambda & x_{n2} \\ \Lambda & \Lambda & \Lambda & \Lambda \\ x_{1m} & x_{2m} & \Lambda & x_{nm} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & x_{11} & x_{12} & \Lambda & x_{1m} \\ 1 & x_{21} & x_{22} & \Lambda & x_{2m} \\ \Lambda & \Lambda & \Lambda & \Lambda & \Lambda \\ 1 & x_{n1} & x_{n2} & \Lambda & x_{nm} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b_0 \\ b_1 \\ M \\ b_m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & \Lambda & 1 \\ x_{11} & x_{21} & \Lambda & x_{n1} \\ x_{12} & x_{22} & \Lambda & x_{n2} \\ \Lambda & \Lambda & \Lambda & \Lambda \\ x_{1m} & x_{2m} & \Lambda & x_{nm} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \\ z_3 \\ M \\ z_n \end{bmatrix}$$

或者表成

$$X'Xb = X'z \quad (4-66)$$



其中

中矿数智

DIGI MINE

中国地质科学院矿产资源研究所

战略合作伙伴

$$X = \begin{bmatrix} 1 & x_{11} & x_{12} & \Lambda & x_{1m} \\ 1 & x_1 & x_{22} & \Lambda & x_{2m} \\ \Lambda & \Lambda & \Lambda & \Lambda & \Lambda \\ 1 & x_{n1} & x_{n2} & \Lambda & x_{nm} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & x_1 & y_1 & \Lambda & y_1^l \\ 1 & x_2 & y_2 & \Lambda & y_2^l \\ \Lambda & \Lambda & \Lambda & \Lambda & \Lambda \\ 1 & x_n & y_n & \Lambda & y_n^l \end{bmatrix}$$

$$b = \begin{bmatrix} b_0 \\ b_1 \\ M \\ b_m \end{bmatrix}, \quad z = \begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \\ M \\ z_n \end{bmatrix}$$

当取样点数  $n$  比较大时,  $X'X$  一般是满秩矩阵, 由 (4-66) 得

$$b = (X'X)^{-1} X'Z$$

令

$$\hat{z} = \begin{bmatrix} \hat{z}_1 \\ \hat{z}_2 \\ M \\ \hat{z}_n \end{bmatrix}, \quad r = \begin{bmatrix} R_1 \\ R_2 \\ M \\ R_n \end{bmatrix}$$

则有

$$z = \hat{z} + r$$

总之，趋势面的算法与回归分析的算法相同。在实际应用中往往次数较低的趋势面来逼近起伏变化比较简单的数据，用次数较高的趋势面去逼近起伏变化复杂的数据。但要注意次数较高的趋势面只在观测点附近效果较好，在外推的效果方面有时不好。

### 3.2.2 趋势面拟合程度的检验

对于任何一组形如表 2.2.1 的观测数据，都可算出适当次数的多项式。但这多项式是否能够较好地代表原始变理  $Z$  的空间变化趋势，或者说多项式对变量  $Z$  的拟合程度如何，是需要进行统计检验的。趋势面拟合程度的高低实际上是回归效果好坏的问题，因而回归分析中显著性检验的方法，都可以用于趋势面分析。

检验的基础仍根据方差分析的思想，即将观测值  $Z_i$  的总离差平方和进行分解，分解式为

$$l_{zz} = \sum_{i=1}^n (z_i - \bar{z})^2 = \sum_{i=1}^n (\hat{z}_i - \bar{z})^2 + \sum_{i=1}^n (z_i - \hat{z}_i)^2 = U + Q$$

其中  $U$  为回归平方和， $Q$  为残差平方和。定义

$$r^2 = U / L_{zz} = 1 - Q / L_{zz} \quad (4-67)$$

为趋势面的拟合度，显然  $0 \leq r^2 \leq 1$ ，它在一定程度上反映了趋势面的拟合度。事实上，在方程组  $X'XB = X'z$  中，当  $N=M+1$  时，若  $X$  为满秩方阵，此时

$$\hat{z} = Xb = X(X'X)^{-1}X'z = XX^{-1}(X')^{-1}X'z = z$$

则

$$r = \hat{z} - z = 0$$

剩余值为零，即有  $Q=0$ ， $U=l_{zz}$ ， $r^2=1$ ，表明趋势值与原始变量完全拟合。故当  $n$  接近于  $m+1$  时，拟合度接近于 1。随着  $n$  的增大，拟合度将越来越大。因此拟合度  $r^2$  只能度量  $\hat{z}$  对  $z$  的拟合程度，不能很好地检验多项式的显著性。

F 检验法。对多项式系数 F 检验，检验的假设是

$$H_0: b_1 = b_2 = \dots = b_m = 0$$

在  $H_0$  成立条件下，统计量为

$$F = \frac{U/m}{Q/(n-m-1)} = \frac{(n-m-1)U}{mQ} \sim F(m, n-m-1)$$

据此可作 F 检验，共步骤从略。

这里需指出，原假设  $H_0$  成立意味着所有系数的理论值都是 0，只要有一个系数显著异于 0，就会否定  $H_0$ 。因此，这种检验方法显得比较粗糙。

较精细的方法是以拟合度的逐次检验法。它是利用相继两个不同次数多项式中回归平方和增量的大小来检验多项式的显著性。假定相继算出了  $l-1$  次和  $l$  次趋势多项式，它们的趋势值离差平方和及剩余平方和分别为

$$U_{l-1}, U_l, Q_{l-1}, Q_l$$

于是有

$$l_{zz} = U_{l+1} + Q_{l-1} = U_l + Q_l$$

当趋势多项式次数升高时，因回归方程中变量个数增加了，则趋势值离差平方和不减，而剩余平方和则不增，亦即

$$U_{l-1} \leq U_l, \quad Q_{l-1} \geq Q_l$$

在  $l$  次多项式中含有  $l+1$  个  $l$  次项（指二维的）

它们对应的系数分别是

$$x^l, x^{l-1}, \dots, xy^{l-1}, y^l$$

$$b_{m-l}, b_{m-l+1}, \Lambda, b_{m-1}, b_m$$

而趋势值离差平方和增量为

$$V_l = U_l - U_{l-1}$$

用它来度量这些  $l$  次项对回归所作的贡献，在假设

$$H_0: b_{m-l} = b_{m-l+1} = \Lambda = b_{m-1} = b_m = 0$$

为真时，统计量

$$F_l = \frac{V_l / (l+1)}{Q_l / (n-m-1)} = \frac{(n-m-1)V_l}{(l+1)Q_l} \quad (4-68)$$

服从自由度为  $(l+1, n-m-1)$  的 F 分布。由 F 分布表，对给定的显著性水平  $\alpha$ ，查出临界值  $F_\alpha$  当  $F_l < F_\alpha$  时，否定  $H_0$ ，即认为  $b_{m-l}, b_{m-l+1}, \dots, b_{m-1}, b_m$  中至少有一个显著异于 0，从  $l-1$  次多项式上升到  $l$  次多项式是有意义的，否则，接受  $H_0$ ，则认为这些  $l$  次项对变量  $z$  无显著影响。

更为精细者，是对多项式回归效果的单项检验，即从多项式中略去某项，并



重新计算回归平方和与剩余平方和。先后两次回归平方和之差为偏回归平方和  $V_j$ ，则统计量

$$F_j = \frac{V_j/1}{Q/(n-m-1)} = \frac{(n-m-1)V_j}{Q}, (j=1,2,\Lambda,m) \quad (4-69)$$

在假  $H_0: b_j=0$  为真时，服从自由度为  $(1, n-m-1)$  的 F 分布，于是可按一定水平检验该项的显著性，对于效果不显著的高次项可从回归方程中取消；若各次项均显著，则表明该次数多项式回归效果是显著的，此时如若精度尚嫌不高，则可继续增添较高次的项。

### 3.3 聚类分析

在自然科学乃至社会科学中，分类是一项基本的研究内容，它是认识事物的重要手段。合理的、科学的分类将能充分反映事物的基本特征及同其它事物的区别所在。分类在地质学中已有广泛的应用：如地层的划分，古生物分群，含矿异常的评价等等。

最初的分类，人们总是根据事物的某些属性特征，把所研究的对象进行分类，它是属于定性分类的方法。随着科学技术不断发展，要求根据大量资料对所研究的对象进行更细致、更准确的分类，这就需要采用数字分类的方法。聚类分析就是根据多个指标进行数字分类的一种多元统计分析方法。近年来，在地质上已有许多成功的应用。

根据分类对象的不同，聚类分析可分为两类：一类是根据变量（指标或地质特征）对标本或样品进行分类，叫做 Q 型聚类分析；一类是根据变量在各标本上的观测值对变量进行分类，叫做 R 型聚类分析。

两类分析的具体作法基本一致；首先选择一个适当的统计量，用以度量分类对象的相似性程度或非相似性程度，然后用适当方法进行聚类，建立分类谱系图。

#### 3.3.1 原始数据预处理

聚类分析中首先通过抽样获取一组预测数据，即抽取了  $n$  个样品，对每个样品均观测了  $m$  个变量指标，写成如下矩阵形式

$$X = (x_{ij})_{n \times m} = \begin{Bmatrix} x_{11} & x_{12} & \Lambda & x_{1m} \\ x_{21} & x_{22} & \Lambda & x_{2m} \\ \Lambda & \Lambda & \Lambda & \Lambda \\ x_{n1} & x_{n2} & \Lambda & x_{nm} \end{Bmatrix}$$

其中每一行代表一个样品（质量），每一列代表一个变量（向量）。

由于数据在观测过程采用的计算单位不同，测试手段不同，则原始数据在量值上存在两类差异：一是数量级上的差异，如同一变量有的采用百分制，有的采用 PPb 或 Ppm 制；二是绝对值大小存在着差异。在聚类之前必须进行变换处理，以统一数据的尺度。否则会因量纲不同造成不应有的偏差，或者因绝对值差异较大只能突出那些绝对值较大的数据的作用，而事实上某些绝对值较小的数据的作用并非不大。变换的方法属于规格化处理，常用的变换方法有下述三种：

### 1. 标准化

将第  $i$  样品上第  $j$  变量  $x_{ij}$  为

$$x'_{ij} = \frac{x_{ij} - \bar{x}_j}{\sigma_j}, i=1,2,\Lambda \Lambda, n; j=1,2,\Lambda \Lambda, m \quad (4-70)$$

称为标准化变换，其中  $\bar{x}_j = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_{ij}$  为第  $j$  个变量的均值， $\sigma_j = [\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_{ij} - \bar{x}_j)^2]^{\frac{1}{2}}$

为第  $j$  个变量的标准差。

**性质 1** 平均值为 0

证明

$$\begin{aligned} \bar{x}_j &= \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x'_{ij} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \left( \frac{x_{ij} - \bar{x}_j}{\sigma_j} \right) = \frac{1}{\sigma_j} \cdot \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_{ij} - \bar{x}_j) \\ &= \frac{1}{\sigma_j} \cdot \left( \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_{ij} - \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \bar{x}_j \right) = \frac{1}{\sigma_j} \cdot (\bar{x}_j - \bar{x}_j) = 0 \\ &\quad (j=1,2,\Lambda \Lambda, m) \end{aligned}$$

**性质 2** 方差为 1。

证明：

$$\begin{aligned} \sigma_j^{12} &= \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x'_{ij} - \bar{x}'_j)^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x'^2_{ij} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \left( \frac{x_{ij} - \bar{x}_j}{\sigma_j} \right)^2 \\ &= \frac{1}{n} \cdot \frac{1}{\sigma_j^2} \sum_{i=1}^n (x_{ij} - \bar{x}_j)^2 = \frac{1}{\sigma_j^2} \cdot \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_{ij} - \bar{x}_j)^2 \\ &= \frac{1}{\sigma_j^2} \cdot \sigma_j^2 = 1 \quad (j=1,2,\Lambda \Lambda, m) \end{aligned}$$

**性质 3** 数据标准化以后变量的相关系数等于原始变量的相关系数。

证明：

$$\begin{aligned}
 \gamma'_{jk} &= \frac{\sum_{i=1}^n (x'_{ij} - \bar{x}'_j)(x'_{ik} - \bar{x}'_k)}{\sqrt{\sum_{i=1}^n (x'_{ij} - \bar{x}'_j)^2 \sum_{i=1}^n (x'_{ik} - \bar{x}'_k)^2}} = \frac{\sum_{i=1}^n x'_{ij} x'_{ik}}{\sqrt{\sum_{i=1}^n x'^2_{ij} \sum_{i=1}^n x'^2_{ik}}} \\
 &= \sum_{i=1}^n \left( \frac{x_{ij} - \bar{x}_j}{\sigma_j} \right) \left( \frac{x_{ik} - \bar{x}_k}{\sigma_k} \right) / \left( \sum_{i=1}^n \left( \frac{x_{ij} - \bar{x}_j}{\sigma_j} \right)^2 \sum_{i=1}^n \left( \frac{x_{ik} - \bar{x}_k}{\sigma_k} \right)^2 \right)^{\frac{1}{2}} \\
 &= \frac{1}{\sigma_j} \cdot \frac{1}{\sigma_k} \left( \sum_{i=1}^n (x_{ij} - \bar{x}_j)(x_{ik} - \bar{x}_k) \right) / \left( \sum_{i=1}^n (x_{ij} - \bar{x}_j)^2 \sum_{i=1}^n (x_{ik} - \bar{x}_k)^2 \right)^{\frac{1}{2}} = \gamma_{jk} \\
 &\quad (j, k = 1, 2, \Lambda \Lambda m)
 \end{aligned}$$

## 2. 极差正规化

将  $x_{ij}$  变换为

$$x'_{ij} = \frac{x_{ij} - \min_{1 \leq k \leq n} x_{kj}}{\max_{1 \leq k \leq n} x_{kj} - \min_{1 \leq k \leq n} x_{kj}}, \quad \begin{matrix} i = 1, 2, \Lambda \Lambda, n \\ j = 1, 2, \Lambda \Lambda, m \end{matrix} \quad (4-71)$$

由上式不难看出，极差正规化变换的结果，数据最大值为 1，最小值为 0。

## 3. 极差标准化

将  $x_{ij}$  变换为

$$x'_{ij} = \frac{x_{ij} - \bar{x}_j}{\max_{1 \leq k \leq n} x_{kj} - \min_{1 \leq k \leq n} x_{kj}}, \quad \begin{matrix} i = 1, 2, \Lambda \Lambda, n \\ j = 1, 2, \Lambda \Lambda, m \end{matrix} \quad (4-72)$$

上式与标准化变换不同仅在于用变量的极差代替标准差。

除了上述三种变换外，还有许多其它变换方法，这里就不一一介绍了。在使用上述各方法之前，如数据分布形式（如正态分布）有要求，则应首先进行与分布形式有关的变换，然后利用上述公式。

### 3.3.2 分类统计量

从一组复杂的数据中产生一个相当简章的类结构，这就要求对分类对象（变量或样品）进行相似性或相关性的度量，用来作为度量的数字指标，称为分类统计量。文献中关于分类统计量的定义有许多形式，在定义过程中要考虑变量的类型（连续的、离散的和二态的）或观测尺度（名义的、交序的、间隔的和比率的）等内容，这里介绍几种常用的统计量。

#### （一）相似性系数

为了度量两个样品之间的相似程度，可将原始数据矩阵  $X = (x_{lk})_{n \times m}$  中的任意两个样品（两行）看成两个向量

$$x_i = (x_{i1}, x_{i2}, \dots, x_{im})'$$

$$x_j = (x_{j1}, x_{j2}, \dots, x_{jm})'$$

定义这两个行向量的夹角余弦为第  $i$  样品之间的相似性系数，即

$$\rho_{ij} = \frac{\sum_{k=1}^m x_{ik} x_{jk}}{\sqrt{\sum_{k=1}^m x_{ik}^2 \sum_{k=1}^m x_{jk}^2}} = \frac{(x_i, x_j)}{\|x_i\| \cdot \|x_j\|} = \cos \theta_{ij} \quad (i, j = 1, 2, \dots, n)$$

其中  $(x_i, x_j)$  表示  $x_i$  和  $x_j$  的内积。 $\|x_i\|, \|x_j\|$  分别表示  $x_i$  与  $x_j$  的长度。

显然， $|\rho_{ij}| \leq 1$ ， $\rho_{ij}$  值越大，第  $i, j$  样品的相似性越强  $\rho_{ij}$  值越小，第  $i, j$  样品的相似性越弱。 $\rho_{ij} < 0$ ，表示两样品夹角为钝角，呈反相关关系； $\rho_{ij} > 0$ ，表示两样品夹角为锐角，呈正相关关系。由  $\rho_{ij}$  构成相似矩阵

$$S = (\rho_{ij})_{n \times m}$$

矩阵  $S$  是对称的，主对角线元素  $\rho_{ij}$  ( $j=1, 2, \dots, n$ ) 为 1。相似性系数多用来进行 Q 型聚类分析。

## (二) 相关关系

为度量两个变量之间的相似性，可将原始数据矩阵  $X = (x_{ik})_{n \times m}$  中的任意两个样品（两行）看成两个向量

$$x_i = (x_{i1}, x_{i2}, \dots, x_{in})'$$

$$x_j = (x_{j1}, x_{j2}, \dots, x_{jn})'$$

定义  $x_i$  和  $x_j$  之间相关系数为

$$\gamma_{ij} = \frac{\sum_{k=1}^n (x_{ki} - \bar{x}_i)(x_{kj} - \bar{x}_j)}{\sqrt{\sum_{k=1}^n (x_{ki} - \bar{x}_i)^2 \sum_{k=1}^n (x_{kj} - \bar{x}_j)^2}}, i, j = 1, 2, \dots, m \quad (4-73)$$

相关系数实质上是中心化的相似性系数（变量之间的）。因此  $\gamma_{ij}$  与  $\rho_{ij}$  有完全类似的性质。当原始数据为标准化数据时，可按下述公式

$$\gamma_{ij} = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n x'_{ki} x'_{kj} \quad (i, j = 1, 2, \dots, m)$$

计算相关系数。事实上

$$\begin{aligned}
\gamma_{ij} &= \frac{\sum_{k=1}^n (x_{ki} - \bar{x}_i)(\bar{x}_{kj} - \bar{x}_j)}{\sqrt{\sum_{k=1}^n (x_{ki} - \bar{x}_i)^2 \sum_{k=1}^n (\bar{x}_{kj} - \bar{x}_j)^2}} = \frac{\frac{1}{n} \sum_{k=1}^n (x_{ki} - \bar{x}_i)(\bar{x}_{kj} - \bar{x}_j)}{\sqrt{\frac{1}{n} \sum_{k=1}^n (x_{ki} - \bar{x}_i)^2 \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n (\bar{x}_{kj} - \bar{x}_j)^2}} \\
&= \frac{\frac{1}{n} \sum_{k=1}^n (x_{ki} - \bar{x}_i)(x_{kj} - \bar{x}_j)}{\sigma_i \sigma_j} = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n \left( \frac{x_{ki} - \bar{x}_i}{\sigma_i} \right) \left( \frac{x_{kj} - \bar{x}_j}{\sigma_j} \right) \\
&= \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n x'_{ki} x'_{kj} \quad (i, j = 1, 2, \Lambda, m)
\end{aligned}$$

由全部相关系数组成的矩阵为相关阵

$$R = (\gamma_{ij})_{m \times m}$$

其中主对角线元素全为 1，且全部元素绝对值不超过 1。

相关系数常用来进行 R 型聚类分析。

### (三) 距离系数

为度量两样品之间的相似程度，有时定义反映两样品之间差异的相似性的统计量，依差异大小来度量样品的相似性，称为非相似性统计量。距离系数就是其中的一类统计量。距离系数的定义有许多种，这里介绍几种常用的形式。

#### 1. 欧氏距离系数

表达式为

$$d_{ij} = \sqrt{\sum_{k=1}^m (x_{ik} - x_{jk})^2} \quad i, j = 1, 2, \Lambda, n$$

由于  $d_{ij}$  与项数  $m$  有关，在实际应用下述公式

$$\delta_{ij} = \frac{1}{m} \sum_{k=1}^m (x_{ik} - x_{jk})^2, \quad i, j = 1, 2, \Lambda, n \quad (4-74)$$

距离系数  $\delta_{ij}$  越小，反映第  $i, j$  两样品之间差异越小，越有可能聚合成类，否则反之。全部  $\delta_{ij}$  构成距离系数矩阵

$$D = (\delta_{ij})_{n \times n}$$

其中主对角线元素全为 0。

#### 2. 闵氏距离系数

这种距离系数实质上是欧氏距离系数的推广，表达式为

$$d_{ij} = \left[ \sum_{k=1}^m |x_{ik} - x_{jk}|^p \right]^{\frac{1}{p}} \quad (p \geq 1) \quad (4-75)$$

当式中  $p=2$  时，就变成了欧氏距离系数。

### 3. 马氏距离系数

这种距离系数的定义中考虑了变量间（样品）相关性的影响，因此是一种更为广义的距离系数。表达式为：

$$d_{ij} = \left[ \sum_{k=1}^m S^{ij} (x_{ik} - x_{jk})^2 \right]^{\frac{1}{2}}, (i, j = 1, 2, \Lambda \Lambda, n) \quad (4-76)$$

其中  $S^{ij}$  是  $m$  个变量协方差矩阵  $S$  的逆矩阵中对应的元素。

这里需要指出，当使用距离系数时，应在变量间相关性不强的条件下进行。因若不然，当变量相关性较强时，变量的作用可互为替代，按定义的距离系数有时会出现相反结果。可是，如果使用马氏距离，便能克服上述缺点。

### 3.3.3 谱系聚类法

在计算出了分类对象间的相似性或非相似性统计量后，即可按一定原则将分类对象分成不同级别的类或群，分类系统可用二维谱系图解形式表出来：一开始把每个对象看成一类，把最相似的对象首先聚合成类，然后把最初的类按相似性再度聚合成类。聚类方法是很多的，谱系聚类法只是其中的一类方法。在谱系聚类法中，我们仅介绍系统聚类法。

系统聚类法是较为精细的谱系聚类方法，基本步骤是：

1. 首先认为各对象自成一类；
2. 依两两对象之间的相似性，将最相近的两个对象合并成一类；
3. 计算新类与其余各类之间的相似性，将最相近的两个对象合并为一类。一直重复这一过程，直到所有对象合并成一类为止。

由于系统聚类法中每合并成一个新类，都涉及到重新计算相似性（或非相似性）指标问题，按不同的计算原则，便构成了不同聚类方法。这里介绍常用的重心法，分 R 型与 Q 型两种情形介绍。

#### （一）R 型聚类分析

这种方法是使用相关系数作 R 型重心法聚类分析。重心法要求用各类中所



含变量平均值代表这一类，设在原始数据矩阵  $X=(x_{lk})_{n \times m}$  中，类  $\gamma$  含  $n_\gamma$  个变量，则类  $r$  的平均变量（重心）为

$$x_{ir} = \frac{1}{n_r} \sum_{j=1}^{n_r} x_{ij}, \quad i=1,2,\Lambda,n \quad (4-77)$$

设有两类——类  $p$  与类  $q$ ，它们含有原始变量的个数分别是  $n_p$  与  $n_q$ ，现把两类合并成新类  $t$ ，则类  $t$  中含原始变量的个数为

$$n_t = n_p + n_q$$

再设两类的平均变量分别为  $x_p$  和  $x_q$ ，则

$$x_p = (x_{1p}, x_{2p}, \dots, x_{np})'$$

$$x_q = (x_{1q}, x_{2q}, \dots, x_{nq})'$$

类  $t$  的平均变量为

$$x_t = \frac{1}{n_t} (n_p x_p + n_q x_q) \quad (4-78)$$

亦即

$$x_{it} = \frac{1}{n_t} (n_p x_{ip} + n_q x_{iq}) \quad i=1,2,\Lambda,n \quad (4-79)$$

现用计算实例说明重心法的聚类过程。

例 2.3.1 对某火山岩型金矿床主要成岩成矿元素的聚类分析。

在该矿区采集了有金矿化的火山岩标本六块，分别测定六种元素 Cr、Ni、Sr、Au、Cu、S 的含量，用 R 型聚类分析研究金矿化过程中元素的地球化学分类特征及其地质含义。原始数据列于表 4-10 中。

表 4-10

变 样 量 品	Au(g/T)	Cu(%)	S(%)	Cr(%)	Ni(%)	Sr(%)
1	2.45	2.35	3.30	2.90	1.90	0.60
2	1.90	0.79	3.25	3.50	2.80	1.20
3	1.40	0.00	2.70	2.90	2.68	0.47
4	2.45	2.17	3.45	3.40	4.00	1.60
5	1.95	1.10	3.25	2.00	1.70	0.00
6	1.60	0.79	3.10	3.30	2.00	0.65

第一步：数据标准化，列于表 4-11 中

表 4-11

变 样 量 品	Au	Cu	S	Cr	Ni	Sr
1	1.25	1.26	0.53	-0.2	-0.79	-0.30
2	-0.15	-0.45	0.32	0.99	0.37	0.87
3	-1.42	-1.31	-2.01	-0.20	0.21	-0.55
4	1.25	1.06	1.17	0.19	1.91	1.64
5	-0.02	-0.11	0.32	-1.99	-1.05	-1.46
6	-0.91	-0.45	-0.32	0.61	-0.66	-0.20

第二步：由表 4-11 的标准化数据，按公式

$$\gamma_{ij} = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n x_{ki} x_{kj}$$

计算出最初的相关矩阵



中矿数智  
— DIGI MINE —

中国地质科学院矿产资源研究所  
战略合作伙伴

$$R^{(1)} = \begin{matrix} & \begin{matrix} \text{Au} & \text{Cu} & \text{S} & \text{Cr} & \text{Ni} & \text{Sr} \end{matrix} \\ \begin{matrix} \text{Au} \\ \text{Cu} \\ \text{S} \\ \text{Cr} \\ \text{Ni} \\ \text{Sr} \end{matrix} & \begin{bmatrix} 1 & 0.88 & 0.87 & 0.06 & 0.28 & 0.42 \\ & 1 & 0.75 & 0.06 & 0.13 & 0.33 \\ & & 1 & 0.12 & 0.23 & 0.46 \\ & & & 1 & 0.61 & 0.85 \\ & & & & 1 & 0.87 \\ & & & & & 1 \end{bmatrix} \end{matrix}$$

找  $R^{(1)}$  中最大元素  $r_{\text{Au-Cu}}=0.88$ ，将 Au 与 Cu 合为一类 (Au, Cu)，则表 4-11 中减少一列，此时应计算 (Au, Cu) 的平均变量。建立新相关矩阵

$$R^{(2)} = \begin{matrix} & \begin{matrix} (\text{Au,Cu}) & \text{S} & \text{Cr} & \text{Ni} & \text{Sr} \end{matrix} \\ \begin{matrix} (\text{Au,Cu}) \\ \text{S} \\ \text{Cr} \\ \text{Ni} \\ \text{Sr} \end{matrix} & \begin{bmatrix} 1 & 0.86 & 0.07 & 0.23 & 0.40 \\ & 1 & 0.12 & 0.23 & 0.46 \\ & & 1 & 0.61 & 0.85 \\ & & & 1 & 0.83 \\ & & & & 1 \end{bmatrix} \end{matrix}$$

$R^{(2)}$  中最大元素  $\gamma_{\text{Ni-Sr}}=0.87$ ，把 Ni 与 Sr 合并为 (Ni, Sr)，这时表 4-11 中又减


少一列，计算（Ni，Sr）的平均变量，建立新的相关矩阵

$$R^{(3)} = \begin{matrix} & \begin{matrix} \text{(Au,Cu)} \\ \text{S} \\ \text{Cr} \\ \text{(Ni,Sr)} \end{matrix} & \begin{bmatrix} \text{(Au,Cu)} & \text{S} & \text{Cr} & \text{(Ni,Sr)} \\ 1 & 0.86 & 0.07 & 0.33 \\ & 1 & 0.12 & 0.35 \\ & & 1 & 0.76 \\ & & & 1 \end{bmatrix} \end{matrix}$$

R(3)中最大元素为 $\gamma_{(\text{Au,Cu}),\text{S}}=0.86$ ，把（Au，Cu）与 S 合并为（Au，Cu，S），同样表 4-11 中又减少一列，仍需计算（Au，Cu，S）的平均度量，建立新的相关矩阵

$$R^{(4)} = \begin{matrix} & \begin{matrix} \text{(Au,Cu,S)} \\ \text{Cr} \\ \text{(Ni,Sr)} \end{matrix} & \begin{bmatrix} \text{(Au,Cu,S)} & \text{Cr} & \text{(Ni,Sr)} \\ 1 & 0.09 & 0.35 \\ & 1 & 0.76 \\ & & 1 \end{bmatrix} \end{matrix}$$

R<sup>(4)</sup>中最大元素为 $\gamma_{\text{Cr},(\text{Ni,Sr})}=0.76$ ，把 Cr 与（Ni，Sr）合并为（Cr，Ni，Sr），重新建立新的相关矩阵



中矿数智

DIGI MINE

$$R^{(5)} = \begin{matrix} & \begin{matrix} \text{(Au,Cu,S)} \\ \text{(Cr,Ni,Sr)} \end{matrix} & \begin{bmatrix} \text{(Au,Cu,S)} & \text{(Cr,Ni,Sr)} \\ 1 & 0.27 \\ & 1 \end{bmatrix} \end{matrix}$$

最后得 $\gamma_{(\text{Au,Cu,S})(\text{Cr,Ni,Sr})}=0.27$ ，把它们合为一类。

第三步：把上述分类过程汇总成表 4-12，并作出分类谱系图（图 4-10）。

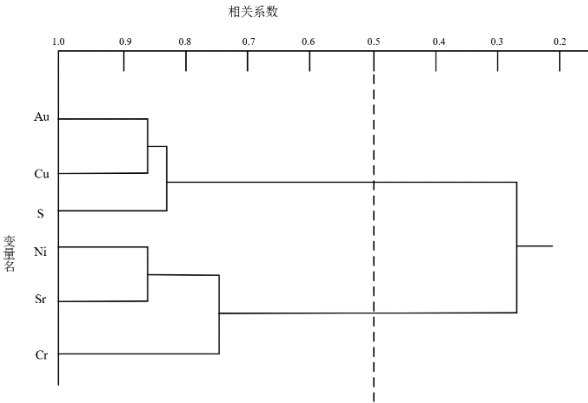


图 4-10 R-型聚类分析谱系图

表 4-12

连接的点群	相似系数
Au 与 Cu	0.88
Ni 与 Sr	0.87

(Au, Cu)与 S	0.86
Cr 与 (Ni, Sr)	0.76
(Au, Cu, S)与 (Cr, Ni, Sr)	0.27


第四步：分类结果及地质解释。

取定相关水平  $\gamma = 0.75$ ，可分为两群，其中 (Au, Cu, S) 为一群，(Cr, Ni, Sr) 为一群，前者代表主要矿化元素，后者代表火山岩中微量元素，从而得知该金矿床矿化元素组合及火山成因的证据。

(二) Q 型聚类分析

这里介绍根据距离系数作 Q 型聚类分析的重心法，聚类过程原则上与上述方法相同。在每次并类之后，都要计算新类平均样品与其余各类平均样品之间的距离系数。下面给出的刷新公式，可直接计算各类平均样品之间的距离系数，而不必每次计算平均样品。

设  $n_p, n_q$  分别是类  $p$  与类  $q$  中所含样品的个数，且合并为  $t$ ，则  $t$  中含  $n_t = n_p + n_q$  个样品。设类  $t, p, q$  中平均样品分别是  $x_t, x_p, x_q$ ，则



中矿数智

中国地质科学院矿产资源研究所

战略合作伙伴

$$x_t = \frac{1}{n} (n_p x_p + n_q x_q) \tag{4-80}$$

现有任一类  $r$ ，其平均样品为  $x_r$ ，通过讨论  $x_r, x_t, x_p, x_q$  之间的距离关系，四者之间的关系可由图 4-11 表示。

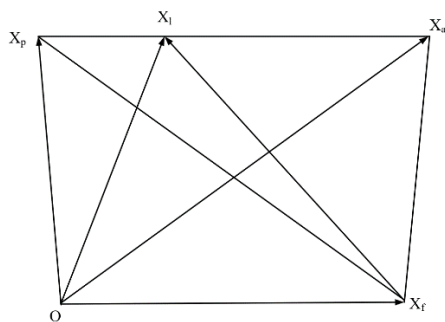


图 4-11 距离关系示意图

设各平均样品之间的距离为

$$\begin{aligned} d_{pq} &= \|x_q - x_p\| \\ d_{tr} &= \|x_r - x_t\| \\ d_{pr} &= \|x_r - x_p\| \\ d_{qr} &= \|x_r - x_q\| \end{aligned}$$

由

$$x_t - x_p = \frac{n_p}{n_t} x_p + \frac{n_q}{n_t} x_q - x_p = \frac{n_q}{n_t} x_q - \frac{n_t - n_p}{n_t} x_p = \frac{n_q}{n_t} (x_q - x_p)$$

即

$$d_{tp} = \|x_t - x_p\| = \frac{n_q}{n_t} d_{pq} \quad (4-81)$$

在由  $x_p$ ,  $x_t$ ,  $x_r$  所构成的三角形中, 依余弦定理, 有

$$d_{tr}^2 = d_{tp}^2 + d_{pr}^2 - 2d_{tp}d_{pr}\cos\theta \quad (4-82)$$

由此得

$$\cos\theta = \frac{d_{pq}^2 + d_{pr}^2 - d_{qr}^2}{2d_{pq}d_{pr}} \quad (4-83)$$

将 (4-83) 式代入 (4-82) 式中, 并由 (4-81) 式, 得

$$\begin{aligned} d_{tr}^2 &= d_{tp}^2 + d_{pr}^2 - 2d_{tp}d_{pr} \cdot \frac{d_{pq}^2 + d_{pr}^2 - d_{qr}^2}{2d_{pq}d_{pr}} \\ &= \left( \frac{n_q}{n_t} d_{pq} \right)^2 + d_{pr}^2 - \frac{d_{tp}(d_{pq}^2 + d_{pr}^2 - d_{qr}^2)}{d_{pq}} \\ &= \frac{n_q^2}{n_t^2} d_{pq}^2 + d_{pr}^2 - \frac{n_q}{n_t} (d_{pq}^2 + d_{pr}^2 - d_{qr}^2) \\ &= (1 - \frac{n_q}{n_t}) d_{pr}^2 + \frac{n_q}{n_t} d_{qr}^2 + (\frac{n_q}{n_t^2} - \frac{n_q}{n_t}) d_{pq}^2 \\ &= \frac{n_q}{n_t} d_{qr}^2 + \frac{n_q}{n_t} d_{qr}^2 - \frac{n_p n_q}{n_t^2} d_{pq}^2 \end{aligned} \quad (4-84)$$

(4-84) 式就是距离刷新公式。显然对于距离系数, (4-84) 仍然成立。这只要用  $m$  去除上式两端便得

$$\begin{aligned} \frac{1}{m} d_{tr}^2 &= \frac{n_p}{n_t} \frac{1}{m} d_{pr}^2 + \frac{n_p}{n_t} \frac{1}{m} d_{qr}^2 - \frac{n_p n}{n_t^2} \frac{1}{m} d_{pq}^2 \\ \delta_{tr} &= \frac{1}{m} d_{tr}^2 = \frac{n_p}{n_t} \delta_{qr} - \frac{n_p n_q}{n_t} \delta_{pq} \end{aligned} \quad (4-85)$$

一个好的数字分类方法, 所有的统计量对于不同级次的分类应具有单调性。例如, 假设按距离平方最小的原则将点群  $p$ ,  $q$  合并成点群  $t$ , 相应的统计量为  $d_{pq}^2$ ; 下一步, 将点群  $r$  与新点群  $t$  合并, 相应统计量为  $d_{tr}^2$ , 单调性要求  $d_{tr}^2 \geq d_{pq}^2$ 。但在实际上 (4-84) 式并不能保证这一点, 在某些特殊情况下, 确实可能出现  $d_{tr}^2$

$< d_{pq}^2$ ，这就是重心法的反转现象。例如，针对图 4-12 所给的点群  $p, q, r, t$  之间的位置关系，我们可以算出  $d_{pq}^2 = 4 < d_{pr}^2 = d_{qr}^2$ ，于是应将  $p, q$  合并，其重心为  $t(0, 0)$ ，但下一步却算得  $d_{tr}^2 = 3.24 < d_{pq}^2$ ，这就出现了反转现象。这种反转现象相应的谱系图如图 4-13 所示，它在成果解释时就出现了困难。

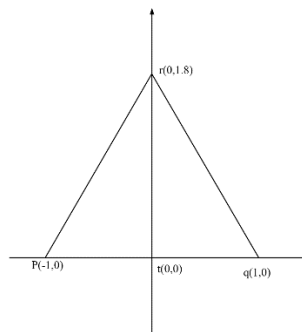


图 4-12 点群位置关系

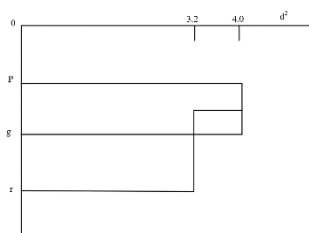


图 4-13 谱系图

## 第四节 地统计学方法

地质空间地质统计学是由 D.G.Krige、马特隆教授 (G.Matheron) 等在研究矿山储量计算时发展的一门空间信息分析技术，克里金估计技术主要用于二维、三维空间中的估计问题，即用在一个空间变量在若干位置处已各数值的加权平均去估计该变量在其他位置处的数值，求得的是一个最佳线性无偏估计量。克里金估计技术在开始时仅是一种线性预测，然而在其最近的发展中，最佳的非线性空间预测也已成为克里金估计技术的一个组成部分了。除了克里金估计技术以外，地质统计学还包括条件模拟等其他内容。

克里金估计技术起源于采矿中的估计问题，即根据一个矿块内部或外部的不同矿样，来求取该矿块的平均品位的最佳可能估计值。在本世纪 50 年代初期，南非采矿工程师克里格 (D.G.Krige, 1951) 意识到，为了精确地估计矿块的品位，一定要考虑到样品的尺寸以及相对于该矿块的位置。他提出了一种回归方法，给每一个样品赋予一个加权系数，然后将各样品的品位数值的线性组合作为该矿块品位的估计值。

马特隆首先对采样值随采样点位置不同而变化的关系作了定量分析，并提出了一套完整的估计误差的理论。他在 1965 年出版的理论专著总结了 10 年研究工作的成果，形成了区域性变量理论 (Regionalized Variable Theory) 的雏型，从而为地质统计学理论体系的形成创造了条件。以后，马特隆和他在法国枫丹白露的



地质统计学和数学形态学中心的学生们又继续发展了他的理论。美国斯坦福大学应用地球科学系儒尔奈耳教授 (Andre Journel) 等人在 1978 年出版的专著《矿业地质统计学》(Mining Geostatistics), 进行 80 年代以来, 克里金估计技术的理论和应用得到了前所未有的蓬勃发展。首先, 它被广泛应用于各车的采矿业, 此外也被应用于农业、林业、水文、环境保护、地质、地球物理和地球化学等部门和领域。国际矿业界也把地质统计学作为矿山地质储量计算的标准方法, 这些三维可视化软件都包括了地质统计学的内容, 就连 GIS 权威软件 ARC/INFO 也推出了地质统计学的空间分析模块。目前地质统计学在区域化变差函数、非线性地质统计学、时空克立格分析研究等有一定的突破。

## 4.1 概述

地质统计学是以区域化变量为基础, 以变异函数为基本工具, 研究那些展布于空间并呈现出一定的结构性和随机性的自然现象的科学。

估计和预测问题向来是地学定量研究的重要内容, 也是地质统计学得以产生的起因, 南非的矿业工程师兼统计学家 Krige(1951)提出了一种新的加权滑动平均方法: 为了估计块段的平均品位, 样品权系数的确定要考虑样品的空间位置, 更要考虑到不同位置的样品的相关性。Matheron(1962)注意到了 Krige 在加权滑动平均中所引进的新思想, 用区域化变量和变异函数的概念将他的方法上升为理论, 把它纳入线性回归分析的范畴。这是地质统计学早期的最重要的结果, Matheron 称之为 Krige 方法也叫 Kriging。

根据已知量和待估量的均值是已知还是未知, 在未知时再看它是平稳还是非平稳, 方法取各种不同的形式, 叫做各种不同的 Kriging, 如简单 Kriging, 普通 Kriging, 泛 Kriging 等。以后人们针对不同的具体情况和条件, 考虑不同的目的和要求, 按着同样的原则建立一系列不同的估计方法, 也叫做各种各样的 Kriging, 如协 Kriging, 对数正态 Kriging, 指示 Kriging, 概率 Kriging, 限制 Kriging 等。这些 Kriging 方法构成了一系列行之有效的估计手段。为了提高估计的精度, 保证估计的稳健性, 扩大估计的功能, 充分利用原始资料, 人们建立了许多新的估计方法, 并在地质统计学内部形成了若干新的分支。如非参数地质统计学, 多元地质统计学及时空域地质统计学等。地质统计学自从建立以来, 立即引起广泛的注意, 很快在方法理论、软件开发和应用研究方面取得了许多成果。从 1976 年

开始，至今已专门召开了六次国际地质统计学大会。

我们在这项研究工作中，充分运用矩阵分析的工具来处理各种 Krige 方法。运用各种矩阵运算，特别是比较现代的矩阵微商、拉直运算和 Kronecker 乘积，避免了繁杂、冗长的数学公式，使数学推理更加简单直接，更好地揭示了方法的精神实质和内在联系。

对多个区域化变量的协同克里格估计——协克里金，很早以前就已经引起人们的注意。由于它涉及多个区域化变量的空间依赖关系，所用的符号和推导就比较复杂，这是影响这种方法推广应用的重要因素。近年来，由于 Myers<sup>1</sup>等人的工作，运用矩阵分析使数学符号规范化，从理论上使运算关系清楚严格，极大地推动了协克里金的理论发展和应用研究。我们这里引用近代数理统计常用的 Kronecker 乘积和矩阵拉直运算，使这些运算关系变得更为简单，更能反映协克里金与单变量克里金的本质联系。我们着重对最复杂的泛协克里金的数学模型作了充分的讨论，然后指出其它线性克里金都是它的特例，而且一般数学模型的推导原则实质上包含在特殊模型的推导之中。

关于本征条件下的普通协克里金，Myers 曾给出了一个附加条件，我们给出了一个更便于理解的新的等价条件。

## 4.2 基础参数

### 4.2.1 线性无偏估计

设在区域  $G$  内的任意一点  $\mathbf{x}$  处有  $k$  个具有一定相关性的随机变量，例如 Cu、Pb、Zn、Ag 等的含量。它们既有空间相关性，又有变量间的相关性，构成  $k$  维

区域化向量，或  $k$  维协同区域化变量，记为  $\overset{p}{Z}(\mathbf{x}) = [Z_1(\mathbf{x}), Z_2(\mathbf{x}), \dots, Z_k(\mathbf{x})]'$ 。设有

$n$  个取样位置  $\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \dots, \mathbf{x}_n$ ，由此得到  $n$  个  $k$  维随机向量  $\overset{p}{Z}(\mathbf{x}_\alpha), \alpha = 1, \dots, n$ ，我们要求任一点  $\mathbf{x}_0$  处的区域化向量  $\overset{p}{Z}(\mathbf{x}_0)$  的估计。设待求的线性估计式为

$$\overset{p}{Z}^*(\mathbf{x}_0) = \sum_{\alpha=1}^n \Lambda_\alpha' \overset{p}{Z}(\mathbf{x}_\alpha) \quad (4-86)$$

其中  $\Lambda_\alpha$  是待求的  $k$  阶方阵。现在引进分块矩阵记号

$$\Lambda' = (\Lambda_1', \Lambda, \Lambda_n'), \quad \hat{Z}' = [\hat{Z}(\mathbf{x}_1)', \Lambda, \hat{Z}(\mathbf{x}_n)']$$

则估计式 (4-86) 可表为

$$\hat{Z}^*(\mathbf{x}_0) = \Lambda' \hat{Z} \quad (4-87)$$

在  $\hat{Z}(\mathbf{x})$  的数学期望为常数向量时, 设有

$$E[\hat{Z}(\mathbf{x})] = E[Z_1(\mathbf{x}), \Lambda, Z_k(\mathbf{x})]' = (m_1, \Lambda, m_k)' = \mathbf{m}$$

为保证估计的无偏性, 应有

$$\sum_{\alpha=1}^n \Lambda_{\alpha} = I_k \quad \text{或} \quad (\mathbf{1}_n' \otimes I_k) \Lambda = I_k \quad (4-88)$$

其中  $\mathbf{1}_n$  表示元素全是 1 的  $n$  维列向量,  $I_k$  是  $k$  阶单位矩阵,  $\otimes$  表示矩阵 Kronecker 乘积。

#### 4.2.2 本征假设条件下的普通协克里金

为了得到用互变异函数表示的克里格方程组, 我们这里用本征假设, 并设区域化向量  $\hat{Z}(\mathbf{x}) = [Z_1(\mathbf{x}), \Lambda, Z_k(\mathbf{x})]'$  的互变异函数矩阵为

$$\Gamma(\mathbf{h}) = [\gamma_{ij}(\mathbf{h})]_{k \times k} = \frac{1}{2} E[\hat{Z}(\mathbf{x} + \mathbf{h}) - \hat{Z}(\mathbf{x})][\hat{Z}(\mathbf{x} + \mathbf{h}) - \hat{Z}(\mathbf{x})]'$$

由互变异函数性质, 这是一个  $k$  阶对称矩阵, 而且  $\Gamma(-\mathbf{h}) = \Gamma(\mathbf{h})$ 。

由估计式 (4-86) 的无偏条件 (4-88), 我们有

$$\hat{Z}^*(\mathbf{x}_0) - \hat{Z}(\mathbf{x}_0) = \sum_{\alpha=1}^n \Lambda_{\alpha}' \hat{Z}(\mathbf{x}_{\alpha}) - \hat{Z}(\mathbf{x}_0) = \sum_{\alpha=1}^n \Lambda_{\alpha}' [\hat{Z}(\mathbf{x}_{\alpha}) - \hat{Z}(\mathbf{x}_0)]$$

于是估计方差可表为

$$\begin{aligned} \sigma_E^2 &= \sum_{i=1}^k E[Z_i^*(\mathbf{x}_0) - Z_i(\mathbf{x}_0)]^2 = E[\hat{Z}^*(\mathbf{x}_0) - \hat{Z}(\mathbf{x}_0)]' [\hat{Z}^*(\mathbf{x}_0) - \hat{Z}(\mathbf{x}_0)] \\ &= \text{tr} E[\hat{Z}^*(\mathbf{x}_0) - \hat{Z}(\mathbf{x}_0)] [\hat{Z}^*(\mathbf{x}_0) - \hat{Z}(\mathbf{x}_0)]' \\ &= \text{tr} \sum_{\alpha} \sum_{\beta} \Lambda_{\alpha}' E[\hat{Z}(\mathbf{x}_{\alpha}) - \hat{Z}(\mathbf{x}_0)] [\hat{Z}(\mathbf{x}_{\beta}) - \hat{Z}(\mathbf{x}_0)]' \Lambda_{\beta} \end{aligned}$$

为了简化这个表达式, 我们来研究其中的矩阵

$$\begin{aligned} M_{\alpha\beta} &\triangleq E[\hat{Z}(\mathbf{x}_{\alpha}) - \hat{Z}(\mathbf{x}_0)] [\hat{Z}(\mathbf{x}_{\beta}) - \hat{Z}(\mathbf{x}_0)]' \\ &= E[\hat{Z}(\mathbf{x}_{\alpha}) - \hat{Z}(\mathbf{x}_0)] [\hat{Z}(\mathbf{x}_{\beta}) - \hat{Z}(\mathbf{x}_{\alpha}) + \hat{Z}(\mathbf{x}_{\alpha}) - \hat{Z}(\mathbf{x}_0)]' \\ &= 2\Gamma(\mathbf{x}_{\alpha} - \mathbf{x}_0) + 2\Gamma(\mathbf{x}_{\beta} - \mathbf{x}_0) - 2\Gamma(\mathbf{x}_{\alpha} - \mathbf{x}_{\beta}) - E[\hat{Z}(\mathbf{x}_{\beta}) - \hat{Z}(\mathbf{x}_0)]' \end{aligned}$$

$$[\hat{Z}(\mathbf{x}_\alpha) - \hat{Z}(\mathbf{x}_0)]'$$

$$= 2\Gamma(\mathbf{x}_\alpha - \mathbf{x}_0) + 2\Gamma(\mathbf{x}_\beta - \mathbf{x}_0) - 2\Gamma(\mathbf{x}_\alpha - \mathbf{x}_\beta) - M_{\beta\alpha}$$

今设区域化向量  $\hat{Z}(\mathbf{x})$  能使  $M_{\beta\alpha}$  为对称矩阵, 即满足条件  $M_{\alpha\beta} = M_{\beta\alpha}$  或

$$E[\hat{Z}(\mathbf{x}_\alpha) - \hat{Z}(\mathbf{x}_0)][\hat{Z}(\mathbf{x}_\beta) - \hat{Z}(\mathbf{x}_0)]' = E[\hat{Z}(\mathbf{x}_\beta) - \hat{Z}(\mathbf{x}_0)][\hat{Z}(\mathbf{x}_\alpha) - \hat{Z}(\mathbf{x}_0)]' \quad (4-89)$$

这时就有

$$M_{\alpha\beta} = \Gamma(\mathbf{x}_\alpha - \mathbf{x}_0) + \Gamma(\mathbf{x}_\beta - \mathbf{x}_0) - \Gamma(\mathbf{x}_\alpha - \mathbf{x}_\beta) \quad (4-90)$$

于是估计方差  $\sigma_E^2$  的表达式可简化为

$$\sigma_E^2 = \text{tr} \sum_{\alpha} \sum_{\beta} \Lambda_{\alpha}' [\Gamma(\mathbf{x}_\alpha - \mathbf{x}_0) + \Gamma(\mathbf{x}_\beta - \mathbf{x}_0) - \Gamma(\mathbf{x}_\alpha - \mathbf{x}_\beta)] \Lambda_{\beta}$$

注意到无偏条件 (2), 我们有

$$\sigma_E^2 = 2\text{tr} \sum_{\alpha} \Lambda_{\alpha}' \Gamma(\mathbf{x}_\alpha - \mathbf{x}_0) - \text{tr} \sum_{\alpha} \sum_{\beta} \Lambda_{\alpha}' \Gamma(\mathbf{x}_\alpha - \mathbf{x}_\beta) \Lambda_{\beta} \quad (4-91)$$

上述结论是在条件 (4-89) 成立的情况下得到的。下面导出一个比条件 (4-89) 形式简单, 较易验证的等价条件。(4-89) 式的左边可以写成

$$M_{\alpha\beta} = E[\hat{Z}(\mathbf{x}_\alpha) - \hat{Z}(\mathbf{x}_0)][\hat{Z}(\mathbf{x}_\beta) - \hat{Z}(\mathbf{x}_0)]'$$

$$= E[\hat{Z}(\mathbf{x}_\alpha) - \hat{Z}(o) + \hat{Z}(o) - \hat{Z}(\mathbf{x}_0)][\hat{Z}(\mathbf{x}_\beta) - \hat{Z}(o) + \hat{Z}(o) - \hat{Z}(\mathbf{x}_0)]'$$

$$= E[\hat{Z}(\mathbf{x}_\alpha) - \hat{Z}(o)][\hat{Z}(\mathbf{x}_\beta) - \hat{Z}(o)]' + E[\hat{Z}(\mathbf{x}_0) - \hat{Z}(o)][\hat{Z}(\mathbf{x}_0) - \hat{Z}(o)]'$$

$$- E[\hat{Z}(\mathbf{x}_\alpha) - \hat{Z}(o)][\hat{Z}(\mathbf{x}_0) - \hat{Z}(o)]' - E[\hat{Z}(\mathbf{x}_0) - \hat{Z}(o)][\hat{Z}(\mathbf{x}_\beta) - \hat{Z}(o)]'$$

一般地, 如果区域化向量  $\hat{Z}(\mathbf{x})$  满足条件

$$E[\hat{Z}(\mathbf{x}) - \hat{Z}(o)][\hat{Z}(\mathbf{y}) - \hat{Z}(o)]' = E[\hat{Z}(\mathbf{y}) - \hat{Z}(o)][\hat{Z}(\mathbf{x}) - \hat{Z}(o)]', \quad \forall \mathbf{x}, \mathbf{y} \in G \quad (4-92)$$

则条件 (4-89) 必定满足。在实际应用时, 可用条件 (4-92) 代替条件 (4-89)。它是 Myers(1982) 最初给出的条件。我们这里用条件 (4-89) 过渡一下, 目的是使数学推理变得自然一些。

引进分块矩阵记号

$$\Gamma = [\Gamma(\mathbf{x}_\alpha - \mathbf{x}_\beta)]_{n \times n}, \quad \tilde{\Gamma} = [\Gamma(\mathbf{x}_\alpha - \mathbf{x}_0)]_{n \times 1}$$

于是  $\Gamma$  是  $nk \times nk$  阶对称方阵,  $\tilde{\Gamma}$  是  $nk \times k$  阶矩阵。这时, (4-91) 式给出的估计

方差可表为

$$\sigma_E^2 = 2\text{tr} \Lambda' \tilde{\Gamma} - \text{tr} \Lambda' \tilde{\Gamma} \Lambda \quad (4-93)$$

与无偏条件 (4-88) 结合起来, 可得 Lagrange 不定乘数法的目标函数

$$L(\Lambda, \Theta) = 2\text{tr} \Lambda' \tilde{\Gamma} - \text{tr} \Lambda' \tilde{\Gamma} \Lambda + 2\text{tr} \Theta' [(1_n' \otimes I_k) \Lambda - I_k]$$

求  $L$  对  $\Lambda, \Theta$  的偏导数, 并令导数为 0, 整理可得克里格方程组

$$\begin{cases} \Gamma \Lambda - (1 \otimes I_k) \Theta = \tilde{\Gamma} \\ (1' \otimes I_k) \Lambda = I_k \end{cases} \quad (4-94)$$

将 (1.9) 的解代入 (4-93) 得克里格方差

$$\sigma_{ock}^2 = 2\text{tr} \Lambda' \tilde{\Gamma} - \text{tr} \Lambda' [\tilde{\Gamma} + (1 \otimes I_k) \Theta] = \text{tr} \Lambda' \tilde{\Gamma} - \text{tr} \Theta \quad (4-95)$$

### 4.2.3 平稳假设条件下的普通协克里金

这时的估计方差可写成

$$\begin{aligned} \sigma_E^2 &= \text{Cov}\{[Z^*(\mathbf{x}_0) - \hat{Z}(\mathbf{x}_0)]', [Z^*(\mathbf{x}_0) - \hat{Z}(\mathbf{x}_0)]\} \\ &= \text{tr Cov}[Z^*(\mathbf{x}_0) - \hat{Z}(\mathbf{x}_0), [Z^*(\mathbf{x}_0) - \hat{Z}(\mathbf{x}_0)]'] \\ &= \text{tr Cov}(\Lambda' \hat{Z}, \hat{Z}' \Lambda) - 2\text{tr Cov}[\Lambda' \hat{Z}, \hat{Z}(\mathbf{x}_0)'] + \text{tr Cov}[\hat{Z}(\mathbf{x}_0), \hat{Z}(\mathbf{x}_0)'] \\ &= \text{tr} \Lambda' \text{Cov}(\hat{Z}, \hat{Z}') \Lambda - 2\text{tr} \Lambda' \text{Cov}[\hat{Z}, \hat{Z}(\mathbf{x}_0)'] + \text{tr} C(\mathbf{o}) \end{aligned}$$

其中第一项里所含的协方差矩阵为  $nk$  阶对称矩阵

$$\begin{aligned} \text{Cov}(\hat{Z}, \hat{Z}') &= \text{Cov} \left[ \begin{bmatrix} \hat{Z}(\mathbf{x}_1) \\ \vdots \\ \hat{Z}(\mathbf{x}_n) \end{bmatrix}, [\hat{Z}(\mathbf{x}_1)', \Lambda, \hat{Z}(\mathbf{x}_n)'] \right] \\ &= [\text{Cov}(\hat{Z}(\mathbf{x}_\alpha), \hat{Z}(\mathbf{x}_\beta)')]_{n \times n} = C \end{aligned}$$

该矩阵共含  $n \times n$  个子块, 其中第  $\alpha, \beta$  子块为  $k$  阶矩阵

$$\begin{aligned} \text{Cov}[\hat{Z}(\mathbf{x}_\alpha), \hat{Z}(\mathbf{x}_\beta)'] &= [\text{Cov}(Z_i(\mathbf{x}_\alpha), Z_j(\mathbf{x}_\beta))]_{k \times k} \\ &= [c_{ij}(\mathbf{x}_\alpha - \mathbf{x}_\beta)]_{k \times k} = C(\mathbf{x}_\alpha - \mathbf{x}_\beta) \end{aligned}$$

类似地, 还有

$$\text{Cov}[\overset{p}{Z}, \overset{p}{Z}(\mathbf{x}_0)] = \text{Cov} \left[ \begin{bmatrix} \overset{p}{Z}(\mathbf{x}_1) \\ \vdots \\ M \\ \overset{p}{Z}(\mathbf{x}_n) \end{bmatrix}, \overset{p}{Z}(\mathbf{x}_0) \right] = [\text{Cov}(\overset{p}{Z}(\mathbf{x}_\alpha), \overset{p}{Z}(\mathbf{x}_0))]_{n \times 1} = \tilde{C}$$

由此得到估计方差公式

$$\sigma_E^2 = \text{tr} \Lambda' C \Lambda - 2 \text{tr} \Lambda' \tilde{C} + \text{tr} C(o) \quad (4-96)$$

Lagrange 不定乘数法的目标函数为

$$L(\Lambda, \Theta) = \text{tr} \Lambda' C \Lambda - 2 \text{tr} \Lambda' \tilde{C} + \text{tr} C(o) + 2 \text{tr} \Theta' [\mathbf{1}_n' \otimes I_k] \Lambda - I_k$$

其中  $\Theta$  是由不定乘数组成的  $k$  阶方阵。求  $L$  对  $\Lambda$  和  $\Theta$  的导数，并令其为 0，整理得到系数矩阵所应满足的克里格方程组

$$\begin{cases} C \Lambda + (\mathbf{1}_n \otimes I_k) \Theta = \tilde{C} \\ (\mathbf{1}_n' \otimes I_k) \Lambda = I_k \end{cases} \quad (4-97)$$

将 (1.12) 的解代入 (1.11) 中得克里格方差

$$\sigma_{ock}^2 = \text{tr} \Lambda' [\tilde{C} - (\mathbf{1}_n \otimes I_k) \Theta] - 2 \text{tr} \Lambda' \tilde{C} + \text{tr} C(o) = \text{tr} C(o) - \text{tr} \Lambda' \tilde{C} - \text{tr} \Theta \quad (4-98)$$

#### 4.2.4 趋势模型和线性估计的无偏条件

这里不假定区域化向量的数学期望向量在整个研究区域内平稳，而把它看成是空间坐标  $\mathbf{x} \in G$  的（向量）函数，即考虑有变化趋势（或漂移）的区域化向量的克里格估计问题。

设有  $p+1$  个基本的趋势函数  $f_l(\mathbf{x}), l=0, 1, \dots, p$ ，它们可以取为坐标向量  $\mathbf{x}$  的多项式中的各项，特别地，恒假定  $f_0(\mathbf{x}) \equiv 1$ 。设由这些趋势函数组成的  $p+1$  维向量为  $\mathbf{f}(\mathbf{x}) = [f_0(\mathbf{x}), f_1(\mathbf{x}), \dots, f_p(\mathbf{x})]'$  它使  $\overset{p}{Z}(\mathbf{x})$  的任意分量的数学期望都可表成基本趋势函数的线性组合，即有系数矩阵  $A = (a_{il})_{k \times (p+1)}$  使

$$m(\mathbf{x}) = E \overset{p}{Z}(\mathbf{x}) = A \mathbf{f}(\mathbf{x}) = [\mathbf{f}(\mathbf{x})' \otimes I] \overset{p}{A}, \quad \mathbf{x} \in G \quad (4-99)$$

其中的  $I$  为  $k$  阶单位矩阵， $\otimes$  为矩阵的 Kronecker 乘积符号， $k(p+1)$  维向量  $\overset{p}{A}$  是矩阵  $A$  拉直运算的结果。

为使估计式具有无偏性，应有

$$m(\mathbf{x}_0) = E \overset{p}{Z}(\mathbf{x}_0) = \sum_{\alpha=1}^n \Lambda_{\alpha}' E \overset{p}{Z}(\mathbf{x}_{\alpha}) = \sum_{\alpha=1}^n \Lambda_{\alpha}' m(\mathbf{x}_{\alpha})$$



由 (4-99) 式, 这相当于

$$A\mathbf{f}(\mathbf{x}_0) = \sum_{\alpha=1}^n \Lambda_{\alpha}' A\mathbf{f}(\mathbf{x}_{\alpha}) \quad \text{或} \quad [\mathbf{f}(\mathbf{x}_0)' \otimes I] \hat{A} = \sum_{\alpha=1}^n \Lambda_{\alpha}' [\mathbf{f}(\mathbf{x}_{\alpha})' \otimes I] \hat{A}$$

其中的  $I$  是  $k$  阶单位矩阵。由此得到无偏条件

$$\mathbf{f}(\mathbf{x}_0)' \otimes I = \sum_{\alpha=1}^n \Lambda_{\alpha}' [\mathbf{f}(\mathbf{x}_{\alpha})' \otimes I] \quad \text{或} \quad \sum_{\alpha=1}^n [\mathbf{f}(\mathbf{x}_{\alpha}) \otimes I] \Lambda_{\alpha} = \mathbf{f}(\mathbf{x}) \otimes I$$

令

$$[\mathbf{f}(\mathbf{x}_1) \otimes I, \Lambda, \mathbf{f}(\mathbf{x}_n) \otimes I] = [\mathbf{f}(\mathbf{x}_1) \Lambda, \mathbf{f}(\mathbf{x}_n)] \otimes I = \mathbf{F}' \otimes I$$

其中的  $I$  为  $k$  阶单位矩阵, 矩阵  $\mathbf{F}' = [\mathbf{f}(\mathbf{x}), \Lambda, \mathbf{f}(\mathbf{x}_n)]_{(p+1) \times n}$ , 于是无偏条件可以写成

$$(\mathbf{F}' \otimes I) \Lambda = \mathbf{f}(\mathbf{x}_0) \otimes I \quad (4-100)$$

这与 Myers (1982) 最初给出的无偏条件内容相同形式不同。

#### 4.2.5 非平稳假设条件下 $\hat{Z}(\mathbf{x}_0)$ 的估计

泛协克里金所用的估计式也用 (4-86), 估计方差公式也可采用 (4-96), 所差的就是无偏条件要用 (4-100), Lagrange 不定乘数法的目标函数为

$$L(\Lambda, \Theta) = \text{tr} \Lambda' C \Lambda - 2 \text{tr} \Lambda' \tilde{C} + \text{tr} C(o) + 2 \text{tr} \Theta' [(\mathbf{F}' \otimes I) \Lambda - \mathbf{f}(\mathbf{x}_0) \otimes I]$$

其中  $\Theta$  是由不定乘数组成的  $(p+1)k \times k$  阶矩阵。由此得到求系数矩阵的克里格方程组

$$\begin{cases} C \Lambda + (\mathbf{F} \otimes I) \Theta = C \\ (\mathbf{F}' \otimes I) \Lambda = \mathbf{f}(\mathbf{x}_0) \otimes I \end{cases} \quad (4-101)$$

或

$$\begin{bmatrix} C & \mathbf{F} \otimes I \\ \mathbf{F}' \otimes I & O \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Lambda \\ \Theta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \tilde{C} \\ \mathbf{f}(\mathbf{x}_0) \otimes I \end{bmatrix} \quad (4-102)$$

将它的解代入估计方差中, 得克里格方差

$$\begin{aligned} \sigma_{vck} &= \text{tr} \Lambda' [\tilde{C} - (\mathbf{F} \otimes I) \Theta] - 2 \text{tr} \Lambda' \tilde{C} + \text{tr} C(o) \\ &= \text{tr} C(o) - \text{tr} \Lambda' \tilde{C} - \text{tr} [\mathbf{f}(\mathbf{x}_0)' \otimes I] \Theta \end{aligned} \quad (4-103)$$

克里格方程组可以具体地写成如下形式:

$$\left[ \begin{array}{cccc} C(\mathbf{x}_1 - \mathbf{x}_1) & C(\mathbf{x}_1 - \mathbf{x}_n) & f_0(\mathbf{x}_1)I & f_p(\mathbf{x}_1)I \\ \Lambda & \Lambda & \Lambda & \Lambda \\ C(\mathbf{x}_n - \mathbf{x}_1) & C(\mathbf{x}_n - \mathbf{x}_n) & f_0(\mathbf{x}_n)I & f_p(\mathbf{x}_n)I \\ f_0(\mathbf{x}_1)I & f_0(\mathbf{x}_n)I & O & O \\ \Lambda & \Lambda & \Lambda & \Lambda \\ f_p(\mathbf{x}_1)I & f_p(\mathbf{x}_n)I & O & O \end{array} \right] = \left[ \begin{array}{c} \Lambda_1 \\ M \\ \Lambda_n \\ \Theta_0 \\ M \\ \Theta_p \end{array} \right] \left[ \begin{array}{c} C(\mathbf{x}_1 - \mathbf{x}_0) \\ M \\ C(\mathbf{x}_n - \mathbf{x}_0) \\ f_0(\mathbf{x}_0)I \\ M \\ f_p(\mathbf{x}_0)I \end{array} \right]$$

其中的各个子块都是  $k$  阶方阵。系数矩阵是  $(n + p + 1)k$  阶对称矩阵，未知元和右端项是  $(n + p + 1)k \times k$  阶矩阵。当  $k = 1, p > 0$  时，各子块都退化成一个数，这方程组就成为单变量泛克里金的克里格方程组；当  $p = 0, k > 1$  时，这是普通协克里金的克里格方程组；当  $p = 0$ ，且  $k = 1$  时，它是单变量普通克里金的克里格方程组。

在单变量的泛克里金中，除了给出待估点  $x$  的观测值的估计  $Z^*(x)$  以外，还给出了  $x$  处的漂移  $EZ(x) = m(x)$  的估计。这揭示了泛克里金与趋势面分析的本质差异：那里只算出一个趋势值，它即可作为待估点观测值的估计，又可作为数学期望的估计，这从理论上难以说通，又给计算结果的实际解释带来了困难，而泛克里金给出的不同估计就消除了这些缺欠。关于区域化变量的泛协克里金，在 E.Myers 的文章中只给出了观测值的估计，我们这里对区域化向量的漂移向量（数学期望）作出估计，并给出漂移表达式系数矩阵的估计。

## 1 记号和基本假定

设  $G$  为空间中某研究区域, 其中的点用  $x$  表示, 根据  $G$  的维数,  $x$  可为一维, 二维或三维向量。定义在  $G$  内的区域化向量  $u(x) = (z_1(x), \dots, z_2(x))'$  是依赖于空间位置  $x \in G$  的  $k$  维随机向量。它的漂移为数学期望向量

$$Eu(x) = m(x), x \in G$$

对于任意两点 $x, x+h \in G$ ,  $u(x)$  与  $u(x+h)$  的协方差矩阵为

$$Cov(u(x), u(x+h)') = Eu(x)u(x+h)' - m(x)m(x+h)'$$

在地质统计学中,一般对区域化向量  $u(x)$  作如下两点假定:

1) 漂移向量存在, 且可表成如下形式

$$m(x) = Af(x) = (f(x)' \otimes I) \bar{A}, x \in G$$

其中  $f(x) = (f_0(x), \dots, f_p(x))'$  为  $p+1$  维基函数向量,  $f_l(x) (l=0, \dots, p)$  通常取为  $x$  各分量的已知的多项式函数,  $A$  为  $k \times (p+1)$  阶矩阵,  $I$  为  $k$  阶单位阵。这里用到了矩阵拉直和叉积运算的有关公式。

2) 协方差矩阵  $Cov(u(x), u(x+h))'$  存在且具有某种平稳性, 既与向量  $x$  无关, 仅与位移向量  $h$  有关, 从而可表成


$$C(h) = Cov(u(x), u(x+h))'$$

它是区域化向量的互协方差矩阵函数。由此, 对任意  $x_\alpha, x_\beta \in G$ , 有

$$Cov(u(x_\alpha), u(x_\beta))' = C(x_\alpha - x_\beta)$$

## 2 漂移的估计

设  $x_1, \dots, x_n$  是  $G$  内任意  $n$  个已知点或称信息点, 我们将根据  $u(x_1), \dots, u(x_n)$  求出任意点  $x \in G$  处  $u(x)$  的数学期望  $m(x)$  的如下形式的估计



$$m^*(x) = \sum_{\alpha=1}^n V_\alpha' u(x_\alpha)$$

中国地质科学院矿产资源研究所  
战略合作伙伴

其中  $V_\alpha = (\delta_{ij}^\alpha)_{k \times k}$  为待求的估计系数矩阵。

为使给出的估计具有无偏性, 应有

$$m(x) = Em^*(x) = \sum_{\alpha=1}^n V_\alpha' Eu(x_\alpha) = \sum_{\alpha=1}^n V_\alpha' m(x_\alpha)$$

这相当于

$$Af(x) = \sum_{\alpha=1}^n V_\alpha' Af(x_\alpha) \text{ 或 } (f(x)' \otimes I) \bar{A} = \sum_{\alpha=1}^n V_\alpha' (f(x_\alpha)' \otimes I) \bar{A}$$

其中  $I$  为  $k$  阶单位矩阵。由此得到无偏条件

$$f(x)' \otimes I = \sum_{\alpha=1}^n V_\alpha' (f(x_\alpha)' \otimes I) \quad \text{或} \quad f(x) \otimes I = \sum_{\alpha=1}^n (f(x_\alpha) \otimes I) V_\alpha$$

令

$$F(x) = f(x) \otimes I, V = (V_1', \dots, V_n')_{k \times nk}$$

$$F' = (f(x_1), \dots, f(x_n)) \otimes I$$

其中  $F(x)$  为  $(p+1)k \times k$  阶矩阵,  $F'$  为  $(p+1)k \times nk$  阶矩阵。则上述无偏条件可改写为

$$F(x) = F'V$$

在无偏条件下, 估计式的估计方差为

$$\begin{aligned}\sigma_E^2 &= \text{trCov}[m^*(x), m^*(x)'] = \text{trCov}\left[\sum_{\alpha=1}^n V_{\alpha}' u(x_{\alpha}), \sum_{\beta=1}^n u(x_{\beta})' V_{\beta}\right] \\ &= \text{tr} \sum_{\alpha=1}^n \sum_{\beta=1}^n V_{\alpha}' \text{Cov}[u(x_{\alpha}), u(x_{\beta})'] V_{\beta} \\ &= \text{tr} \sum_{\alpha=1}^n \sum_{\beta=1}^n V_{\alpha}' C(x_{\alpha} - x_{\beta}) V_{\beta} \\ &= \text{tr} V C V\end{aligned}$$

其中

$$C = (C(x_{\alpha} - x_{\beta}))_{nk \times nk}$$

它是  $k$  维区域化向量  $u(x)$  在  $n$  个信息点  $x_1, \dots, x_n$  处的互协方差函数矩阵, 可由原始观测数据近似计算出来, 这里假定它是  $nk$  阶正定矩阵, 当原始的  $n$  个信息点互不重合时, 这个条件一般可以得到满足。

为使估计方差达到最小, *Lagrange* 不定乘数法的目标函数为

$$L(V, \Theta) = \sigma_E^2 - 2\text{tr}\Theta[F(x) - F'V]$$

其中  $\Theta$  是由 *Lagrange* 不定乘数组成的  $(p+1)k \times k$  阶矩阵

$$\begin{aligned}\frac{\partial L}{\partial V} &= 2CV + 2F\Theta = O_{nk \times k} \\ \frac{\partial L}{\partial \Theta} &= 2F'V - 2F(x) = O_{(p+1)k \times k}\end{aligned}$$

由此得到使估计方差极小化的 *Krige* 方程组

$$\begin{cases} CV + F\Theta = O \\ F'V = F(x) \end{cases}$$

令

$$W = \begin{bmatrix} C & F \\ F' & O \end{bmatrix}_{(n+p+1)k \times (n+p+1)k}, \quad Y = \begin{bmatrix} V \\ \Theta \end{bmatrix}_{(n+p+1)k \times k}, \quad B = \begin{bmatrix} O \\ F(x) \end{bmatrix}_{(n+p+1)k \times k}$$

则上述方程组可简写为

$$\begin{bmatrix} C & F \\ F' & O \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V \\ \Theta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} O \\ F(x) \end{bmatrix} \quad \text{或 } WY = B$$

本文假定  $(n+p+1)k$  阶系数矩阵  $W$  为正定矩阵, 由于已假定其中的子块  $C$  正定, 只要  $f(x)$  中的基函数选得恰当, 这条件一般能够满足。通过这个方程组, 可以求出估计式(2.3)中的诸系数矩阵  $V_\alpha (\alpha = 1, K, n)$ , 从而求出漂移的估计。

得到最小估计方差, 即 *Krige* 方差

$$\sigma_{UM}^2 = \text{tr} V C V = -\text{tr} V F \Theta = -\text{tr} F(x)' \Theta$$

系数矩阵  $A$  的估计

这里要把单变量泛克里金的结果推广到多变量泛协克里金中去, 即求漂移表达式中系数矩阵  $A$  的估计。

将  $n$  个已知随机变量连接成一个  $nk$  维随机变量

$$\begin{aligned} z' &= (u(x_1)', K, U(x_n)') \\ &= (Z_1(x_1), L, Z_k(x_1), L, Z_1(x_n), L, Z_k(x_n)) \end{aligned}$$

为求  $A$  的估计, 只须求  $\bar{A}$  的如下形式的估计

$$\bar{A}^* = Gz$$

其中  $G$  为  $(p+1)k \times nk$  阶待求矩阵, 它是具有如下性质:

(1) 为了保证估计的无偏性, 应有

$$\bar{A} = E\bar{A}^* = EGz = GEz = G \begin{bmatrix} m(x_1) \\ M \\ m(x_n) \end{bmatrix} = G \begin{bmatrix} (f(x_1)' \otimes I) \bar{A} \\ M \\ (f(x_n)' \otimes I) \bar{A} \end{bmatrix} = GF\bar{A}$$

即有

$$GF = I$$

其中  $F$  是方程组(2.6)'的系数矩阵  $W$  的右上角子块,  $I$  是  $(p+1)k$  阶单位矩阵。

(2) 在前一段已经求到了漂移的估计值, 可改写成

$$m^*(x) = \sum_{\alpha=1}^n V_{\alpha}' u(x_{\alpha}) = (V_1', \dots, V_n') \begin{bmatrix} u(x_1) \\ \vdots \\ u(x_n) \end{bmatrix} = V' z$$

用  $\bar{A}$  的估计式, 还可以求到  $m(x)$  的另一种形式的估计

$$m^{**}(x) = F(x)' \bar{A}^* = F(x)' G z$$

这后一种估计  $m^{**}(x)$  应与给出的估计  $m^*(x)$  相等, 以保证它方差最小, 于是有

$$V = F(x)' G, \text{ 或 } V = G' F(x)$$

该式表明, 待求的估计系数  $G'$  是用已知矩阵  $F(x)$  表示  $v$  的系数矩阵。这个表达式可以通过解方程组得到

$$\begin{pmatrix} V \\ \Theta \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} C & F \\ F' & O \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} O \\ F(x) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} * & U \\ * & V \end{pmatrix} \begin{pmatrix} O \\ F(x) \end{pmatrix}$$

其中  $U$  是系数矩阵的逆的  $nk \times (p+1)k$  阶右上角子块,  $V$  是  $(p+1)k \times (p+1)k$  阶右下角子块, 式中的 \* 代表适当阶数的子块。它们都可以通过分块矩阵的求逆算法得到

$$U = C^{-1} F (F' C^{-1} F)^{-1} \quad V = -(F' C^{-1} F)^{-1}$$

这时有

$$V = U F(x), \quad \Theta = V F(x)$$

$$G = U' = (F' C^{-1} F)^{-1} F' C^{-1}$$

由

$$\begin{pmatrix} C & F \\ F' & O \end{pmatrix} \begin{pmatrix} * & U \\ * & V \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} I & O \\ O & I \end{pmatrix}$$

可以得到

$$F' U = I \text{ 或 } F' G' = I, \quad G F = I$$

这说明按性质 (2) 求得的  $G$  也满足性质 (1)。由上述矩阵等式可以看出, 子块  $U$  和  $V$  也可以通过解如下的矩阵方程求得



$$\begin{pmatrix} C & F \\ F' & O \end{pmatrix} \begin{pmatrix} U \\ V \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} O \\ I \end{pmatrix}$$

总之，得到了向量  $\bar{A}$  的估计式

$$\bar{A}^* = (F' C^{-1} F)^{-1} F' C^{-1} z$$

其中的  $F$  由已给基函数向量  $f(x_\alpha) (\alpha=1, L, n)$  所决定， $C$  由区域化向量  $u(x)$  的协方差矩阵所组成，是可以由原始数据算得的。由此即可得到漂移表达式系数矩阵  $A$  的估计。

子块  $V$  与  $m^*(x)$  的估计方差有关：

$$\begin{aligned} \sigma_{UM}^2 &= \text{trCov}[m^{**}(x), m^{**}(x)'] \\ &= \text{tr} F(x)' \text{Cov}(\bar{A}^*, \bar{A}^{*'}) F(x) \end{aligned}$$

它应等于给出的估计方差，得

$$\sigma_{UM}^2 = -\text{tr} F(x)' \Theta = -\text{tr} F(x)' V F(x)$$



中矿数智  
DIGI MINE

中国地质科学院矿产资源研究所  
战略合作伙伴

比较这两个式子，得到

$$\text{Cov}(\bar{A}^*, \bar{A}^{*'}) = (F' C F)^{-1} = -V$$

由此得到  $\bar{A}$  估计方差为

$$\sigma^2 = \text{trCov}(\bar{A}^*, \bar{A}^{*'}) = \text{tr}(F' C F)^{-1}$$

### 4.3 泛协克里金的对偶形式

克里格方法的对偶形式，即对偶克里金，在 80 年代就曾引起人们的注意，Calli 等人在 1984 年曾将借助对偶克里金给出的插值公式用于等值线图的绘制，取得了良好效果。Journal，曾讨论了简单克里金的对偶形式。一般线性克里格估计的实质是求原始观测值的一种特殊的线性组合，而组合系数是相应的克里格方程组的解。我国学者王家华，高海余和周叶把这两步计算统一称为克里金的线性组合问题，并给出了这线性组合问题及其对偶的一般表达形式。

王家华等人就单变量泛克里金给出了具体的对偶形式，同时指出，对于多变量的协克里金，当互协方差函数满足条件  $c_{ij}(h) = c_{ji}(h)$  时，也可以表示为对

偶形式<sup>[3]</sup>。本文将去掉这一条件限制,对于最一般的泛协克里金,借助矩阵分析方法表述出它的对偶形式,并用 *Hilbert* 空间自伴算子和 *Banach* 空间的共轭空间的概念给对偶克里金的实质作了解释。

### 4.3.1 泛协克里金数学模型的抽象化及其对偶形式

首先介绍本文涉及的一些概念和符号。设所研究的区域化向量为  $\overset{p}{Z}(\mathbf{x}) = (Z_1(\mathbf{x}), \Lambda, Z_k(\mathbf{x}))'$ ,  $\mathbf{x} \in G$ 。我们要根据  $\overset{p}{Z}(\mathbf{x})$  在  $n$  个点的已知随机向量  $\overset{p}{Z}(\mathbf{x}_\alpha)$

$$\overset{p}{Z}^*(\mathbf{x}_0) = \sum_{\alpha=1}^n \Lambda'_\alpha \overset{p}{Z}(\mathbf{x}_\alpha), \quad \mathbf{x} \in G$$

求随机向量  $\overset{p}{Z}(\mathbf{x}_0)$  的线性估计,其中  $\Lambda_\alpha (\alpha=1, \Lambda, n)$  为  $k$  阶估计系数矩阵。再定义  $kn$  维随机向量  $\overset{p}{Z}' = (\overset{p}{Z}(\mathbf{x}_1)', \Lambda, \overset{p}{Z}(\mathbf{x}_n)')$  和  $k \times kn$  阶分块矩阵  $\Lambda' = (\Lambda'_1, \Lambda, \Lambda'_n)$ , 则上述线性估计可写成

$$\overset{p}{Z}^*(\mathbf{x}_0) = \Lambda' \overset{p}{Z}$$

设  $\overset{p}{Z}(\mathbf{x})$  的数学期望向量可表成

$$\overset{p}{m}(\mathbf{x}) = E \overset{p}{Z}(\mathbf{x}) = A \mathbf{f}(\mathbf{x}) = [\mathbf{f}(\mathbf{x}) \otimes I] \overset{p}{A}, \quad \mathbf{x} \in G$$

其中  $(p+1)$  维向量  $\mathbf{f}(\mathbf{x}) = (f_0(\mathbf{x}), f_1(\mathbf{x}), \Lambda, f_p(\mathbf{x}))'$  由  $\mathbf{x}$  的基函数(如多项式的各项)组成,  $A$  是可以估计的  $k \times (p+1)$  阶未知矩阵,  $\overset{p}{A}$  是它的拉直运算结果,则泛协克里金的无偏条件为

$$(\mathbf{F}' \otimes I) \Lambda = \mathbf{f}(\mathbf{x}_0) \otimes I$$

其中

$$\mathbf{F}_{n \times (p+1)} = \begin{bmatrix} \mathbf{f}(\mathbf{x}_1)' \\ \mathbf{M} \\ \mathbf{f}(\mathbf{x}_n)' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f_0(\mathbf{x}_1) & f_1(\mathbf{x}_1) & \Lambda & f_p(\mathbf{x}_1) \\ \Lambda & \Lambda & \Lambda & \Lambda & \Lambda & \Lambda & \Lambda & \Lambda & \Lambda & \Lambda & \Lambda & \Lambda \\ f_0(\mathbf{x}_n) & f_1(\mathbf{x}_n) & \Lambda & f_p(\mathbf{x}_n) \end{bmatrix}$$

由估计方程最小准则,估计系数矩阵  $\Lambda$  应满足如下的克里格方程组

$$\begin{bmatrix} C & \mathbf{F} \otimes I \\ \mathbf{F}' \otimes I & O \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Lambda \\ \Theta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \tilde{C} \\ \mathbf{f}(\mathbf{x}) \otimes I \end{bmatrix}$$

最小估计方差，即克里格方差为

$$\sigma_{uck}^2 = \text{tr} \mathbf{C}(\mathbf{o}) - \text{tr} \Lambda' \tilde{\mathbf{C}} - \text{tr} \Theta' [\mathbf{f}(\mathbf{x}_0) \otimes \mathbf{I}]$$

其中  $(p+1) \times k$  阶矩阵  $\Theta$  是由不定乘数组成的矩阵， $\mathbf{C}$  和  $\tilde{\mathbf{C}}$  是由互协方差函数组成的矩阵

$$\mathbf{C} = \text{Cov}[\tilde{\mathbf{Z}}, \tilde{\mathbf{Z}}'], \quad \tilde{\mathbf{C}} = \text{Cov}[\tilde{\mathbf{Z}}, \tilde{\mathbf{Z}}(\mathbf{x}_0)']$$

$\mathbf{C}$  为  $kn$  阶对称矩阵， $\tilde{\mathbf{C}}$  是  $kn \times k$  阶矩阵。方程组的系数矩阵是  $k(n+p+1)$  阶对称矩阵。

现在引进一些新的记号，将上述结果进一步抽象化，令

$$\mathbf{K} = \begin{bmatrix} \mathbf{C} & \mathbf{F} \otimes \mathbf{I} \\ \mathbf{F}' \otimes \mathbf{I} & \mathbf{O} \end{bmatrix}_{k(n+p+1) \times k(n+p+1)}, \quad \mathbf{B} = \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{C}} \\ \mathbf{f}(\mathbf{x}_0) \otimes \mathbf{I} \end{bmatrix}_{k(n+p+1) \times k}, \quad \mathbf{D} = \begin{bmatrix} \Lambda \\ \Theta \end{bmatrix}_{k(n+p+1) \times k}$$

则可写成

$$\mathbf{K}\mathbf{D} = \mathbf{B}, \quad \text{或} \quad \mathbf{D} = \mathbf{K}^{-1}\mathbf{B}$$

再定义两个  $k(n+p+1)$  维随机向量

$$\begin{aligned} \tilde{\mathbf{U}}' &= [\tilde{\mathbf{Z}}(\mathbf{x}_1)', \Lambda, \tilde{\mathbf{Z}}(\mathbf{x}_n)', \tilde{\mathbf{O}}, \Lambda, \tilde{\mathbf{O}}] \\ \tilde{\mathbf{V}}' &= (\tilde{\mathbf{V}}_1', \Lambda, \tilde{\mathbf{V}}_n', \tilde{\mathbf{V}}_{n+1}', \Lambda, \tilde{\mathbf{V}}_{n+p+1}') \end{aligned}$$

随机向量  $\tilde{\mathbf{U}}$  由原来的  $\tilde{\mathbf{Z}}$  和  $p+1$  个  $k$  维  $\tilde{\mathbf{O}}$  向量组成，随机向量  $\tilde{\mathbf{V}}$  由  $\tilde{\mathbf{U}}$  和  $\mathbf{K}$  算得，它可视为由  $n+p+1$  个  $k$  维随机向量构成，规定它们之间有如下的变换关系

$$\mathbf{K}\tilde{\mathbf{V}} = \tilde{\mathbf{U}}, \quad \text{或} \quad \tilde{\mathbf{V}} = \mathbf{K}^{-1}\tilde{\mathbf{U}}$$

这时估计量式可以写成

$$\hat{\mathbf{Z}}^*(\mathbf{x}_0) = \mathbf{D}'\tilde{\mathbf{U}} = \mathbf{B}'\mathbf{K}^{-1}\tilde{\mathbf{U}} = \mathbf{B}'\tilde{\mathbf{V}} = \mathbf{D}'\mathbf{K}\tilde{\mathbf{V}}$$

该式表明，估计量  $\hat{\mathbf{Z}}^*(\mathbf{x}_0)$  等于已知随机向量  $\tilde{\mathbf{U}}$  与方程的解  $\mathbf{D}$  之间的乘积，也等于已知量  $\mathbf{B}$  与方程的解  $\tilde{\mathbf{V}}$  之间的乘积。而这两个方程具有相同的对称系数矩阵  $\mathbf{K}$ 。

克里格方差可表为

$$\sigma_{UCK}^2 = \text{tr} \mathbf{C}(\mathbf{o}) - \text{tr} \mathbf{D}' \mathbf{B} = \text{tr} \mathbf{C}(\mathbf{o}) - \text{tr} \mathbf{B}' \mathbf{K}^{-1} \mathbf{B} = \text{tr} \mathbf{C}(\mathbf{o}) - \text{tr} \mathbf{D}' \mathbf{K} \mathbf{D}$$

克里格方差的第二项有三种形式：方程的解与右端项的内积，由  $K^{-1}$  生成的二次型在右端项  $B$  上的取值，由  $K$  生成的二次型在解  $D$  上的取值。

方程以及与之有关的结果叫做对偶克里金。

### 4.3.2 对偶克里金的进一步解释

为了更好地理解上述的对偶性，我们对这些符号再作一些改变：将随机向量  $\mathcal{Z}$  和  $\mathcal{V}$  用它们的具体观测值，即  $k(n+p+1)$  维向量  $u$  和  $v$  来代替

$$\begin{aligned} u &= [z(\mathbf{x}_1), \Lambda, z(\mathbf{x}_n), \mathbf{o}, \Lambda, \mathbf{o}]' \\ v &= (v_1, \Lambda, v_n, v_{n+1}, \Lambda, v_{n+p+1})' \end{aligned}$$

其中的  $u$  由  $n$  个  $k$  维向量  $z(\mathbf{x}_\alpha)$  ( $k$  维随机向量  $\mathcal{Z}(\mathbf{x})$  在  $n$  个点上的观测值) 和  $p+1$  个  $o$  向量组成， $v$  由  $n+p+1$  个  $k$  维向量组成。 $u$  和  $v$  之间有如下的变换关系

$$Kv = u \quad \text{或} \quad v = K^{-1}u$$

我们这里只考虑待估随机向量  $\mathcal{Z}(\mathbf{x}_0)$  的第  $i$  个分量  $z_i(\mathbf{x}_0)$  的具体的估计值  $z_i^*(\mathbf{x}_0)$ ，相应地只考虑  $D$  和  $B$  的相应的第  $i$  列  $d_i, b_i, i=1, \Lambda, k$ 。这时，得

$$Kd_i = b_i, \quad d_i = K^{-1}b_i$$

由  $K$  的对称性，估计值  $z_i^*(\mathbf{x}_0)$  可表为

$$z_i^*(\mathbf{x}_0) = d_i' u = d_i' K v = (K d_i)' v = b_i' v$$

$z_i(\mathbf{x}_0)$  的估计方差可表为

$$\sigma_i^2 = c_{ii}(\mathbf{o}) - d_i' b_i = c_{ii}(\mathbf{o}) - b_i' K^{-1} b_i = c_{ii}(\mathbf{o}) - d_i' K d_i$$

基于这些记号，我们把上述诸向量都看成是  $k(n+p+1)$  维欧氏空间  $R$  中的元素，再把  $R$  看成是 *Hilbert* 空间，以此来研究这些元素间的关系。由矩阵  $K$  生成的 *Hilbert* 空间  $R$  内的线性算子，由  $K$  的可逆性和对称性，它还是可逆自伴算子。今用 *Hilbert* 空间的内积符号表示诸元素之间的关系，成为

$$z_i^*(\mathbf{x}_0) = \langle \mathbf{n}_i, u \rangle = \langle \mathbf{n}_i, K v \rangle = \langle K \mathbf{n}_i, v \rangle = \langle b_i, v \rangle$$

$$\sigma_i^2 = c_{ii}(\mathbf{o}) - \langle \mathbf{n}_i, b_i \rangle = c_{ii}(\mathbf{o}) - \langle K^{-1} b_i, b_i \rangle = c_{ii}(\mathbf{o}) - \langle \mathbf{n}_i, K \mathbf{n}_i \rangle$$

可以看出  $Z_i^*(\mathbf{x}_0)$  的两种表示方法的对偶性：它既可看成变换的象与原象的内积，又可看成原象与象的内积，这是由算子  $K$  的自伴性确定的。估计方差表达式中的第二项是变换的象与原象的内积，它既等于由  $K^{-1}$  生成的二次型在变换的象  $b_i$  处的值，也等于  $K$  生成的二次型在变换的原象  $d_i$  处的值。

我们还可以用 *Banach* 空间的观点解释这种对偶现象。将形式如  $u, v$  等观测数据所组成的  $k(n+p+1)$  维向量视为一个 *Banach* 空间  $B$ ，形如  $d_i, b$  的每个系数向量都可按向量的内积运算产生一个空间  $B$  的有界线性泛函，因而可将  $d_i, b_i$  视为  $B$  的共轭空间  $B^*$  ( $B$  的全体有界线性泛函所构成的空间) 中的元素。是  $B$  中的线性变换， $B^*$  中的线性变换。 $K$  的对称性保证了这两个形式相同的变换是互为共轭的。估计值  $Z_i^*(\mathbf{x}_0)$  是线性泛函  $d_i \in B^*$  在经历了变换以后的数据  $Kv = u \in B$  上的取值，它等于变换后的泛函  $K d_i = b_i \in B^*$  在变换前的数据  $v = K^{-1}u \in B$  上的取值，也就是在数据和线性泛函二者之间有且只有一个经历了线性变换。对偶克里金实质是用  $B$  内的线性变换代替共轭空间  $B^*$  中的线性变换。由  $K$  的对称性这两个变换具有相同的形式。

### 4.3.3 对偶克里金结果的具体表示

设对偶克里金的已知变量为解

$$\mathcal{V} = (\mathcal{V}_1^p, \Lambda, \mathcal{V}_n^p, \mathcal{V}_{n+1}^p, \Lambda, \mathcal{V}_{n+p+1}^p)$$

其中的每个子块都是  $k$  维随机向量。它应满足方程

$$\begin{cases} \sum_{\beta=1}^n C(\mathbf{x}_\alpha - \mathbf{x}_\beta) \mathcal{V}_\beta^p + \sum_{l=0}^p f_l(\mathbf{x}_\alpha) \mathcal{V}_{n+l+1}^p = \mathcal{Z}(\mathbf{x}_\alpha), & \alpha = 1, \Lambda, n \\ \sum_{\alpha=1}^n f_l(\mathbf{x}_\alpha) \mathcal{V}_\alpha^p = 0, & l = 0, 1, \Lambda, p \end{cases}$$

由此解得  $\mathcal{V}$  以后，代入，即得估计量

$$\begin{aligned} \mathcal{Z}^*(\mathbf{x}_0) &= \sum_{\beta=1}^n C(\mathbf{x}_\beta - \mathbf{x}_0) \mathcal{V}_\beta^p + \sum_{l=0}^p f_l(\mathbf{x}_0) \mathcal{V}_{n+l+1}^p \\ &= \sum_{\beta=1}^n C(\mathbf{x}_0 - \mathbf{x}_\beta) \mathcal{V}_\beta^p + \sum_{l=0}^p f_l(\mathbf{x}_0) \mathcal{V}_{n+l+1}^p \end{aligned}$$

这样的解法，是通过解方程组求  $\mathcal{V}$ ，然后由第三种表示计算估计量  $\mathcal{Z}^*(\mathbf{x}_0)$ 。

相对于原来的泛协克里金来说叫做对偶泛协克里金。

和王家华等关于对偶泛克里金所得的结论一样,对偶泛协克里金也有插值和外推性质

(1) 插值。原来的泛协克里金是将估计量  $\hat{Z}^p(\mathbf{x}_0)$  表成原始已知变量  $\hat{Z}^p = (\hat{Z}^p(\mathbf{x}_1), \Lambda, \hat{Z}^p(\mathbf{x}_n))'$  的线性组合 (3.1), 组合系数  $\Lambda$  或  $D$  通过解克里格方程组得到; 而在对偶泛协克里金中, 同样的估计量  $\hat{Z}^p(\mathbf{x}_0)$  表成待估点  $\mathbf{x}_0$  处的若干“插值函数”的线性组合, 组合系数  $\hat{V}_\beta^p$  通过解对偶克里格方程组得到。这里的插值函数刚好是  $\mathbf{x}$  取在各已知点  $\mathbf{x}_\beta$  处的协方差函数  $c(\mathbf{x}_0 - \mathbf{x}_\beta)$ , 以及漂移表达式的基函数。比较可以看出, 当待估点  $\mathbf{x}_0$  与某已知点  $\mathbf{x}_\alpha$  相重, 即  $\mathbf{x}_0 = \mathbf{x}_\alpha$  时, 所得的克里格估计量  $\hat{Z}^p(\mathbf{x}_0) = \hat{Z}^p(\mathbf{x}_\alpha)$ 。这说明对偶克里金在原始数据点处也有精确性 (exactitude), 或插值性质。

(2) 外推。假定协方差函数有一定的变程, 即有一个  $a > 0$ , 使当  $|h| \geq a$  时  $c(h) = 0$ 。这时, 当待估点  $\mathbf{x}_0$  与所有已知点  $\mathbf{x}_\alpha$  的距离都大于  $a$  时, 所有插值函数都取 0 值, 这时估计量  $\hat{Z}^p(\mathbf{x}_0)$  仅由后一部分, 即漂移来决定。这时的估计结果实质上就是靠趋势模型进行外推。

## 4.4 指示克里金计算结果的顺序关系矫正

### 4.4.1 顺序关系问题和已有的矫正方法

众所周知, 指示克里金的主要目的是: 用指示克里格方法估计出待估点处相应于某些阈值点的条件分布函数值

$$\begin{aligned} F^*[\mathbf{X}; z_k | (n)] &= \text{Prob}^*[Z(\mathbf{X}) \leq z_k | (n)] \\ &= i^*(\mathbf{X}; z_k) = \sum_{\alpha=1}^n \lambda(z_k) i(\mathbf{x}_\alpha; z_k), \quad k = 1, \Lambda, K \end{aligned}$$

其中  $(n)$  表示由  $n$  个点处的已知指示值  $i(\mathbf{x}_\alpha; z_k)$  所构成的条件。为使这些估计值真正成为分布函数的估计值, 它们必须满足如下的顺序关系

$$(i) \quad F^*[\mathbf{X}; z_k | (n)] \leq F^*[\mathbf{X}; z_{k'} | (n)], \quad z_k \leq z_{k'}$$



$$(ii) \quad 0 \leq F^*[\mathbf{x}; z_k | (n)] \leq 1, \quad k = 1, \Lambda, K$$

但在实际上, 由于这些估计值是通过解不同的克里格方程组独立算出的, 这顺序关系不一定满足, 这就是指示克里金的“顺序关系问题”。出现这种情况的原因, Deutsch 和 Journé<sup>[1]</sup>以及 G.Pan (潘国成) 和 Harris 都作了分析, 主要有如下几个方面:

(1) 阈值选取不当, 致使在某两个相邻阈值所构成的区间 $[z_{k-1}, z_k]$ 内没有观测点;

(2) 出现负的克里格权系数;

(3) 忽略了不同的指示值之间的关系。

在用指示克里金的计算结果进行后续计算(如估计或模拟)之前, 必须对顺序关系问题进行矫正。上述作者介绍了常用的经验性的矫正方法, 分三步进行:

(1) 向上矫正, 结果产生图 1 中上边的虚线:

①从最低的阈值 $z_1$ 开始; ②如果估计值 $F^*[\mathbf{x}; z_1 | (n)]$ 不在区间 $[0, 1]$ 内, 重新令它等于这区间的最邻近的边界; ③进行下一步 $z_2$ , 如果估计值 $F^*[\mathbf{x}; z_2 | (n)]$ 不在区间 $[F^*[\mathbf{x}; z_1 | (n)], 1]$ 之内, 重新令它等于最邻近的边界; ④扫描所有剩下的阈值 $z_k, k = 3, \Lambda, K$ , 都作这样的处理。

(2) 向下矫正, 结果产生图 1 中下边的虚线:

①从最大阈值 $z_K$ 开始; ②如果估计值 $F^*[\mathbf{x}; z_K | (n)]$ 不在区间 $[0, 1]$ 内, 重新令它等于这区间的最邻近的边界; ③进行下一个较低的阈值 $z_{K-1}$ 。如果估计值 $F^*[\mathbf{x}; z_{K-1} | (n)]$ 不在区间 $[0, F^*[\mathbf{x}; z_K | (n)]]$ 之内, 重新令它等于最邻近的边界; ④扫描所有的阈值 $z_k, k = K - 2, \Lambda, 1, 0$ , 都作这样的处理。

(3) 将两个矫正过的结果进行平均, 产生了图 1 中的最后矫正结果(用实线 1 表示)。这种矫正方法的重要缺点是: 无法控制矫正的幅度和偏差, 有时要对估计分布函数作很大的修正, 这可能要对以后应用中的计算误差带来很大的影响。

### 4.4.2 用单调回归矫正顺序偏差

我们这里根据单调回归原理(Kruskal, 1964)给出另外一种顺序偏差矫正方法。目的是保证这矫正结果在满足顺序关系的前提下, 与原始估计值有最小的偏差。也就是以最小的矫正换取顺序关系的满足。这最小矫正原则是重要的, 这能保证将矫正后的结果用于解决其它的估计或模拟问题时较小的误差。

我们先用简捷的记号叙述单调回归的准则和算法。

设有由  $K$  个实数组成的任意数组  $f_1, \Lambda, f_K$ , 我们的目标是找出相应的单调数组  $\hat{f}_1, \Lambda, \hat{f}_K$ , 它们满足一定的顺序关系

$$\hat{f}_1 \leq \hat{f}_2 \leq \Lambda \leq \hat{f}_K$$

且使偏差平方和

$$D = \sum_{k=1}^K (f_k - \hat{f}_k)^2$$

最小。这是单调回归的准则, 我们这里仅给出具体算法——按段平均方法, 而不给出它的证明。

要想找一个与原来数组有关的单调数组, 或把原数组改造成单调数组并不困难。先把原有数组按已有顺序分成若干组段。设有  $m$  个组段, 其中的第  $i$  段记为  $b_i = \{f_{i1}, \Lambda, f_{i\alpha_i}\}$ , 它的平均值为

$$\bar{f}_i = \frac{1}{\alpha_i} \sum_{j=1}^{\alpha_i} f_{ij}, \quad i=1, \Lambda, m$$

只要这些组段分得合理, 相应的平均值就能满足如下的顺序关系

$$\bar{f}_1 < \bar{f}_2 < \Lambda < \bar{f}_m$$

最坏的情形就是  $m=1$ , 这时仅有一组, 一个平均值。将原始数组中的每个数都用它所在组段内的平均值来代替, 就得到了一个单调数组

$$\bar{f}_1 = \Lambda = \bar{f}_1 < \bar{f}_2 = \Lambda = \bar{f}_2 < \Lambda < \bar{f}_m = \Lambda = \bar{f}_m$$

$\alpha_1 \uparrow$ 
 $\alpha_2 \uparrow$ 
 $\alpha_m \uparrow$

为了得到与原始数组偏差最小的单调数组, 可按如下方法将数组划分成若干个组段<sup>[7]</sup>。

对于相邻的两个组段  $b_{i-1}$  和  $b_i$ , 如果相应的平均值满足条件  $\bar{f}_{i-1} < \bar{f}_i$ , 我们就说

$b_{i-1}$  是上满足的,  $b_i$  是下满足的。为了方便, 我们总是认为  $b_i$  是下满足的,  $b_m$  是上满足的。首先设数组中的每一个数各自构成一个组段。然后从左边第一个组段  $b_1 = \{f_1\}$  开始, 依次设为活动组段, 考察它是否需要与相邻组段合并。当它可能与后一个组段合并时, 称它为上活动的; 当它可能与前一个组段合并时, 称它为下活动的。

从第一个组段开始考察, 它是上活动的。一般地, 如果一个组段是上(下)活动的, 检查它是否上(下)满足: 如果是, 组段保持不变, 但要把它改成下(上)活动的; 否则, 将它与后(前)一个组段合并, 这新的大组段就成为下(上)活动的。总之, 对每个上、下活动的组段, 都做同样事情, 但上下颠倒。这种上下活动的转换, 结果产生一个既是上满足, 又是下满足的组段, 它不再与相邻组段合并。接着考察相邻的下一个组段, 它自然是下满足的, 于是首先把它看成是上活动的。对它作同样的考察处理, 又得到一个上满足和下满足的组段。这过程一直进行下去, 直到最后得到一个完全满足的组段。

这样划分的组段的平均值满足顺序关系, 由此得到的数组即为与原始数组偏差平方和最小单调数组——单调回归的解 (Kruskal, 1964)。

可以证明, 这样算得的单调数组使偏差平方和有如下性质

$$D = \sum_{k=1}^K (f_k - \hat{f}_k)^2 = \sum_{k=1}^K f_k^2 - \sum_{k=1}^K \hat{f}_k^2 < \sum_{k=1}^K f_k^2$$

于是, 可以定义**相对偏差**

$$S = \sqrt{\sum_{k=1}^K (f_k - \hat{f}_k)^2 / \sum_{k=1}^K f_k^2} < 1$$

用以度量单调数组与原来数组的差异。

将已经算得的相应于诸阈值的指示克里金估计结果记为

$$f_k = i^*(\mathbf{x}; z_k) = F^*[\mathbf{x}; z_k | (n)], \quad k = 1, 2, \Lambda, K$$

再用单调回归对它们进行顺序关系矫正, 将单调回归的解记为  $\hat{f}_k = F[\mathbf{x}; z_k | (n)], k = 1, \Lambda, K$ , 作为条件分布函数的新估计。如果有某些值落在区间[0, 1]之外, 再改令它们为这区间的最接近的边界 0 或 1, 矫正结果仍用原来记号。于是矫正后的分布函数值完全满足顺序关系。

### 三、数值计算实例与分析

设针对 9 个阈值算出了条件分布函数的估计值，以之作为原始数据，用单调回归进行矫正的过程和结果如表 4-13 所示。其中的第一行列出了原始数据，最后一行列出了原有方法的矫正结果，以便于比较。两种矫正结果还表示在图 4-14 之中，我们分别用 1 和 2 表示根据两种结果作线性插值所得的分布函数。比较而言，我们有如下结论：

①用定义的相对偏差 $s$ 作为矫正结果与原始估计值之间差异的度量，结果是  $S_{\text{原}}=0.16>0.15=S_{\text{新}}$ ，这说明新的矫正结果（用线 2 表示）比原先的矫正结果（用线 1 表示）有明显的改善，由图 4-14 也可以看出这一点。

②用新法算出的条件分布函数有许多相等的值：

$$F[\mathbf{x}; z_1|(n)] = F[\mathbf{x}; z_2|(n)] = F[\mathbf{x}; z_3|(n)] = 0.18$$

这种现象和顺序关系偏差同时出现在那样的阈值点上，这些点通常是不包含观测数据或仅有极少数观测数据的区间的端点。由这些相等的分布函数，我们得到估计概率

$$\text{Prob}^*[z_1 < z(\mathbf{x}) \leq z_3|(n)] = 0$$

这种零概率和上边的关于数据点稀少的推理是吻合的：在阈值  $z_2$  和处的估计值严重破坏了顺序，矫正的结果使含有  $z_2$  的区间内的概率为 0。

表 4-13 两种方法的矫正过程和结果 (The procedure and results of two correcte methods)

步骤 \ $z$	$z_1$	$z_2$	$z_3$	$z_4$	$z_5$	$z_6$	$z_7$	$z_8$	$z_9$
0	0.30	0.10	0.14	0.40	0.32	0.38	0.52	0.42	0.62
1	0.30				0.10				
2	0.20				0.20	0.14			
3	0.20				0.17	0.17			
4	0.18		0.18	0.18	0.40	0.32			
5	0.18	0.18	0.18	0.36	0.36	0.38	0.52	0.42	
6	0.18	0.18	0.18	0.36	0.36	0.38	0.47	0.47	0.62
原方法 矫正结果	0.20	0.20	0.22	0.36	0.36	0.39	0.47	0.47	0.62

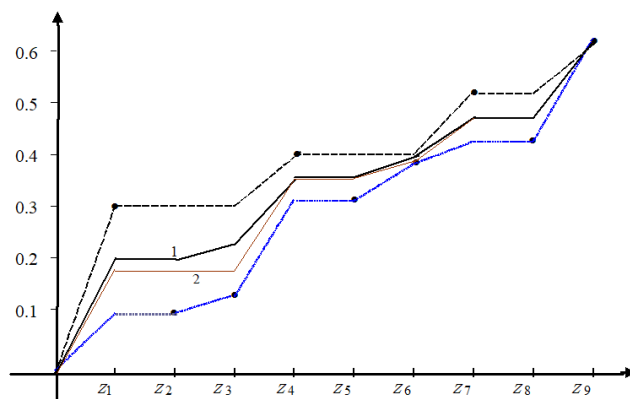


图 4-14 两种方法的矫正结果 (Fig.1 The correcting results of two methods)



中矿数智  
— DIGI MINE —

中国地质科学院矿产资源研究所  
战略合作伙伴

## 第五章 探矿者中地质勘查制图的计算机实现

### 第一节 计算几何基础

#### 1.1 维数扩展的 9 交集模型

关系运算是指用于检验两个几何对象的特定的拓扑空间关系的逻辑方法。两个几何对象的拓扑空间关系在 GIS 中是一个重要的研究主题。两个几何对象拓扑空间关键关系最基本的比较方法就是成对比较两个几何对象的内部、边界和外部的交集，并基于交集矩阵产生的实体来对两个几何对象空间关系分类。

普通拓扑学很好地定义了内部、边界和外部的概念。这些概念适用于在二维空间中二维对象的空间关系的定义。这些概念要适用于二维空间中一维和零维对象时，需要组合拓扑学方法。组合拓扑学方法是基于简单复合体的内部、边界和外部的定义基础上产生的，结果如下：

几何体的边界由一组较低维数的几何体构成。点(Point)或多点(MultiPoint)的边界为一个空集。非闭合曲线的边界由其两个端点组成，闭合曲线的边界为空多曲线(MultiCurve)的边界为它的组成弧段的奇数弧段构成。多边形边界是其环的集合。多多边形(MultiPolygon)的边界是组成它的多边形的环的集合。任意几何体组合其内部是利用“mod2”相交法则从单元何体边界抽取的不连续的几何体。

几何对象域通常认为是拓扑闭合的。组成几何体内部的点不会因为其外部的点被删除而删除。组成几何体外部的点不在几何体内部或者边界上。

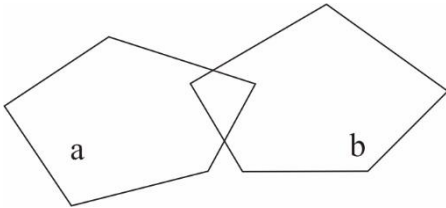
最大维数在一维和二维空间中两个几何体的空间关系研究一般只考虑对比内部和边界的交集，并定义这种情况为 4 交集模型。当该模型考虑到输入几何体的外部时就扩展为 9 交集模型同时进一步扩展为维数上扩展的 9 交集模型产生的成对的交集结果的维数信息。这些扩展使得模型可以表达点、线、面，以及有洞和多线、多面的面的空间关系。

表 5-1 DE-9IM

项目	内部	边界	外部
内部	$\dim(I(a) \cap I(b))$	$\dim(I(a) \cap B(b))$	$\dim(I(a) \cap E(b))$
边界	$\dim(B(a) \cap I(b))$	$\dim(B(a) \cap B(b))$	$\dim(B(a) \cap E(b))$
外部	$\dim(E(a) \cap I(b))$	$\dim(E(a) \cap B(b))$	$\dim(E(a) \cap E(b))$



几何体  $a$ ，假设  $I(a)B(a)$  和  $E(a)$  分别表示  $a$  的内部边界和外部。 $I(a)B(a)$  和  $E(a)$  任意两个的交集就生成一个混合维数的几何体集合。例如两个多边形的边界交集可以由一个点和一条线组成。假设  $\dim(z)$  返回的何体的最大维数为  $\{-1, 0, 1, 2\}$ ， $-1$  相应表示  $\dim(p)$ 。维数扩展的 9 交集矩阵(DE-9IM)则推出以下公式通常，例如计算两个闭合的正多边形的交集内部并确定交集的维数就没有必要分别用几个几何体表示两个多边形(两者为拓扑开放集)内部。大多数情况下每一单元交集的维数都严格受到两个几何体类型的限制。比如，线-面关系中内部-内部单元的维数只可能是  $-1, 1$  而面-面关系中内部-内部单元的维数为  $-1, 2$ 。在以上情况中所需要做的只是寻找交集。



内部	边界	外部
2	1	2
1	0	1
2	1	2

图 5-1 DE-9IM 模型示例

空间关系的描述可以归纳为：两个几何体以表示两个几何体 DE-9IM 结果合理值集合的模式矩阵形式输入。只要两个几何体的空间关系符合模式矩阵表示的合理值中的一个，则返回 TRUE。

模式矩阵由 9 种模式-值集合构成，一种集合对应矩阵一个单元。可能的模式值  $p$  为  $\{T, F, *, 0, 1, 2\}$ ，对于任何单元的所属何种交集含义  $x$  如下：

$$p = T \Rightarrow \dim(x) \in \{0, 1, 2\}, \text{例如 } x \neq \phi$$

$$p = F \Rightarrow \dim(x) = -1, \text{例如 } x = \phi$$

$$p = * \Rightarrow \dim(x) \in \{-1, 0, 1, 2\}, \text{例如 } \text{没关系}$$

$$p = 0 \Rightarrow \dim(x) = 0$$

$$p = 1 \Rightarrow \dim(x) = 1$$

$$p = 2 \Rightarrow \dim(x) = 2$$

模式矩阵可以用一个以行号为顺序的 9 个元素的数组或者列表表示。如下例

## 1.2 空间关系的判定

基于模式矩阵的空间关系的确定使得用户可以检测大部分的空间关系,并能对特殊的空间关系进行检测。可仍然存在缺点,模式矩阵只是抽象化的语言而非人性化的语言。除了熟悉空间关系 GIS 开发者以外,某些用户希望使用更为人性化的语言,如 “select all features 'spatially within' a query polygon。

为了满足这些用户的需要,定义了一系列用于 DE-9IM 的空间关系命名。这五种分别是相离、相接、相交、真包含和叠置。这些命名的定义如下所示。在这些定义中 P 用于表示零维的几何体(点和多点),L 表示一维几何体(LineStrings and MultiLineStrings),而 A 则表示二维几何体(面和多面)。

### 1.2.1 相离 (Disjoint)

假设两个几何体(闭合) a 和 b:

$$a.Disjoint(b) \Leftrightarrow a \cap b = \phi$$

DE-9IM 中表示为

$$a.Disjoint(b) \Leftrightarrow (I(a) \cap I(b) = \emptyset) \wedge (I(a) \cap B(b) = \emptyset) \wedge (B(a) \cap I(b) = \emptyset) \wedge (B(a) \cap B(b) = \emptyset)$$

$$\Leftrightarrow a.Relate(b, 'FF^*FF^{****}')$$

### 1.2.2 相接 (Touches)

两个几何体 a 和 b 相接关系适用于 A/A, L/L, L/A, P/A 和 P/L, 而不适用于 P/P。其定义如下:

$$a.Touches(b) \Leftrightarrow (I(a) \cap I(b) = \emptyset) \wedge (a \cap b) \neq \emptyset$$

DE-9IM 中表示为

$$a.Touches(b) \Leftrightarrow (I(a) \cap I(b) = \emptyset) \wedge ((B(a) \cap I(b) \neq \emptyset) \vee (I(a) \cap B(b) \neq \emptyset) \vee (B(a) \cap B(b) \neq \emptyset))$$

$$\Leftrightarrow a.Relate(b, 'FT^{*****}') \vee a.Relate(b, 'F^{**}T^{*****}') \vee a.Relate(b, 'F^{***}T^{****}')$$

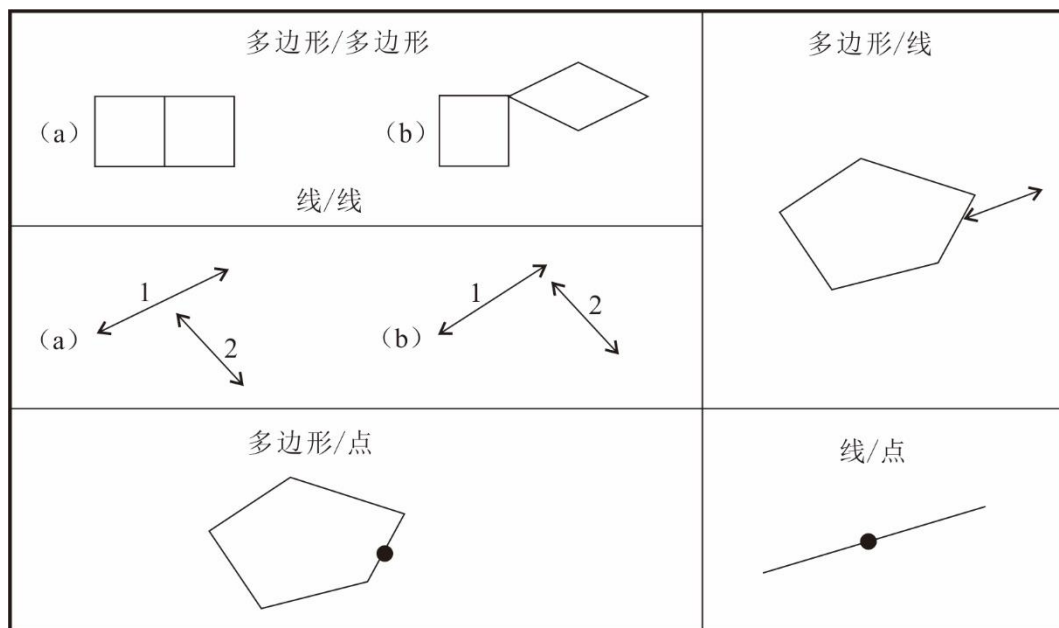


图 5-2 相接关系示例

### 1.2.3 相交 (Crosses)

相交关系适用于 P/L, P/A, L/L 和 L/A 的情况。定义如下:

$$a.Crosses(b) \Leftrightarrow (\dim(I(a) \cap I(b)) < \max(\dim(I(a)), \dim(I(b)))) \wedge (a \cap b \neq a) \wedge (a \cap b \neq b)$$

DE-9IM 中表示为

$$Case a \in P, b \in L \text{ or } Case a \in P, b \in A \text{ or } Case a \in L, b \in A:$$

$$a.Crosses(b) \Leftrightarrow (I(a) \cap I(b) \neq \emptyset) \wedge (I(a) \cap E(b) \neq \emptyset) \Leftrightarrow a.Relate(b, 'T^*T^{*****}')$$

Case  $a \in P, b \in L$ :

$$a.Crosses(b) \Leftrightarrow \dim(I(a) \cap I(b)) = 0 \Leftrightarrow a.Relate(b, '0^{*****}')$$

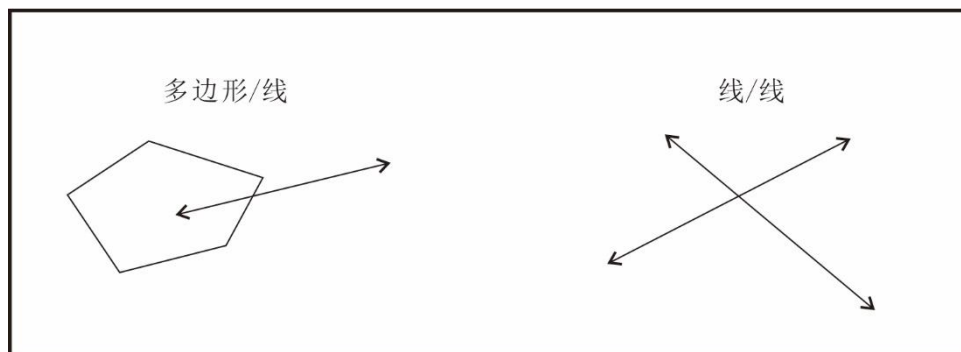


图 5-3 相交关系示例

### 1.2.4 真包含（Within）

真包含关系定义如下：

$$a.Within(b) \Leftrightarrow (a \cap b = a) \wedge (I(a) \cap I(b) \neq \emptyset)$$

DE-9IM 中表示为：

$$a.Within(b) \Leftrightarrow (I(a) \cap I(b) \neq \emptyset) \wedge (I(a) \cap E(b) \neq \emptyset) \wedge (B(a) \cap E(b) \neq \emptyset) \Leftrightarrow a.Relate(b, 'T^*F^{**}F^{***}')$$

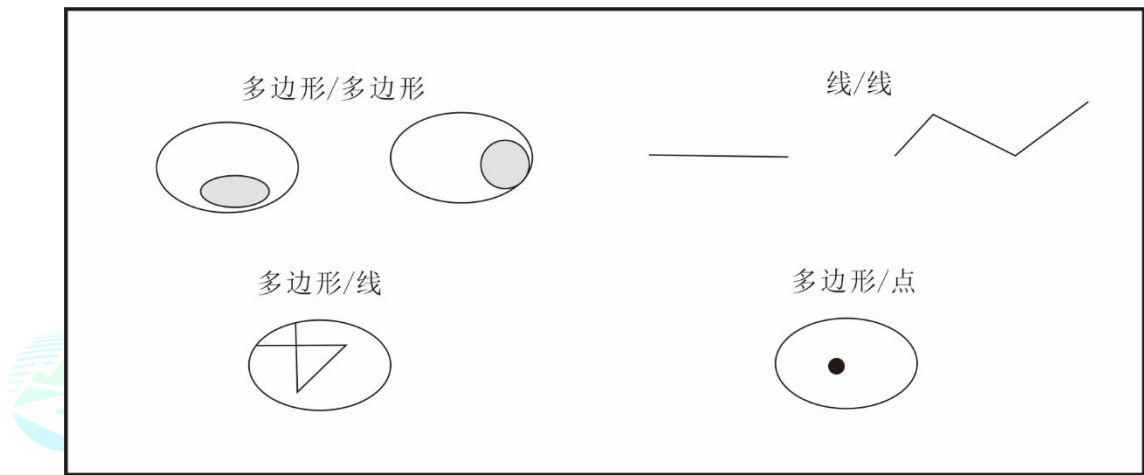


图 5-4 真包含关系示例

### 1.2.5 叠置（overlaps）

叠置关系定义的情况为 A/A，L/L 和 P/P。

定义如下：

$$a.Overlaps(b) \Leftrightarrow (\dim(I(a) \cap I(b)) = \dim(I(b)) = \dim(I(a) \cap I(b))) \wedge (a \cap b \neq a) \wedge (a \cap b \neq b)$$

DE-9IM 中表示为：

$$Case a \in P, b \in P \text{ or } Case a \in A, b \in A$$

$$a.Overlaps(b) \Leftrightarrow (I(a) \cap I(b) \neq \emptyset) \wedge (I(a) \cap E(b) \neq \emptyset) \wedge (E(a) \cap I(b) \neq \emptyset) \Leftrightarrow a.Relate(b, 'T^*T^{***}T^{**}')$$

$$Case a \in L, b \in L:$$

$$a.Overlaps(b) \Leftrightarrow (\dim(I(a) \cap I(b)) = 1) \wedge (I(a) \cap E(b) \neq \emptyset) \wedge (E(a) \cap I(b) \neq \emptyset) \Leftrightarrow a.Relate(b, '1^*T^{***}T^{**}')$$

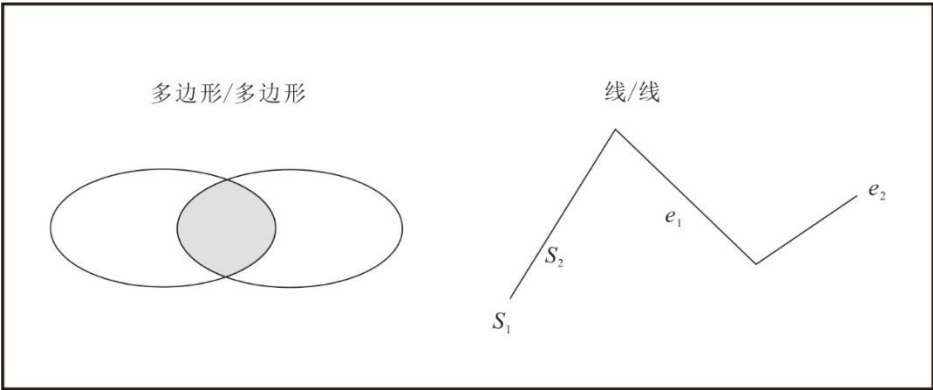


图 5-5 叠置关系示例

1.2.6 包含 (Contains)

$a.Contains(b) \Leftrightarrow b.Within(a)$

1.2.7 相交 (Intersects)

$a.Intersects(b) \Leftrightarrow !a.Disjoint(b)$

总结上面的论述，可得 DE-9IM 模板，如下表。



中矿数智

DIGI MINE

中国地质科学院矿产资源研究所  
战略合作伙伴

空间关系	几何对象	DE-9IM 模板
相离 (Disjoint)	A	FF*FF****
相接 (Touches)	A/A	FT***** 或 F**T***** 或 F***T****
	L/L	
	L/A	
	P/A	
	P/L	
相交 (Crosses)	P/L	T*T*****
	P/A	
	L/L	0*****
	L/A	T*T*****
真包含 (Within)	A	T*F**F***
叠置 (Overlaps)	A/A	T*T***T**
	L/L	1*T***T**
	P/P	T*T***T**
包含 (Contains)	A	a.Contains(b)-b.Within(a)
相交 (Intersects)	A	a.Intersects(b)-!a.Disjoint(b)
相等	A	

## 第二节 空间数据的变换

### 2.1 平面坐标转换

#### 2.1.1 平面直角坐标系的建立

在平面上选一点 O 为直角坐标原点，过 O 点作相互垂直的两轴  $x'Ox$  和  $y'Oy$  而建立平面直角坐标系，如图 5-6 所示。

在直角坐标系中，规定  $Ox$ 、 $Oy$  方向为正值， $Ox'$ 、 $Oy'$  方向为负值，因此在坐标系中的一个已知点 P，它的位置便可由该点对  $Ox$  与  $Oy$  轴的垂线长度唯一地确定，即  $x=AP$ ， $y=BP$  通常记为  $P(x, y)$ 。

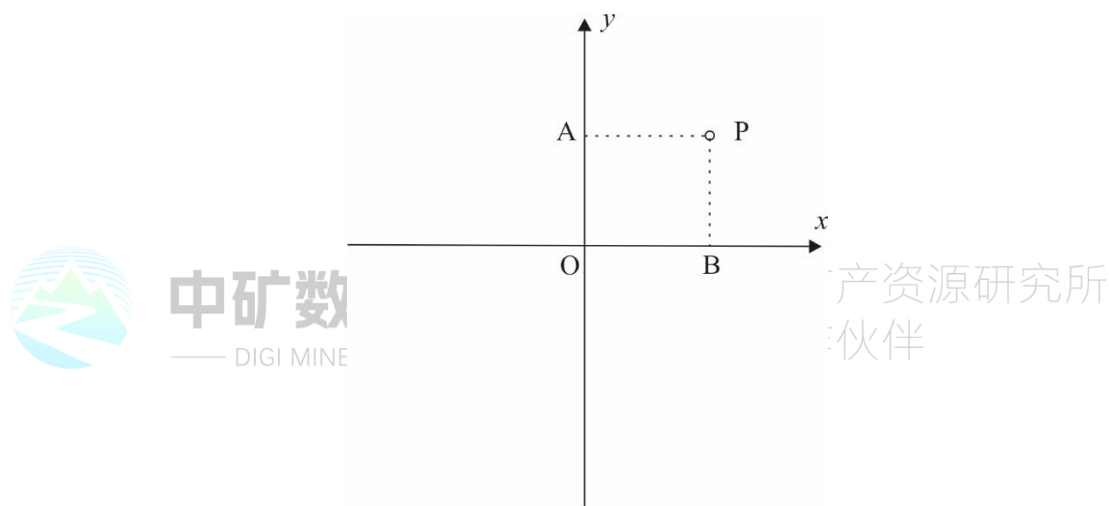


图 5-6 平面直角坐标系

#### 2.1.2 平面坐标变换矩阵

平面坐标变换矩阵可用下式表示：

$$T = \begin{bmatrix} a & d & g \\ b & e & h \\ c & f & i \end{bmatrix}$$

从变换功能上可把  $T$  分为 4 个子矩阵，其中  $\begin{bmatrix} a & d \\ b & e \end{bmatrix}$  是对图形进行缩放、旋转、对称、错切等变换； $\begin{bmatrix} c & f \end{bmatrix}$  是对图形进行平移变换； $\begin{bmatrix} g \\ h \end{bmatrix}$  是对图形做投影变换， $g$  的作用是在  $x$  轴的  $1/g$  处产生的一个灭点， $h$  的作用是在  $y$  轴的  $1/h$  处产生一个灭点； $i$  是对整个图形做伸缩变换。 $T$  为单位矩阵即定义二维空间中的直角坐标系，此时  $T$  可看做是 3 个行矢量，其中  $[1 \ 0 \ 0]$  表示  $x$  轴上的无穷远点， $[0 \ 1 \ 0]$



表示 y 轴上的无穷远点,  $[0\ 0\ 1]$  表示坐标原点。

## 2.2 球面坐标转换

为在球面上确定点位可视需要而采用不同的坐标系。实践中常使用的有地理坐标系  $(\varphi, \lambda)$ ，球面极坐标系  $(a, z)$  和球面直角坐标系  $(x, y)$ 。如图 5-7 所示，其中 K 为球面上某一点，P 为地理坐标系极点，Q 为球面极坐标系极点。各坐标系之间可以进行简单的相互换算。

地理坐标与球面极坐标之间的关系:利用球面三角公式，在球面三角形 PKQ 中有

$$\begin{cases} \cos z = \sin \varphi \sin \varphi_0 + \cos \varphi \cos \varphi_0 \cos(\lambda - \lambda_0) \\ \sin z \cos a = \sin \varphi \cos \varphi_0 - \cos \varphi \sin \varphi_0 \cos(\lambda - \lambda_0) \\ \sin z \sin a = \cos \varphi \sin(\lambda - \lambda_0) \end{cases} \quad (3.1)$$

式中， $\varphi_0$ 、 $\lambda_0$ ，为球面极坐标系坐标原点 Q 的地理坐标。

球面直角坐标与球面极坐标之间的关系:在球面三角形 QKK<sub>2</sub> 中有

$$\begin{cases} \cot a = \sin \Delta x \cot y \\ \cos z = \cos \Delta x \cot y \end{cases} \quad (3.2)$$

式中， $\Delta x = x - \varphi_0$ 。

目前，以上三种坐标系中以地理坐标系在 GIS 应用最为广泛。一般情况下，大多数地图投影都采用地理坐标作为球面上点位的参数来建立与平面直角坐标系相对应的投影方程式，从而获得地图的数学基础。

在实用上，有时为使变形情况最为良好，或者使投影符合某一指定的条件而采用横轴或斜轴投影。此时坐标系中的经纬线投影后将会成为较复杂的曲线，用地理坐标表示点位时则对投影公式的推导与计算都比较麻烦，若选用适当的球面上的其他坐标系却有可能沿用正轴投影的公式，从而改善了计算的方法，于是便需要应用球面极坐标系以及进行由地理坐标系到球面极坐标系的变换。

在采用球面极坐标系时，首先要确定一个极坐标的“极点”Q，球面上的各点便可以以新极 Q 为原点，以方位角 a 和天顶距 z 表示其位置。从形式上不难看出，新极点相当于地理坐标系中的北（南）极 P(P<sub>1</sub>)，方位角 a 相当于入，天

顶距  $z$  相当于  $90^\circ - p$ 。可见，球面极坐标系与地理坐标系形式上基本一致，地理坐标系的极点  $P$  ( $\pm 90^\circ$ ) 仅是地球表面上的一个特殊点，地理坐标系也仅图 5-7 球面上的坐标系是球面极坐标系的一种特殊情况。

这样，要用球面极坐标计算地图投影，仅需将 GIS 数据区域内各经纬线交点的坐标用式(3.1)换算成新坐标系中的极坐标  $a$ 、 $z$ ，然后把  $a$  视为，把  $90^\circ - z$  视为口立用现成的正轴投影公式进行计算而无须另行推导横轴与斜轴的投影公式。

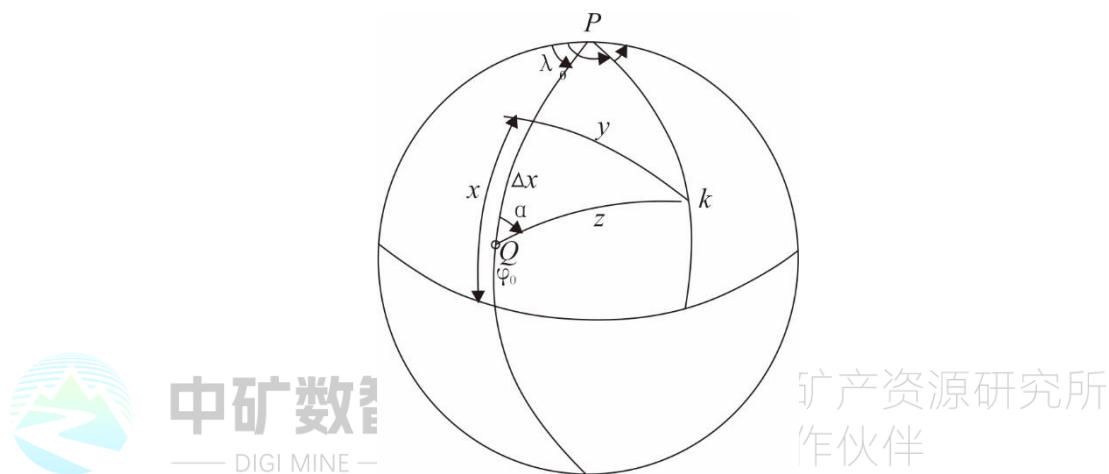


图 5-7 球面上的坐标系

## 2.3 仿射变换

仿射变换是使用最多的一种几何纠正方式。在保留线条平行条件下，仿射变换允许对长方形目标做旋转、平移、倾斜和不均匀缩放。旋转指在 origin 旋转  $x$  和  $y$  轴；平移指把 origin 移到新的位置；倾斜指以一个倾向将形状改变为平行四边形；不均匀缩放指在  $x$  或  $y$  方向同时或单独增大和缩小比例尺。

因为地图的几何变换是以控制点为基础的,所以仿射变换及其操作首先作用于控制点。换言之,即把控制点由在数字化地图的位置(又称输入或估计控制点)变成它的现实世界坐标(又称输出或实际控制点)。在数学上,仿射变换表达为一组线性方程:

$$\begin{cases} x' = Ax + By + C \\ y' = Dx + Ey + F \end{cases}$$

式中,  $x$  和  $y$  为图面坐标;  $x'$  和  $y'$  为现实世界坐标;  $A$ 、 $B$ 、 $C$ ...  $D$ 、 $E$  和  $F$  为转换系数。这 6 个系数可以由控制点的数字化位置和它的现实世界坐标进行估算。至少 3 个控制点用于估算方能有效, 但通常用 4 个或更多控制点来减少测量误差。类似于回归分析, 在采用 4 个或更多的控制点时, 最小二乘法用来估算变换系数。

导出变换系数的一种方法是运行两个多元回归分析: 第一是对  $x$  和  $y$  回归  $X$ , 第二是对  $x$  和  $y$  回归  $Y$ 。

令误差方程为

$$\begin{cases} Q_x = X - (Ax + By + C) \\ Q_y = Y - (Dx + Ey + F) \end{cases}$$

式中,  $X$ 、 $Y$  为已知的理论坐标。

由  $Q_x^2$  最小和  $Q_y^2$  最小的条件可得到两组法方程:

$$\begin{cases} A \sum x + B \sum y + C_n = \sum X \\ A \sum x^2 + B \sum xy + C \sum x = \sum xX \\ A \sum xy + B \sum y^2 + C \sum y = \sum yX \end{cases} \quad \begin{cases} D \sum x + E \sum y + F_n = \sum Y \\ D \sum x^2 + E \sum xy + F \sum x = \sum xY \\ D \sum xy + E \sum y^2 + F \sum y = \sum yY \end{cases}$$

式中,  $n$  为控制点个数;  $x$ 、 $y$  为控制点坐标;  $X$ 、 $Y$  为控制点的理论值;  $A$ 、 $B$ 、 $C$ 、 $D$ 、 $E$  和  $F$  为待定系数。通过上述方程就可求得仿射变换的待定系数。

另一种估算变换系数的方法是用以下矩阵方程:

$$\begin{bmatrix} C & F \\ A & D \\ B & E \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} n & \sum x & \sum y \\ \sum x & \sum x^2 & \sum xy \\ \sum y & \sum xy & \sum y^2 \end{bmatrix}^{-1} \cdot \begin{bmatrix} \sum X & \sum Y \\ \sum xX & \sum xY \\ \sum yX & \sum yY \end{bmatrix}$$

式中,  $n$  为控制点数目; 所有其他符号的含义与前面相同。由该矩阵方程导出的变换系数与回归分析结果相同。

## 2.4 地图投影变换

当系统所使用的数据是来自不同地图投影的图幅时, 需要将一种投影的几何

数据转换成所需投影的几何数据，这就需要进行地图投影变换。

地图投影变换的实质是建立两平面场之间点的一一对应关系。假定原图点的坐标为  $x, y$ （称为旧坐标），新图点的坐标为  $X, Y$ （称为新坐标），则由旧坐标变换为新坐标的基本方程式为

$$\begin{cases} X = f_1(x, y) \\ Y = f_2(x, y) \end{cases}$$

实现由一种地图投影点的坐标变换为另一种地图投影点的坐标就是要找出上述关系式，其方法通常分为解析变换法、数值变换法和数值解析变换法三类。

### 2.4.1 解析变换法

这类方法是找出两投影间坐标变换的解析计算公式。由于所采用的计算方法不同，又可分为反解变换法和正解变换法。

反解变换法（又称间接变换法）是一种中间过渡的方法，即先解出原地图投影点的地理坐标，对于  $x, y$  的解析关系式，将其代入新图的投影公式中求得其坐标。即



正解变换法（又称直接变换法）是不需要反解出原地图投影点的地理坐标的解析公式，而是直接求出两种投影点的直角坐标关系式。即



### 2.4.2 数值变换法

如果原投影点的坐标解析式不知道，或不易求出两投影之间坐标的直接关系，可以采用多项式逼近的方法，即用数值变换法来建立两投影间的变换关系式。例如，可采用二元三次多项式进行变换。二元三次多项式为

$$\begin{cases} X = a_{00} + a_{10}x + a_{01}y + a_{20}x^2 + a_{11}xy + a_{02}y^2 + a_{30}x^3 + \\ a_{21}x^2y + a_{12}xy^2 + a_{03}y^3 \\ Y = b_{00} + b_{10}x + b_{01}y + b_{20}x^2 + b_{11}xy + b_{02}y^2 + b_{30}x^3 + \\ b_{21}x^2y + b_{12}xy^2 + b_{03}y^3 \end{cases}$$

通过选择 10 个以上的两种投影之间的共同点，并组成最小二乘法的条件式，即

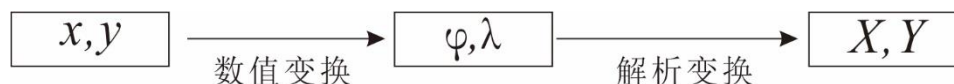
$$\begin{cases} \sum_{i=1}^n (X_i - X'_i)^2 = \min \\ \sum_{i=1}^n (Y_i - Y'_i)^2 = \min \end{cases}$$

式中,  $n$  为点数;  $X_i$ 、 $Y_i$  为新投影的实际变换值;  $X'$ 、 $Y'$  为新投影的理论值。根据求极值原理, 可得到两组线性方程, 即可求得各系数的值。

必须明确, 实际中所碰到的变换, 决定于区域大小、已知点密度、数据精度、所需变换精度及投影间的差异大小, 理论和时间上绝不是二元三次多项式所能概括的。

### 2.4.3 数值解析变换法

当已知新投影的公式, 但不知原投影的公式时, 可先通过数值变换求出原投影点的地理坐标  $cp$ , 入, 然后代入新投影公式中, 求出新投影点的坐标。即



**中矿数智**  
— DIGI MINE —

中国地质科学院矿产资源研究所  
战略合作伙伴

### 第三节 拓扑关系的生成

拓扑空间关系是一种对空间结构进行明确定义的数学方法,具有拓扑关系的矢量数据结构就是拓扑数据结构。矢量数据拓扑关系在空间数据的查询和分析过程中非常重要,拓扑数据结构是地理信息系统分析和应用功能所必需的,它描述了基本空间目标点、线、面之间的关联、邻接和包含关系。拓扑空间关系信息是空间分析辅助决策等的基础,也是 GIS 区别于 CAD(计算机辅助设计)等的主要标志。对于拓扑关系的自动建立问题,研究的焦点是如何提高算法与过程的效率和自动化程度,本节将讲述其实现的基本步骤和要点。

拓扑关系自动生成算法的一般过程为:

- (1) 弧段处理,使整幅图形中的所有弧段,除在端点处相交外,没有其他交点,即没有相交或自相交的弧段。
- (2) 结点匹配建立结点弧段关系。
- (3) 建立多边形,以左转算法或右转算法跟踪,生成多边形,建立多边形与弧段的拓扑关系。
- (4) 建立多边形与多边形的拓扑关系。调整弧段的左右多边形标识号。多边形内部标识号的自动生成。

事实上,拓扑关系的生成过程中还涉及到许多工作,例如弧段两端角度的计算、悬挂结点和悬线的标识、多边形面积计算、点在多边形内外的判别等。

#### 3.1 基本数据结构

##### 1. 拓扑结点

结点用来描述如管线的交点道路路口等现实世界的特征对象,结点可以用来检测弧段与弧段的连接关系和多边形特征是否能正确地完成。只与一条弧段相连接的起点或终点叫做悬挂结点,如图 5-8 所示的 P 点就是悬挂结点。

结点一般包括结点号、结点坐标、与该结点链接的弧段集合。结点的数据结构可以表示为:

```
Class Node
```

```
{
```

```
    Private:
```



```

        Long_ID;                //结点号

        Point * _point;          //指向结点坐标的指针

        Vector<Arc<Point>*> ArcCollection;    //与该结点相链接的弧段集合的
指针

    Public:

        Node(){    };           //构造函数

        ~Node(){    };          //析构函数

        Other Method...;        //其他公共操作

    }

```

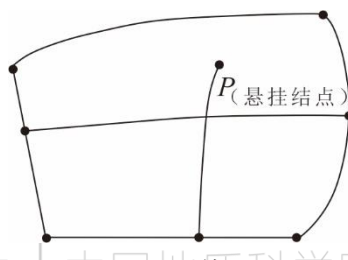


图 5-8 悬挂结点



中矿数智  
DIGI MINE

中国科学院矿产资源研究所  
战略合作伙伴

## 2. 拓扑弧段及表示

拓扑弧段指处于两个结点之间的点序列串，可以给弧段定义一个方向，或者定义为数字化弧段时从一个结点到另一个结点的采点方向，或者硬性定义一个方向。定义方向后弧段开始的结点就称为起始结点，弧段结束的结点就称为结束结点，由起始结点到终止结点的方向称为“起终方向”，由终止结点到起始结点的方向称为“终起方向”。弧段起终方向左侧的多边形称为弧段的左多边形，弧段起终方向右侧的多边形称为弧段的右多边形。如果弧段的起始结点或终止结点只与一条弧段相关联，则该弧段称为悬挂弧段，如图 5-9 所示的弧段 L 为悬挂弧段。一般可以通过标识悬挂弧段来检测原始矢量数据的质量。

弧段一般包括弧段号、弧段节点坐标串、弧段起始和终止结点、弧段左右多边形。弧段的数据结构可以表示如下：



图 5-9 悬挂弧段

Class Arc

{

Private:

Long_ID;	//弧段号
Vector<Point> _points;	//弧段结点坐标的指针
Node *_start;	//起始结点指针
Node *_end;	//终止结点指针
Polygon *_LeftPolygon;	//弧段左多边形的指针
Polygon *_RigthPolygon;	//弧段右多边形的指针

Public:

Arc(){ };	//构造函数
~Arc(){ };	//析构函数
Other Method...;	//其他公共操作

}

### 3. 拓扑面及表示

拓扑面是由一条或若干条弧段首尾相连接而成的边线所包含的区域，内部包含有其他拓扑面的拓扑面一般称为复杂面，被包含的拓扑面称为岛，没有岛的拓扑面称为简单面，如图 5-10 所示。对于拓扑面也可以定义正反方向，一般定义为：当沿拓扑面的边界前进时，被弧段所包围的面域始终处于弧段的右侧时的方向就是正方向；反之，则是反方向。如图 5-11 所示，箭头所指向的方向就是正方向，可以看出对于拓扑面的外边界，顺时针方向是正方向，而对于内边界逆时针方向就是正方向。

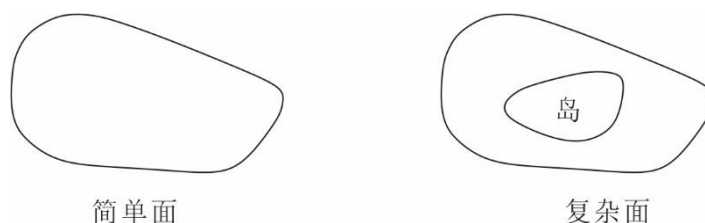


图 5-10 拓扑面

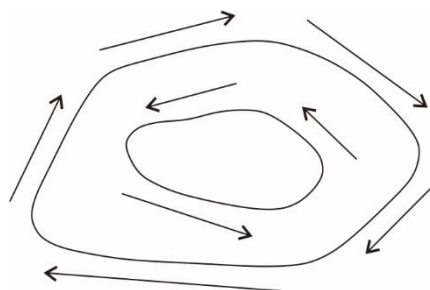


图 5-11 拓扑面的方向

多边形一般包括多边形号、中心点坐标、多边形属性数据、多边形的组成弧段号、多边形岛的信息。考虑到组成弧段的方向和多边形顶点序列的方向存在可能的不一致性以及效率问题,可以改为记录组成多边形的弧段指针和方向性信息,即弧段方向与多边形的方向是否一致。对于岛的信息则通过将构成多边形的边线分块来处理的方式体现,比如多边形包含岛屿,则可以使多边形的外边界成为多边形的第一部分,岛屿作为多边形的第二、三、四等部分的方式加以解决。多边形的数据结构可以表示如下:

```

Class polygon
{
    Public:
        Class Part
        {
            Private:
                Typedef pair<Arc<Point> *, bool> ArcElement;
                Vector<ArcElement> _Arcs;
            Public:
                Part(){ };
        };
};
  
```

```
~Part(){    };
OtherMethod(){    };
}
Private:
    Long _polygonID;
    Point _CenterPoint;
    Vector<Part *> _parts;
Public:
Polygon(){    };
~Polygon(){    };
OtherMethod(){    };
OtherProperty(){    };
}
```

4.拓扑结点、弧段和面之间的关系

拓扑关系生成后，拓扑结点、拓扑弧段和拓扑面之间的关系见表 5-3 至表 5-

6。

表 5-3 弧段-结点关系表

弧段号	结点号
A <sub>0</sub>	N <sub>00</sub> N <sub>10</sub>
A <sub>1</sub>	N <sub>10</sub> N <sub>11</sub>
...	...
A <sub>n</sub>	N <sub>n0</sub> N <sub>n1</sub>

表 5-4 结点-弧段关系表

结点号	弧段号
N <sub>i</sub>	A <sub>i</sub> A <sub>j</sub> A <sub>k</sub> ...
...	...

表 5-5 弧段-多边形关系表

弧段号	左多边形号	右多边形号
A <sub>0</sub>	P <sub>L0</sub>	P <sub>R0</sub>
A <sub>1</sub>	P <sub>L1</sub>	P <sub>R1</sub>
...	...	...
A <sub>n</sub>	P <sub>Ln</sub>	P <sub>Rn</sub>

表 5-6 多边形-弧段关系表

多边形号	弧段号
$P_i$	$A_iA_jA_k\dots$
...	...

### 3.2 弧段的预处理

拓扑关系自动建立的第一步就是处理弧段,使得弧段不存在自相交和相交现象。本小节主要解决弧段的处理问题。

#### 1. 直线段相交的判断方法

直线相交的判定方法有很多种,这里介绍较快的一种算法。

设直线  $L$  过点  $P_0(x_0, y_0)$ 和点  $P_1(x_1, y_1)$ , 则直线  $L$  的方程可以表示为:

$$\frac{y-y_0}{y_1-y_0} = \frac{x-x_0}{x_1-x_0} = t, \text{ 将直线方程化为参数方程有 } y = y_0 + (y_1 - y_0)t,$$

$$x = x_0 + (x_1 - x_0)t \text{ 其中 } t \in [0,1]。$$

设有两条直线  $L_1$  和  $L_2$ , 它们的参数方程分别为

$$\begin{aligned} y &= y_0 + (y_1 - y_0)t, x = x_0 + (x_1 - x_0)t \\ y' &= y'_0 + (y'_1 - y'_0)v, x' = x'_0 + (x'_1 - x'_0)v \end{aligned}$$

判断两条线有无交点的关键变为判断  $t$  和  $v$  是否符合不等式  $0 \leq t \leq 1$  且  $0 \leq v \leq 1$ 。

令:

$$dx = x_1 - x_0, dy = y_1 - y_0$$

$$dx' = x'_1 - x'_0, dy' = y'_1 - y'_0$$

$$c_x = x'_0 - x_0, c_y = y'_0 - y_0$$

$$\text{有 } t = \frac{c_x dy' - c_y dx'}{dx' dy' - dy' dx'}, \quad t = \frac{c_x dy - c_y dx}{dx dy' - dy dx'}$$

如果  $dx \cdot dy' - dy \cdot dx' = 0$ , 说明两线段平行或者重合, 没有交点, 或者交点在两线段的头或尾上; 否则如果不满足不等式  $0 \leq t \leq 1$  且  $0 \leq v \leq 1$ , 两线段有交点, 交点在两线段的中间。

#### 2. 自相交弧段处理

具有自相交特征的弧段至少具有 4 个（结）节点，由 3 个点或 2 个点组成的弧段不可能自相交。依次取出每一条弧段，如果弧段的（结）节点个数不少于 4 个，就利用直线段相交的方法，对组成弧段的各直线段进行判断，如果相交，将线段断开为两条，自相交的弧段可能不止有一处相交，可以通过递归的方法将弧段分开，算法如下：

### 3. 弧段相交打断处理

弧段与弧段相交关系的判断，可以通过取每一条弧段与其他未判断过的所有弧段目标进行相交关系判断而得，从而要进行  $(n-1)+(n-2)+\dots+3+2+1 = n(n-1)/2$  次判断，具体方法为：取出第一条弧段，与其他  $n-1$  条弧段进行相交判断，求得交点后，将交点分别插入第一条弧段和与其相交弧段的对应位置上，并记录位置。将第一条弧段与所有其他弧段的相交关系判断完毕后，通过记录下的交点位置将第一条弧段分割，然后依次取出下一条弧段进行同样的处理，直到所有弧段处理完毕。

由于 GIS 的数据量大，造成了判断的工作量大、效率低下的弊端，在判断两条弧段的关系时，应尽可能地减少计算量。减少计算量的工作可以分两步来做，首先是判断两条弧段的最小矩形壁包（minimum bounding rectangle, MBR）是否相交或具有包含关系，如果不相交或没有包含关系，那么可以断定两条弧段是互不相交的；如果相交或具有包含关系，则进一步判断第一条弧段的每一条组成线段是否和第二条弧段的 MBR 相交或被包含，如果不相交或没有被包含则可以判断这一部分线段不会和第二条弧段相交，否则可以使用这一条线段与组成第二条弧段的各个线段进行相交关系的判定来确定交点。

## 3.3 节点匹配算法

处理完弧段以后，就可以进行结点匹配了。结点匹配就是把一定容差范围内的弧段的结点合并成为一个结点，其坐标值可以是取多个结点的平均值，或者选中一个结点作为所有结点的坐标区中心的坐标，如图 5-12 所示。

每条弧段对应着两个结点，每个结点在合并前对应着一条弧段，在合并结点的过程中，需要将结点对应的弧段也合并在一起。具体的思路是将所有的结点加入结点集合，从结点集合中取出一个结点作为中心点，从余下的结点中找出容差范围内的其他结点，将这些结点所对应的弧段加入中心结点的弧段集合中，同时



将弧段的对应的结点变为中心结点，并修改弧段的相应坐标。算法如下：



图 5-12 结点匹配

### 3.4 建立拓扑关系

1. 计算结点关联弧段的方位角，并按由小到大排序

每个结点都关联有若干条弧段，结点或者为弧段的头结点或者为弧段的尾结点，设结点为  $N$ ，则弧段的方位角定义为：结点  $N$  与弧段上与其最接近结点  $V$  的连线与  $x$  轴的正向夹角，如图 5-13 所示。

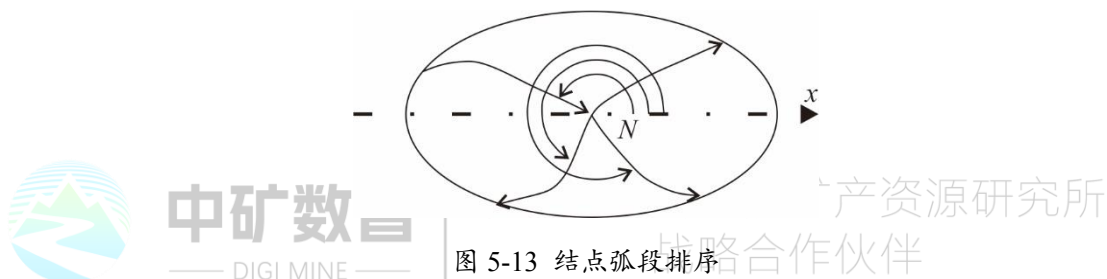


图 5-13 结点弧段排序

设结点  $N$  的坐标为  $(x_0, y_0)$ ，节点  $V$  的坐标为  $(x_1, y_1)$ ，则有： $dx = x_1 - x_0$ ， $dy = y_1 - y_0$ ，那么有：

当  $dx = 0$  时，

$$a = \begin{cases} \pi/2, & dy > 0 \\ 3\pi/2, & dy < 0 \end{cases}$$

当  $dx \neq 0$  时，

$$a = \begin{cases} \arctan |dy/dx|, & dx > 0, dy \geq 0 \\ \pi - \arctan |dy/dx|, & dx < 0, dy \geq 0 \\ \pi + \arctan |dy/dx|, & dx < 0, dy < 0 \\ 2\pi - \arctan |dy/dx|, & dx \geq 0, dy < 0 \end{cases}$$

计算出结点  $N$  所关联的弧段的方位角后，按角的大小将这些弧排序，形成排序的关联弧段集合。

## 2. 左转算法

左转算法的基本思想是:从组成多边形边界的某一条弧段开始, 如果该弧段的方向角最小或介于同一结点的其他弧段方向角之间, 则逆时针方向寻找最小夹角偏差所对应的弧段为多边形的后续弧段;如果该弧段与 x 轴正向夹角为最大, 则从该弧段的同一结点出发的其他弧段中, 方向角最小的弧段是该多边形的后续弧段。算法描述如下:

(1) 顺序取一个结点作为起始结点, 取完为止; 取过该结点的方位角最小的未使用过的或仅使用过一次, 且使用过的方向与本次相反的弧段作为起始弧段。

(2) 取这条弧段的另一个结点, 找这个结点关联的弧段集合中的本条弧段的下一条弧段, 如果本条弧段是最后一条弧段, 则取弧段集合的第一条弧段, 作为下一条弧段。

(3) 判断是否回到起点, 如果是, 则形成了一个多边形, 记录下它, 并且根据弧段的方向, 设置组成该多边形的左右多边形信息; 否则转(2)。

(4) 取起始点上开始的, 刚才所形成多边形的最后一条边作为新的起始弧段, 转(2); 若这条弧段已经使用过两次, 即形成了两个多边形, 转(1)。

在构建多边形时要注意悬挂结点和悬挂线的标识, 一般可以采用栈的形式处理。

图 5-14 解释了多边形的创建过程:

(1) 从  $N_i$  结点开始, 选择具有最小方位角的弧段  $N_1N_2$  作为起始弧段; 转入  $N_2$  点, 根据左转算法选择  $N_2N_5$  弧段, 转入  $N_5$  结点选择  $N_5N_1$  弧段, 形成多边形  $A_1$ , 设置组成多边形  $A_1$  的弧段的左右多边形信息。

(2)  $A_1$  的结束弧段为  $N_5N_1$ , 选  $N_1$  作为起始点,  $N_1N_5$  作为起始弧段, 根据左转算法, 形成多边形  $A_2$ , 设置左右多边形信息。

(3)  $A_2$  的结束弧段为  $N_4N_1$ , 选  $N_1$  作为起始点,  $N_1N_4$  作为起始弧段, 根据左转算法, 形成多边形  $A_3$ , 这个多边形的方向是逆时针方向, 对于逆时针方向的多边形, 不设置左右多边形信息。

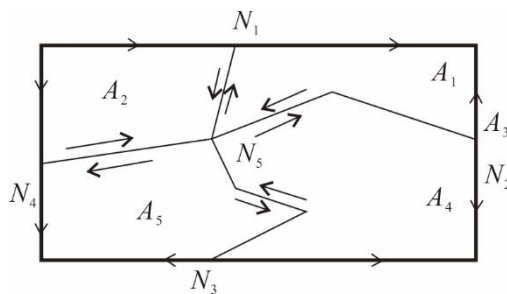


图 5-14 左转算法

(4)  $A_3$  的结束弧段为  $N_2N_1$ ， $N_1N_2$  已经被使用过两次，所以选取下一个结点  $N_2$  作为起始结点。从  $N_2$  结点开始，具有最小方位角的弧段是  $N_2N_1$ ；但  $N_2N_1$  已经被使用两次，不选；继续选取下一条弧段  $N_2N_5$ ；然而上一次该弧段的访问方向与本次相同，所以也不选；继续选取下一条弧段  $N_2N_3$  作为起始弧段，形成多边形  $A_4$ 。

(5) 依照此规则形成多边形  $A_5$ ，即完成了图 5-14 的拓扑构建，共可形成  $A_1$ 、 $A_2$ 、 $A_3$ 、 $A_4$ 、 $A_5$  五个多边形。

### 3. 岛的判断

岛的判断是指找出多边形互相包含的情况，即寻找复杂多边形。找到岛后才可以完成多边形的拓扑关系的建立。

根据左转算法，由单条弧段或多条弧段顺序构成的且不与其他多边形相交的多边形即单多边形会被追踪两次，形成两个多边形，一个多边形节点方向是顺时针的，另一个多边形的节点方向是逆时针的，如果一个多边形包含另一个多边形，则必然是顺时针多边形包含逆时针多边形，如图 5-15 所示。

基于此岛的判断决定于多边形节点的顺序问题，多边形节点的顺序问题可以通过计算多边形的面积加以解决。任意多边形的面积可以通过积分来解决，设多边形的节点坐标串为  $(x_1, y_1)$ ， $(x_2, y_2)$ ， $\dots$ ， $(x_n, y_n)$ ，那么多边形的面积可以表示为

$$\int_a^b f(x)dx = \frac{1}{2}(y_1 + y_2)\Delta x + \frac{1}{2}(y_2 + y_3)\Delta x + \dots + \frac{1}{2}(y_{n-1} + y_n)\Delta x.$$

式中， $\Delta x = x_{i+1} - x_i$ 。所以多边形的面积可以表示为

$$A_{\text{polygon}} = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n (y_{i+1} + y_i)(x_{i+1} - x_i)$$

根据此公式，当多边形由顺时针方向构成时，面积为正；否则，面积为负。据此，得到解决岛的判断问题的算法如下：

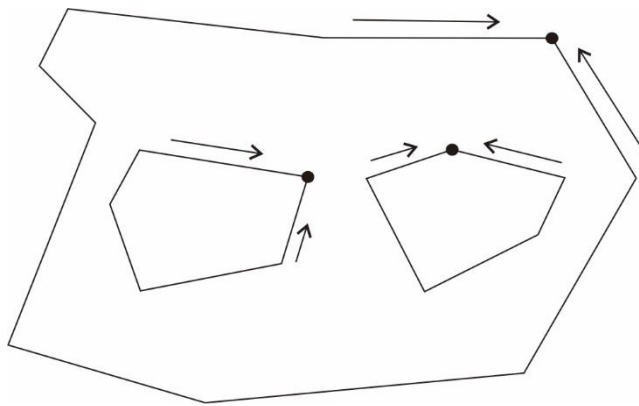


图 5-15 岛的判断

计算所有多边形的面积。

分别对面积为正的多边形和面积为负的多边形排序，分别形成正多边形和负多边形集合。

如果负多边形集合的个数为 1，结束程序；否则，从面积为正的多边形集合中，顺序取出一个多边形，如果正多边形已经都被访问过，则程序结束。

依次从负多边形集合中取出负多边形，判断当前取出的正多边形是否包含该负多边形，如果包含，就将该负多边形加入当前取出的正多边形中，形成复杂多边形，设置负多边形的组成弧段的拓扑信息，并从负多边形集合中删除该负多边形。当所有负多边形都被访问一遍后转(3)。

在上述算法中，判断负多边形是否被正多边形包含是关键，具体的算法为：(1) 判断负多边形面积的绝对值是否小于正多边形的面积，如果不小于，则负多边形必不为正多边形所包含，结束程序；否则执行下一步。

(2) 判断负多边形的最小外接矩形是否和正多边形的最小外接矩形相交或被包含，如果不相交或不被包含，则负多边形必不被正多边形所包含，结束程序；否则执行下一步。

(3) 依次取负多边形上的点，判断点是否在正多边形中，如果所有点都在正多边形中则负多边形被正多边形所包含，否则，负多边形不被正多边形所包含。

## 第四节 空间分析

### 4.1 空间数据内插算法概述

空间数据内插可以分为几何方法、统计方法、空间统计方法、函数方法、随机模拟方法、物理模型模拟方法和综合方法。每一种方法均有其适用范围、算法和优缺点,因此,没有绝对最优的空间内插方法,必须对数据进行空间探索分析,根据数据的特点,选择最优方法;同时,应对内插结果进行严格的检验。

根据已知地理空间的特性探索未知地理空间的特性是许多地理研究的第一步,也是地理学的基本问题。常规方法无法对空间中所有点进行观测,但是我们可以获得一定数量的空间样本。这些样本反映了空间分布的全部或部分特征,并可以据此预测未知地理空间的特征。在这一意义上,空间数据内插可以被定义为根据已知的空间数据估计(预测)未知空间的数据值。其目标可以归纳为:  
○ 缺值估计。估计某一点缺失的观测数据,以提高数据密度。  
@ 内插等值线。以等值线的形式直观地显示数据的空间分布。  
@ 数据网格化。把无规则分布的空间数据内插为规则分布的空间数据集,如规则矩形格网、三角网等。

空间数据内插的分类有多种依据,如 ○ 确定或随机; @ 点与面; @ 全局或局部等标准分类; @ 内插方法的基本假设和数学本质。下面依据内插方法的基本假设和数学本质进行分类说明。

#### 1. 几何方法

几何方法是最简单的空间内插方法。几何方法基于“地理学第一定律”的基本假设,即邻近的区域比距离远的区域更相似。几何方法的优点是计算开销少,具有普适性,不需要根据数据的特点对方法加以调整。当样本数据的密度足够大时,几何方法一般能达到满意的精度。几何方法的最大问题是无法对误差进行理论估计。最常用的几何方法有泰森多边形(最近距离法)和反距离加权方法。

#### 2. 统计方法

统计方法的基本假设是一系列空间数据相互相关,预测值的趋势和周期是与它相关的其他变量的函数。统计方法的优点是计算开销不大,有一定的理论基础,能够对误差作出整体上的估计。但是,其前提是一定要有好的采样设计。如果采样过程不能反映出表面变化的重要因素,如周期性和趋势,则内插一定不能取好

的效果。常用的统计方法有趋势面法和多元回归法。

### 3. 空间统计方法

空间统计又称地质统计学，于 20 世纪 50 年代初开始形成，60 年代在法国统计学家 Matheron 的大量理论研究工作基础上逐渐趋千成熟。其基本假设是建立在空间相关的先验模型之上的。假定空间随机变量具有二阶平稳性，或者是服从空间统计的本征假设。则它具有这样的性质：距离较近的采样点比距离远的采样点更相似，相似的程度或空间协方差的大小，是通过点对的平均方差度量的。点对差异的方差大小只与采样点间的距离有关，而与它们的绝对位置无关。空间统计内插的最大优点是以空间统计学作为其坚实的理论基础，可以克服内插中误差难以分析的问题，能够对误差作出逐点的理论估计；它也不会产生回归分析的边界效应。其缺点是复杂，计算量大，尤其是变异函数是几个标准变异函数模型的组合时，计算量很大；另一个缺点是变异函数需

### 4. 函数方法

函数方法是使用函数逼近曲面的一种方法。函数方法在空间内插领域大多用于一些特殊场合，如利用高密度的高程数据产生等高线、为提高格网数据的空间分辨率而内插数据等。对千利用有限的观测数据进行缺值预测和内插格网，函数方法多不适合，因为它难以满足内插的精度，也难以估计误差。函数方法的特点是不需要对空间结构的预先估计，不需要做统计假设。其缺点是难以对误差进行估计，点稀时效果不好。常用的函数方法有：傅里叶级数、样条函数、双线性内插、立方卷积法等。

### 5. 随机模拟方法

随机模拟方法的基本假设与空间统计方法不同，随机模拟认为地理空间具有非平稳性，是空间异质的。它通过空间分布现象的可选的、等概的、数值表达（地图）来对空间不确定性建模。对应不确定性，可以接受可选的多个答案。与空间统计方法不同，随机模拟方法不是产生唯一的估计结果，它产生一系列可选的结果，它们都与实际数据一致，而且相关模型将它们联系起来。随机模拟方法的最大优点是定义了各种随机变星之间的空间相关，这类相关可以根据相邻数据把高度不确定性的先验分布更新为低不确定性的后验分布。其缺点是建模困难，计算量大。常用的随机模拟方法有高斯过程、马尔科夫过程、蒙特卡罗方法、人



工神经网络方法等。

## 6. 确定性模拟

确定性模拟的基本假设是变量的空间分布受物理定律控制。因此,可以使用物理模型或半经验、半物理的模型模拟空间分布。对于这一类内插,往往是使用有限的观测值获得一些必需的经验参数,再把这些参数代入到物理模型之中。典型的例子是,GCM 是一个纯物理模型,但它的参数化使用了经验方法。在山区气候变量的内插过程中,也大量使用这种方法。确定性模拟的最大优点即它的确定性,它不依赖或很少依赖观测样本。但空间现象是否可以被确定性地预测以及我们是否可以持这一乐观的信念十分值得怀疑。

## 7. 综合方法

综合方法是以上几种方法的综合。对于空间变量,一般能够用不同的方法分别对结构化变量、随机变量和观测误差(残差)建模。综合方法还适宜于能够得到辅助性数据,如遥感数据的场合。通过从辅助性数据中提取空间模式,在合理的数据结构,如四叉树的支持下,划分空间同质的区域,从而逼近最佳的预测值。

## 4.2 反距离权重插值算法

反距离权重插值方法是一种局部插值方法,它假设未知值的点受较近控制点的影响比较远控制点的影响更大。这种方法通常用在计算机辅助制图方面。影响的程度(或权重)用点之间距离乘方的倒数表示。乘方为 1.0 意味着点之间数值变化率为恒定,该方法称为线性插值法。乘方为 2.0 或更高则意味着越靠近已知点,数值的变化率越大,远离已知点趋于平稳。反距离权重方法的通用方程是

$$z_0 = \frac{\sum_{i=1}^s z_i \frac{1}{d_i^K}}{\sum_{i=1}^s \frac{1}{d_i^K}}$$

式中, $z_0$  为点 0 的估计值; $z_i$  为控制点  $i$  的  $z$  值; $d_i$  为控制点  $i$  与点 0 间的距离; $s$  为在估算中用到的控制点的数; $K$  为指定的幂。

### 4.3 克里金法

克里金法(Kriging)是一种用于空间插值的地理统计方法。克里金法的原理是假设某种属性的空间变化(如一个矿体内品位的变化)既不是完全随机也不是完全确定。反之,空间变化可能包括三种影响因素:空间相关因素,代表区域变量的变化;偏移或结构,代表趋势;还有随机误差。偏移出现与否和对区域变量的解释导致了用于空间插值的不同克里金法的出现。

#### 1. 普通克里金法

假设不存在偏移,普通克里金法关注于空间相关因素。衡量所选已知点之间空间相关程度的测度是半方差,由下式计算:

$$\gamma(h) = \frac{1}{2n} \sum_{i=1}^n (z(x_i) - z(x_i + h))^2$$

式中,  $h$  为已知点之间的距离,常用于作为滞后系数; $n$  为被  $h$  分开的成对样本点的数量; $z$  为属性值。半方差随着  $h$  的增大而增大。

在不同距离的半方差值算出后,它们被绘成半方差图, $y$  轴代表偏差, $x$  轴代表已知点之间的距离(图 5-16 的半方差图显示沿  $y$  轴的半方差和沿  $x$  轴的距离。)半方差可分成三部分:熔核、值域和基台。熔核是在距离为 0 处的半方差,代表无关的空间噪音。值域是半方差的空间相关部分,它显示半方差随着距离递增。超过值域范围,半方差趋平于相对恒定值。达到恒定的半方差称为基台。

半方差图将半方差与距离关联起来。它可单独用作空间相关的测度,与空间自相关相似。但在克里金法中用作插值器,半方差图必须与数学函数或模型拟合,如高斯、线性、球面、圆形和指数模型(图 5-17)。拟合的半方差图便可用于估算任何给定距离的半方差。

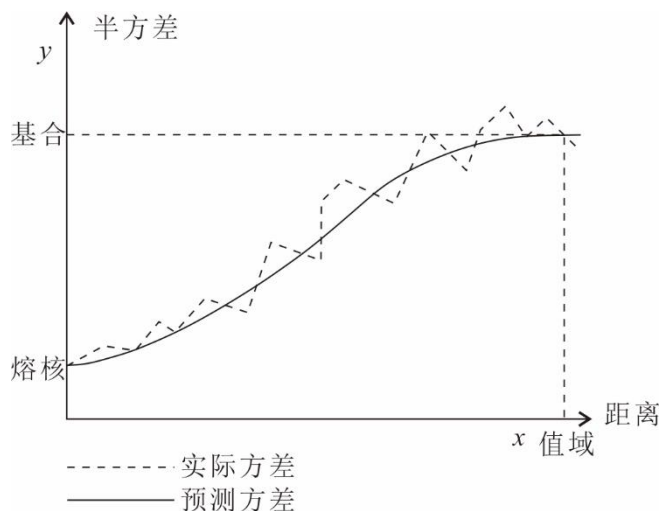


图 5-16 半方差图显示沿 y 轴的半方差和沿 x 轴的距离



图 5-17 五种拟合半方差图的数学模型:高斯、线性、球形、圆形、指数

普通克里金法在空间插值中直接使用拟合半方差图。估算某点的  $z$  值的通用方程是：

$$z_0 = \sum_{i=1}^s z_x W_x$$

式中， $z_0$  为估计值； $z_x$  为已知点的值； $W_x$  为与每个已知点关联的权重； $s$  为用于估算的已知点的数目。权重可由对一组联立方程的求解得到。例如，下列联立方程是由 3 个已知点估算 1 个未知点的值所必需的

$$W_1\gamma(h_{11})+W_2\gamma(h_{12})+W_3\gamma(h_{13})+\lambda=\gamma(h_{10})$$

$$W_1\gamma(h_{21})+W_2\gamma(h_{22})+W_3\gamma(h_{23})+\lambda=\gamma(h_{20})$$

$$W_1\gamma(h_{31})+W_2\gamma(h_{32})+W_3\gamma(h_{33})+\lambda=\gamma(h_{30})$$

$$W_1+W_2+W_3+0=1.0$$

式中， $r(h_{ij})$  为已知点  $i$  和  $j$  间的半方差； $r(h_{i0})$  为已知点和未知点之间的半方差，又是拉格朗日系数，它的加入是为了确保把估算误差降到最小。上面的方程

可改写成矩阵形式

$$\begin{bmatrix} \gamma(h_{11}) & \gamma(h_{12}) & \gamma(h_{13}) & 1 \\ \gamma(h_{21}) & \gamma(h_{22}) & \gamma(h_{23}) & 1 \\ \gamma(h_{31}) & \gamma(h_{32}) & \gamma(h_{33}) & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} W_1 \\ W_2 \\ W_3 \\ \lambda \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \gamma(h_{10}) \\ \gamma(h_{20}) \\ \gamma(h_{30}) \\ 1 \end{bmatrix}$$

将左边的逆矩阵乘以右边的矩阵,可解得权重矢量。一旦知道了权重,方程便可用于估算  $z_0$ :

$$z_0 = z_1 W_1 + z_2 W_2 + z_3 W_3$$

上例表明,在克里金法中用的权重不仅包括估算点和已知点之间的半方差,而且包括已知点之间的半方差。这与反距离权重插值法不同,后者只用适用于已知点和估算点的权重。克里金法和其他局部方法之间的另一个重要区别是:克里金法对每个估算点产生一个方差测度来衡量估算值的可靠性。上例中,方差可由下式计算:

$$s^2 = W_1 \gamma(h_{10}) + W_2 \gamma(h_{20}) + W_3 \gamma(h_{30}) + \lambda$$

## 2. 通用克里金法

通用克里金法假设除了已知点之间的空间关系外,空间变量在二值上还有偏移或有结构因素。一般地说,通用克里金法具体表现为一个趋势。例如,在克里金过程中的一个趋势面方程。这里列举两种通用克里金法。

(1) 使用一个平面,定义为如下一阶多项式:

$$M = b_1 x_i + b_2 y_i$$

式中,  $M$  为偏移;  $x_i$  和  $y_i$  分别为已知点  $i$  的  $x$  和  $y$  坐标;  $b_1$  和  $b_2$  为要估计的偏移系数。

(2) 用二阶曲面,它被定义为一个二阶多项式:

$$M = b_1 x_i + b_2 y_i + b_3 x_i^2 + b_4 x_i y_i + b_5 y_i^2$$

在多项式方程中的系数  $b_i$  必须按权重估算,这意味着通用克里金法比普通克里金法要求更多的联立方程用于估算未知值。

## 4.4 缓冲区分析算法概述

缓冲区分析(buffer analysis)是地理信息系统中使用非常频繁的一种空间分析,

是对空间特征进行度量的一种重要方法。缓冲区是根据空间数据库中的点、线、面地理实体或规划目标，自动建立其周围一定宽度范围的多边形。

根据地理实体的不同分为：点缓冲区、线缓冲区、面缓冲区和复杂实体缓冲区。点缓冲区，是围绕该点的半径为缓冲距的圆周所包围的区域；线缓冲区，是沿线的两侧距离不超过缓冲距的点组成的区域；面缓冲区，是沿该面边界线内侧或外侧距离不超过缓冲距的点组成的区域；复杂目标的缓冲区，则须经过复杂的计算和判断生成一个复杂多边形或多边形集合。不同类型空间目标的缓冲区如图 10.1 所示。

## 4.5 缓冲区边界算法生成基础

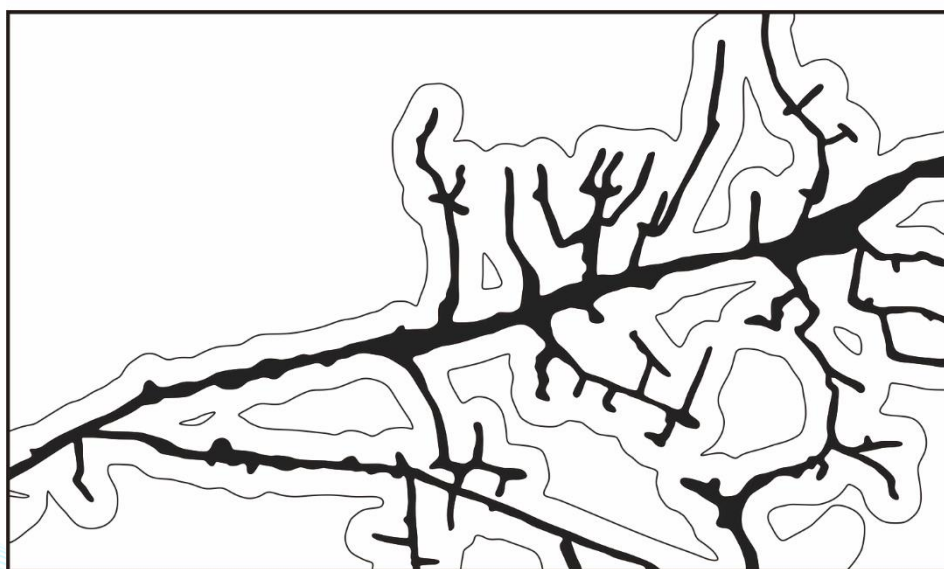
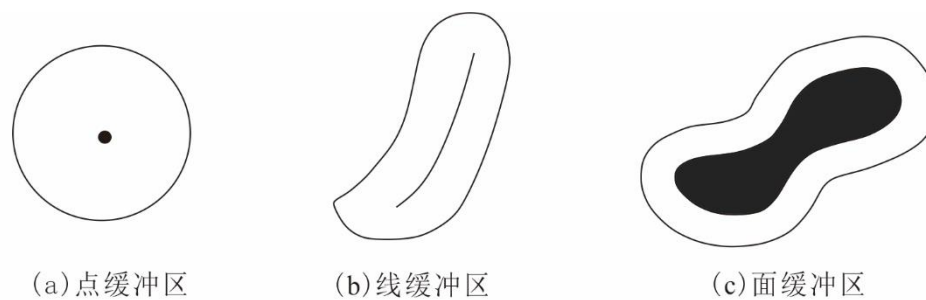
在缓冲区分析中，关键算法是缓冲区边界的生成、边线关系处理和多个缓冲区的合并。点目标的缓冲区生成算法，就是确定以点目标为中心，缓冲距为半径的圆；线目标的缓冲区生成算法，就是将线目标的轴线向两侧沿法线方向平移一个缓冲距，端点用半圆弧连接，所得到的点构成的多边形；面目标的缓冲区生成算法，就是将面目标的边界上的点向外侧沿法线方向平移一个缓冲距，所得到的点构成的多边形。这里，首先引入以下几个概念。

### 1. 轴线的左侧和右侧

以轴线的前进方向为准，前进方向的左侧称为轴线的左侧，前进方向的右侧称为轴线的右侧(图 5-19)。

### 2. 多边形的方向

多边形边界顺时针方向称为正方向，逆时针方向称为负方向。采用计算面积是正或负值的方法判断多边形的方向，计算面积为正的多边形称为正向多边形，计算面积为负值的多边形称为负向多边形(图 5-20)。



(d) 复杂缓冲区

— DIGI MINE —

图 5-18 不同类型空间目的缓冲区

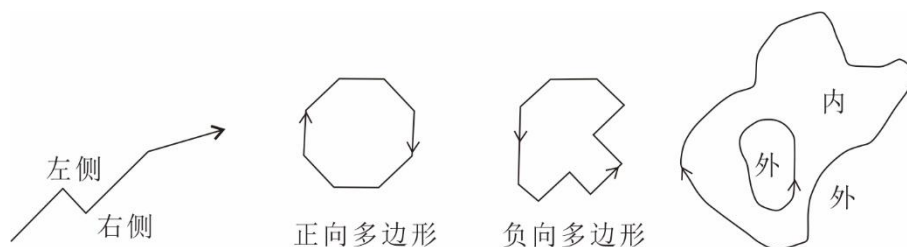


图 5-19 轴线的左侧和右侧

图 5-20 多边形的向图

图 5-21 缓区的外侧和内侧

### 3. 缓冲区的外侧和内侧

缓冲区的外边界是正向多边形，岛边界是负向多边形。以多边形前进方向为准，多边形边界的左侧称为缓冲区的外侧，多边形边界右侧称为缓冲区的内侧(图 5-21)。

### 4. 轴线(边界)转折点的凸凹性

轴线或边界上的相邻三点  $P_{i-1}$ 、 $P_i$ 、 $P_{i+1}$ ，用右手螺旋法则，若拇指向下，则  $P_i$  点左侧为凸，右侧为凹；若拇指向上，则  $P_i$  点左侧为凹，右侧为凸。



## 4.6 缓冲区边界生成算法

点目标的缓冲区是围绕点目标的半径为缓冲距的圆周所包围的区域,点目标缓冲区边界生成算法的关键是确定点目标为中心的圆周。为了便于进一步将多个点缓冲区合并,这里采用步进拟合的思想,即圆弧弥合的方法,它是将圆心角等分,用等长的弦代替圆弧,即用均匀步长的直线段逼近圆弧段(图 5-22)。显然,等分的圆心角越小,步长越小,误差越小;等分的圆心角越大,步长越大,误差越大。

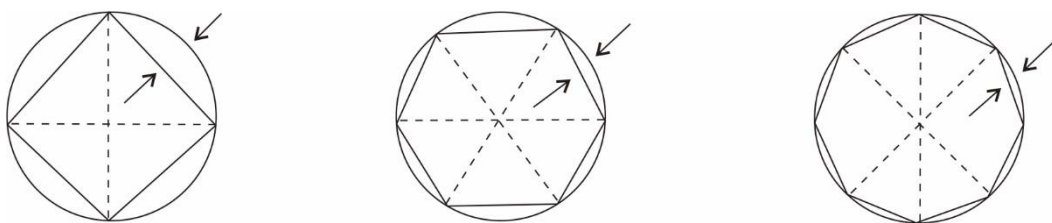


图 5-22 不同步长的圆弧弥合

圆弧弥合的思想从几何的角度比较容易理解。如图 5-23 所示,因为所求缓冲区外边界是正向多边形,故按顺时针方向弥合。已知半径为  $R$ (缓冲距)的圆弧上的一点  $A(a_x, a_y)$ ,求顺时针方向的步长为  $a$  的弥合点  $B(b_x, b_y)$ ,即用弦长  $AB$  代替圆弧  $AB$ 。

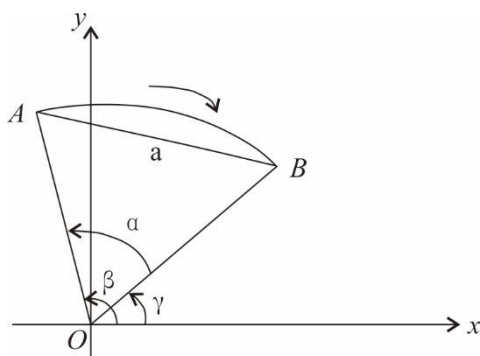


图 5-23 顺时针圆弧弥合

假设  $OA$  的方向角为  $\beta$ ,  $OB$  的方向角为  $r$ , 则  $\gamma = \beta - a$ 。于是有

$$\begin{cases} b_x = R \cos \gamma = a_x \cos \alpha + a_y \sin \alpha \\ b_y = R \sin \gamma = a_y \cos \alpha - a_x \sin \alpha \end{cases}$$

对整个圆周，根据精度要求，给定布点个数  $n$  (圆周上弥合的点数)，并计算步长  $a = [360/n]$ 。从点  $(R, 0)$  开始，通过不断增加步长的倍数 (小于或等于布点个数)，依次求得弥合点，最后强制闭合回到点  $(R, 0)$ 。按弥合顺序连接这些点，就得到点目标的缓冲区边界。

同理，逆时针圆弧弥合的公式为

$$\begin{cases} b_x = a_x \cos \alpha - a_y \sin \alpha \\ b_y = a_x \sin \alpha + a_y \cos \alpha \end{cases}$$



**中矿数智**  
— DIGI MINE —

中国地质科学院矿产资源研究所  
战略合作伙伴

## 第五节 数字地面模型的生成算法

数字地面模型(Digital Terrain Model, DTM)是定义于二维区域上的一个有限项的矢量序列,它以离散分布的平面点来模拟连续分布的地形。按平面上等间距规则采样,或内插所建立的数字地面模型,称为基于规则网格的数字地面模型,可以写成以下形式:  $DTM = \{Z_{i,j}\}, i = 1, 2, 3, L, m-1, m; j = 1, 2, 3, L, n-1, n$

式中,  $Z$  为栅格( $i, j$ )上的地面属性数据,包括土地权属、土壤类型、土地利用等。当该属性为海拔高程时,则该模型即为数字高程模型(Digital Elevation Model, DEM)。下面主要以 DEM 为例介绍数字地面模型的相关算法。

### 5.1 基于离散点的 DEM 规则网格的生成

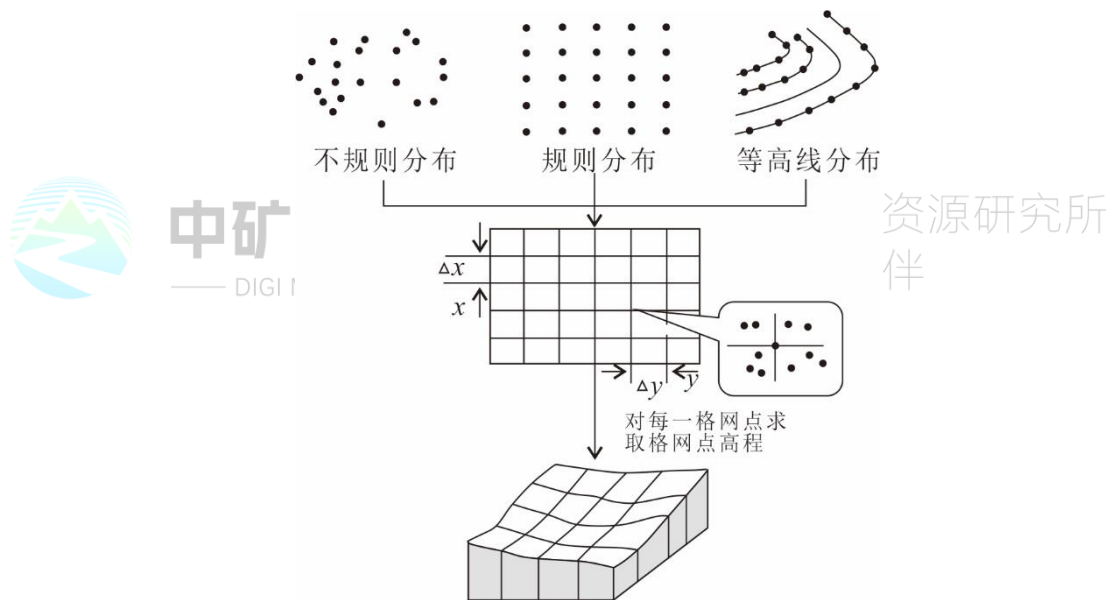


图 5-24 格网 DEM 建立流程

基于规则网格的数字地面模型首先对研究区域在二维平面上进行格网划分(格网大小取决于 DEM 应用目的),形成覆盖整个区域的格网空间结构,然后利用分布在格网点周围的地形采样点内插计算格网点的高程值,最后按一定的格式输出,形成该地区的格网 DEM。图 5-24 表示了格网 DEM 的建立过程。

由图 5-24 中可看出,DEM 建立的关键环节是格网点上值的内插计算。从 DEM 概念提出至今,经过多年的发展和完善,已经提出多种高程内插方法。DEM 内插方法并没有统一的标准,例如从数据分布规律来讲,有基于规则分布数据的内插方法、基于不规则分布的内插方法和适合于等高线数据的内插方法等;按内

插点的分布范围,内插方法分为整体内插、局部内插和逐点内插法;从内插函数与参考点的关系方面,又分为曲面通过所有采样点的纯二维插值方法和曲面不通过参考点的曲面拟合插值方法;从内插曲面的数学性质来讲,有多项式内插、样条内插、最小二乘配置内插等内插函数;从对地形曲面理解的角度,内插方法有克里金法、多层曲面叠加法、加权平均法、分形内插等;表 5-7 对各种分类方法进行了简要的总结和归纳。DEM 内插的根本是对地形曲面特征的认识和理解,具体到方法上,则是内插点邻域范围的确定、权值确定方法(自相关程度)、内插函数的选择等方面的问题。

表 5-7 DEM 内插分类方法

DEM 内插	数据分布	规则分布内插方法	
		不规则分布内插方法	
		等高线数据内插方法	
	内插范围	整体内插方法	
		局部内插方法	
		逐点内插方法	
	内插曲面与参考点关系	纯二维内插方法	
		曲面拟合内插方法	
	内插函数性质	线性插值	
		多项式内插方法	双线性插值
			高次多项式插值
		样条内插方法	
		有限元内插方法	
		最小二乘配置内插方法	
	地形特征理解	克里金内插方法	
		多层曲面叠加内插方法	
		加权平均值内插方法	
		分形内插方法	

## 5.2 基于不规则三角网的 DEM 生成

基于不规则三角网的数字高程模型(Based on Triangulated Irregular Network DEM, 简称为 Based on TIN DEM, 俗称 TIN)就是用一系列互不交叉、互不重叠的连接在一起的三角形来表示地形表面。TIN 是 DEM 的又一个主要数据模型, TIN 的特点在其字面意思中表露无遗(图 5-25)。

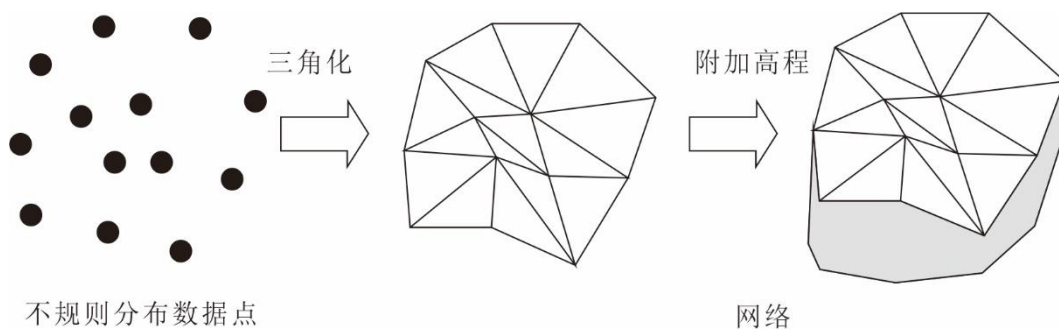


图 5-25 TIN 的生成

## 5.3 DEM 数据结构的相互转换

### 1. TIN 至 Grid 的转换

由 TIN 向 Grid 的转换，实际上是基于 TIN 的内插计算问题，具体参见本书第 8 章空间数据内插。

### 2. Grid 至 TIN 的转换

实质上，Grid 至 TIN 的转换过程是一种特殊的散点三角化过程。也可看成是 DEM 数据压缩、DEM 数据简化或基于 DEM 数据的综合过程。本质上，Grid to TIN 的转换是非常简单的，只要按一定规则将格网对角线相连即可形成相当精细的 TIN。但这样不能体现出 TIN 的优势，即用较少的点最大限度地模拟地形表面。因此，格网 DEM 向 TIN 的转换的核心问题是从大量的格网点中筛选出能够表达地形特征的点集，如山顶点、山脊线点、山谷线点、鞍部点等，然后再对这些点进行三角剖分形成 TIN。上述过程涉及两个问题：①选点原则，即采用什么样的标准选择格网点；②终止条件，停止格网点判断的条件。

目前实现格网 DEM 到 TIN 转换的代表性算法有基于对格网点重要性进行标识的重要点法(Very Important Point, VIP)、保留特征点法和基于最大 z 容差法(Maximum z Tolerance)的启发丢弃法、逐点精细算法等。表 5-8 是格网 DEM 转化 TIN 的算法分类。

表 5-8 Grid 至 TIN 的转化算法分类

DEM to TIN	格网点重要程度	VIP 法
		保留特征点法
	最大 z 容差法	启发丢弃算法
		逐点精细算法

不同结构之间的 DEM 可通过一定的算法实现相互转换。如图 12.3 所示，主

要形式有 TIN 至 Grid、TIN 至 Contour、Grid 至 TIN、Grid 至 Contour、Contour 至 TIN、Contour 至 Grid 等。

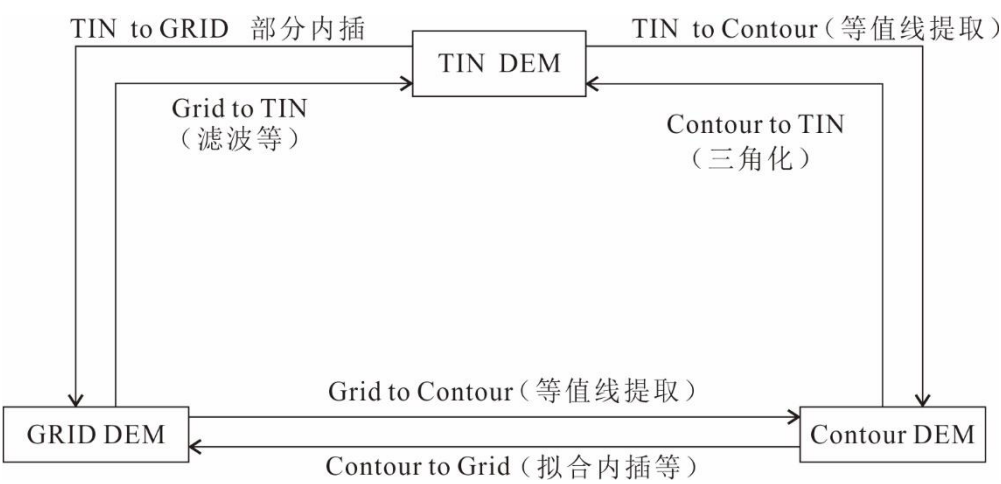


图 5-26 DEM 结构的相互转换

### 3. Grid 至等高线的转换

#### 1) 等值点内插及其定位

设规则格网 DEM 是由  $m \times n$  个网格数据点组成，沿  $X$  方向单位网格边长为  $CN_1$ ，沿  $Y$  方向单位网格边长为  $CN_2$ ，沿  $X$  方向的分割记为  $j = 1, 2, \dots, n$ ；沿  $Y$  方向的分割记为  $i = 1, 2, \dots, m$ ，于是可用  $BB_{ij}$  表示任一网格点的数据。由上可计算得任意网格点的坐标：

$$\begin{cases} x_{i,j} = j \cdot CN_1 \\ y_{i,j} = i \cdot CN_2 \end{cases}$$

对于  $m \times n$  个网格点组成的 DEM 区域，纵边数为  $(m - 1) \cdot n$ ，横边数为  $(n - 1) \cdot m$ 。对于位于任一边上的等值点位置，可表示为

$HH_{i,j} (i = 1, 2, \dots, m - 1; j = 1, 2, \dots, n)$  表示位于纵边上的等值点；

$SS_{i,j} (i = 1, 2, \dots, m; j = 1, 2, \dots, n - 1)$  表示位于横边上的等值点。

为了计算等值点在网格边上的位置，首先要确定等值线与网格边相交的条件。设等值线高程值为  $W$ ，显然，边上存在等值点的条件是  $W$  值处于相邻网格点数值之间。因此，可以用下式来判断格网边上是否存在等高线点：



当 $(BB_{i,j} - W) \cdot (BB_{i,j+1} - W) < 0$ 时，横边上存在等值点；

当 $(BB_{i,j} - W) \cdot (BB_{i+1,j} - W) < 0$ 时，纵边上存在等值点。

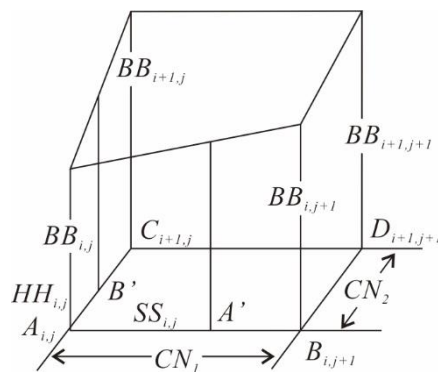


图 5-27 等值点内插及其定位

如果上式成立，即可采用线性内插方法计算出等值点位置。设有一 $ABDC$ 网格（图 12.8），其高程值依次为 $BB_{i,j}$ 、 $BB_{i,j+1}$ 、 $BB_{i+1,j}$ 和 $BB_{i+1,j+1}$ ， $A'$ 为横边 $AB$ 边的内插等值点， $SS_{i,j}$ 为 $A'$ 离 $A$ 点的距离，则

$$\frac{W - BB_{i,j}}{BB_{i,j+1} - BB_{i,j}} = \frac{SS_{i,j}}{CN_1}$$

令 $CN_1 = 1$ 得

$$SS_{i,j} = \frac{W - BB_{i,j}}{BB_{i,j+1} - BB_{i,j}}$$

在此 $SS_{i,j}$ 表示 $A'$ 到 $A$ 点的距离与横边长的相对比值， $0 \leq SS_{i,j} \leq 1$ 。

同理， $B'$ 是 $AC$ 边的内插等值点， $HH_{i,j}$ 是 $B'$ 到 $A$ 的距离，令 $CN_2 = 1$ ，则可得

$$HH_{i,j} = (W - BB_{i,j}) / (BB_{i+1,j} - BB_{i,j}), \text{ 同样 } 0 \leq HH_{i,j} \leq 1。$$

这样就可以使用上式对任一数值等值线的各等值点位置进行计算，并分别存储于 $SS(i,j)$ 和 $HH(i,j)$ 两个数组。只有当这两个数组的数值大于0和小于1时，才有等值点通过，因此也可以利用 $SS(i,j)$ 和 $HH(i,j)$ 值来作为判断有无等值点通过的条件。即当其小于或等于0、大于或等于1时，则表示该边无等值点通过，或等值点就是本身网格点。为了区别，可采用 $SS_{i,j} = -2$ 和 $HH_{i,j} = -2$ 来表示

网格边无等值点。

## 2) 等值点追踪

在给定的等高线 $W$ 的所有等值点位置内插完后,应该想到这些等值点可能组成若干条等值线,而且可能是开曲线或闭合曲线。为了逐条绘制等值线,必须找到每条等值线的线头并顺序追踪到线尾。即把一条等值线的全部等值点按顺序排列好,这是保证等值线合理连接和不相交的重要条件,先讨论追踪问题。

(1)为了确定追踪方案,要研究某一等值线在矩形网格内走向的几种可能,并通过确定等值线走向与等值点坐标之间的关系来建立跟踪条件。由于等值点位于网格边上,所以等值线通过相邻网格的走向只有四种可能:自下而上,自左向右,自上而下,自右向左。因此,如果找到某一等值线头位于某一网格边上,该网格边往往是相邻网格的公共边,既是前一网格的出口边又是后一网格的进入边,则进入边的方向对于每一个网格都有上、下、左、右四种情形,即追踪等值点有四种可能。①自下而上追踪:由图 12.9(a)可以看到,在方格I上有等值点 $a_1$ ,它的位置有三种状况,即 $HH(i, j)$ 、 $SS(i, j)$ 和 $HH(i, j+1)$ , II 号方格上  $a_2$  等值点为  $SS(i+1, j)$ 。显然,我们比较 $a_1$ 和 $a_2$ 的坐标位置,可以得出 $a_1$ 点取整的纵坐标一定小于 $a_2$ 点取整的纵坐标。因此,只要满足 $i_{a_1} < i_{a_2}$ 的条件,即可自下而上地追踪。如果有 $a_3$ 点,它一定是位于方格 II 的另外三边上。②自左向右追踪:图 12.9(b)表示位于 I 号方格内的等值点  $a_1$  同样有三种可能位置: $HH(i, j)$ 、 $SS(i, j)$ 和 $SS(i+1, j)$ ,  $a_2$ 点位于 II 号方格,进入边记为 $HH(i, j+1)$ 。这时比较 $a_1$ 和 $a_2$ 的坐标,只要满足 $j_{a_1} < j_{a_2}$ 的条件,即可自左向右追踪。此时, $a_3$ 点一定位于 I 号方格的另外三边上。③自上而下追踪:图 12.9(c)中位于 I 号方格内的 $a_1$ 点有三种可能位置: $HH(i, j)$ 、 $SS(i, j)$ 和 $SS(i+1, j)$ 。位于 II 号方格进入边的 $a_2$ 点为 $SS(i, j)$ 。这时比较 $a_1$ 和 $a_2$ 点的位置,就不敢建立追踪条件,由于考虑了排除自下而上和自左至右走向的可能,因而可以用 $a_2$ 点取整横坐标小于 $a_2$ 点的绝对值,即 $INT(x_{a_2}) < x_{a_2}$ ,或者 $j_{a_2} \cdot CN_1 < x_{a_2}$ ,的条件来判断。满足上述条件时,自上而下的追踪 $a_3$ 点,如有 $a_3$ 点,定位于 II 号方格的东、西、南三边上。④自右向左追踪:当不满足上述三种条件时,即可确定是自右向左追踪。

实际上可用关系式 $i_{a_2} \cdot CN_2 < y_{a_2}$ ，来判断向左追踪的条件，如图 5-28(d)所示。

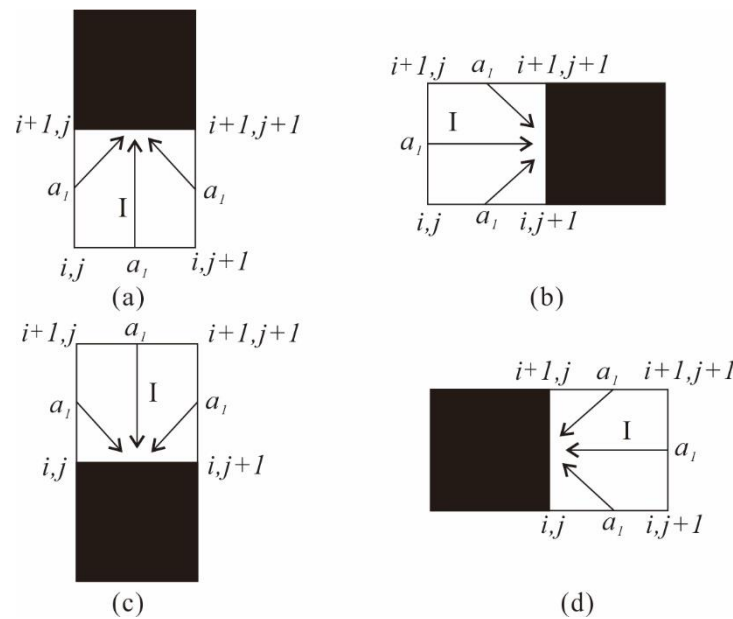


图 5-28 追踪等值点的四种情况示意图

表 5-9 对上述四种情况进行了总结。地质科学院矿产资源研究所  
战略合作伙伴  
DIGI MINE

表 5-9 四种追踪情况判断方法

追踪方向	自下而上	自左而右	自上而下	自右而左
判断条件	$i_{a1} < i_{a2}$	$j_{a1} < j_{a2}$	$j_{a2} \cdot CN_1 < x_{a2}$	$i_{a2} \cdot CN_1 < y_{a2}$
追踪判断顺序	→			

综上所述，追踪等值点是在任意两个相邻网格内进行的，首先是在已知 $a_1$ 和 $a_2$ 点的位置时，并且 $a_2$ 点位于 I 和 II 号方格的公共边上， $a_1$ 是位于 I 号方格的其他三边上。而且我们用方格的左下角标 $(i, j)$ 表示 I 号方格的序号，则 $(i + 1, j)$ 、 $(i, j + 1)$ 、 $(i - 1, j)$ 、 $(i, j - 1)$ 为 II 号方格的四种情况的序号。显然， $i, j$ 是始终处于动态变化中。

(2)已知 $a_3$ 点是位于 I 号方格的其余三边上，那么最终如何确定是其中的哪一边呢？这是一个十分重要的问题。类似于手工勾绘等值线产生多义的情况，必须合理地选择位于其余三边上的一个等值点。不然，将会出现同一等值线的交叉和分支走向不确定的多义性。例如，某一网格上的四点连接的状况可能有三种(图

5-29),  $a$ 、 $b$ 即为多义,  $c$ 是不允许的, 必须排除。对于等值线连接的多义性, 情况是比较复杂的。如图 5-30 所示, 对于相同等值点可以有多种方式连接。这些问题不仅在自动勾绘等值线时会经常出现, 手工勾绘等值线时, 也会遇到。这种情况的处理往往根据制图人员的实践经验作出, 即参考周围等值线的走向和趋势, 为强调等值线之间协调一致, 突出表现区域特征而作出各种选择。但是, 自动勾绘等值线时必须对上述情况预先作出判断, 这只能根据一般的规律比较合理地解决。通常, 首先是考虑等值线原来前进的方向, 即顺着原来等值线走向延伸下去, 其次是根据距离远近来选择 $a_3$ 点, 下面给出一种具体判别方法。

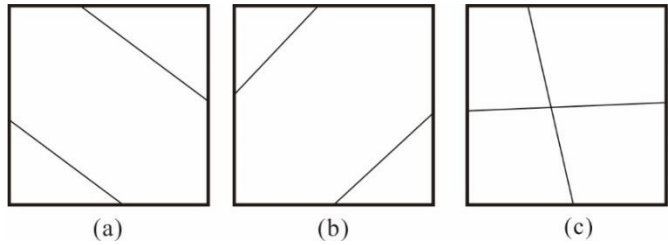


图 5-29 等值点连接的几种可能情形

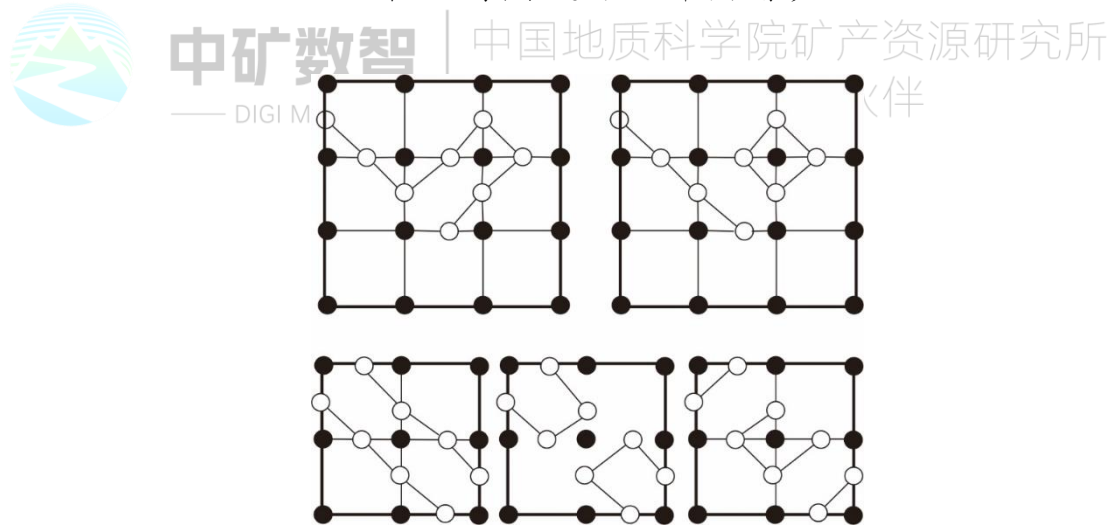


图 5-30 等值点连接的几种可能情形

设我们已知某一等值线的起点 $a_1$ 和 $a_2$ 点, 现在要追踪 $a_3$ 点, 可以作如下的选择。① $i_{a_1} < i_{a_2}$ , 时, 即自下而上追踪等值点,  $a_3$ 只能在 $HH(i_2, j_2)$ 、 $HH(i_2, j_2 + 1)$ 和 $SS(i_2 + 1, j_2)$ 三边寻找。在此情况下, 选择 $a_3$ 点的顺序为: 当 $HH(i_2, j_2)$ 、 $HH(i_2, j_2 + 1)$ 都有等值点时, 则选取其中较小的(即距离近的)为 $a_3$ 点; 当 $HH(i_2, j_2)$ 、 $HH(i_2, j_2 + 1)$ 只有一个等值点时, 该点即为 $a_3$ 点; 当纵边上没有

等值点时, 则 $SS(i_2 + 1, j_2)$ 中必有等值点 $a_3$ 。② $j_{a_1} < j_{a_2}$ 时, 即自左向右追踪等值点,  $a_3$ 点只能在 $SS(i_2, j_2)$ 、 $SS(i_2 + 1, j_2)$ 和 $HH(i_2, j_2 + 1)$ 三边中找。在该种情况下, 选取 $a_3$ 点的顺序是: 在 $SS(i_2, j_2)$ 和 $SS(i_2 + 1, j_2)$ 两横边上都有等值点时, 则取其中距离较小的点为 $a_3$ ; 在 $SS(i_2, j_2)$ 和 $SS(i_2 + 1, j_2)$ 两横边只有一个等值点时, 该点选为 $a_3$ ; 若在两横边没有等值点。则 $a_3$ 点必位于 $HH(i_2, j_2 + 1)$ 纵边上。

③ $j_{a_2} \cdot CN_1 < x_{a_2}$ 时, 即自上而下追踪等值点时,  $a_3$ 点在 $HH(i_2 - 1, j_2)$ 、 $HH(i_2 - 1, j_2 + 1)$ 和 $SS(i_2 - 1, j_2)$ 中找。在此种情况下选取 $a_3$ 的顺序是: 若 $HH(i_2 - 1, j_2)$ 和 $HH(i_2 - 1, j_2 + 1)$ 纵边上都有等值点, 则取其较大一点为 $a_3$ ; 在 $HH(i_2 - 1, j_2)$ 中只有一边有等值点, 该点即为点 $a_3$ ; 若 $HH(i_2 - 1, j_2)$ 和 $HH(i_2 - 1, j_2 + 1)$ 中均没有等值点, 则 $a_3$ 点必在 $SS(i_2 - 1, j_2)$ 边上。

④若以上三种情况均不成立, 即从右至左追踪等值线时,  $a_3$ 等值点在 $SS(i_2 + 1, j_2 - 1)$ 、 $SS(i_2, j_2 - 1)$ 和 $HH(i_2, j_2 - 1)$ 中找, 此时 $a_3$ 点选取的顺序是: 若 $SS(i_2 + 1, j_2 - 1)$ 和 $SS(i_2, j_2 - 1)$ 横边上都有等值点, 则选取较大距离的点为 $a_3$ , 若 $SS(i_2 + 1, j_2 - 1)$ 和 $SS(i_2, j_2 - 1)$ 横边上只有一边有等值点, 则该点为 $a_3$ ; 若 $SS(i_2 + 1, j_2 - 1)$ 和 $SS(i_2, j_2 - 1)$ 边上都没有等值点, 则 $a_3$ 必位于 $HH(i_2, j_2 - 1)$ 边上。

(3)起始、终止等值点的寻找和分支识别: 上面已经说明, 追踪某一等值线的首要条件是要找到该等值线的起始点。开等值线和闭合等值线在寻找线头时有不同的地方。从制图区域网格边界开始又结束于网格边界的等值线称开等值线, 位于制图区域网格边内部开始于任一点又结束于该点的等值线称闭合等值线。所以, 开等值线的线头要从制图区域的4个边界, 上去找, 闭合等值线的线头只能从制图区域的内部网格上去找。其算法介绍如下: ①在底边( $i = 1$ )上找起始点。只要 $SS(1, j)(j = 1, 2, \dots, n - 1)$ 有等值点, 即令它为 $a_2$ 点, 然后虚设 $a_1$ 点, 让点 $i_{a_1} = 0$ , 采用 $i_{a_1} < i_{a_2}$ 的条件去追踪 $a_3$ 点。②在西边( $j = 1$ )上找起始点。只要 $HH(i, 1)(i = 1, 2, \dots, m - 1)$ 有等值点, 即令它为 $a_2$ 点, 然后虚设 $a_1$ 点, 让

点 $j_{a_1} = 0$ ，采用 $j_{a_1} < j_{a_2}$ 的条件去追踪 $a_3$ 点。③在上边( $i = m$ )找起始点。只要 $SS(m, j)(j = 1, 2, \dots, n - 1)$ 有等值点，即令它为 $a_2$ 点，然后虚设 $a_1$ 点，让点 $i_{a_1} = m + 1$ ，采用 $i_{a_1} \cdot CN_1 < x_{a_2}$ 的条件去追踪 $a_3$ 点。④在东边( $j = n$ )找起始点。只要 $HH(i, n)(i = 1, 2, \dots, m - 1)$ 有等值点，即令它为 $a_2$ 点，然后虚设 $a_1$ 点，让点 $j_{a_1} = n + 1$ ，采用 $j_{a_1} \cdot CN_2 < y_{a_2}$ 的条件去追踪 $a_3$ 点。

这样找到每条等值线的起、始两等值点 $a_2$ 、 $a_3$ 后，我们就可按照上述四种条件顺序寻找各等值点，每追踪一点就记录该点，并且每次均需要改变或上推各等值点的顺序标号和相应的下标变量。即 $a_3 \Rightarrow a_2$ ， $a_2 \Rightarrow a_1$ ， $j_{a_2} \Rightarrow j_{a_1}$ ， $j_{a_3} \Rightarrow j_{a_2}$ ， $i_{a_3} \Rightarrow i_{a_2}$ 。继续追踪一直到 $a_3$ 点位于边界上为止，即满足 $x_{a_3} = CN_1$ 、 $y_{a_3} = CN_2$ 、 $j_{a_3} = n$ 、 $i_{a_3} = m$ 之中任一条件时，再停止追踪。

对于闭合等值线必须在制图区域内的网格边上去寻找等值线的起始点，而且只要是矩形内部网格任意边上的等值点均可作为起始点。可以采用这样的方案，即在各条纵边上顺次找出初始等值点，即从 $j = 1$ 到 $n - 1$ 和从 $i = 1$ 到 $m - 1$ 各条横边上逐次找出等值点。当 $0 < HH(i, j) < 1[i = 1, 2, 3, \dots, m - 1; j = 1, 2, 3, \dots, n - 1]$ 时即有等值点存在，并令该点为 $a_2$ ，然后虚设 $a_1$ 点，并 $j_{a_1} = 0$ ，即可采用 $j_{a_1} < j_{a_2}$ 的条件，从西向东追踪 $a_3$ 等值点，这样得到起始 $a_2$ 、 $a_3$ 点，经过上推和改变下标变量，即可采用上述四种追踪条件，一直追踪到起始点本身为止。关于追踪等值点的起始方向和顺序，如图 5-31 所示。



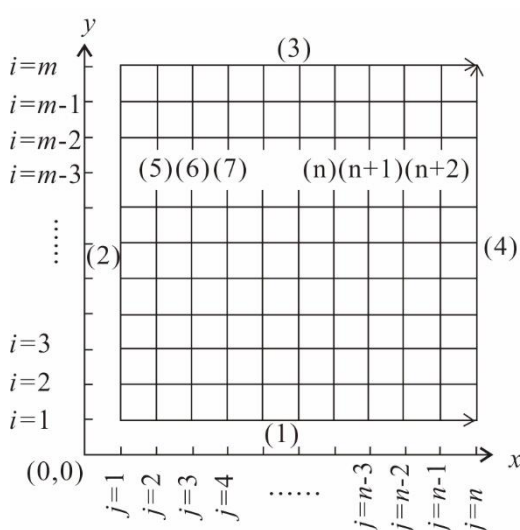


图 5-31 追踪等值点的起始方向和顺序

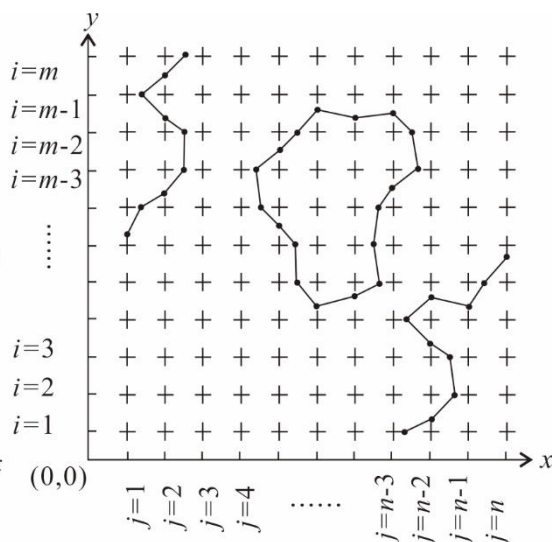


图 5-32 相值等线的不同分支

由于任一数值的等值线可能有多个分支(图 5-32), 因此, 我们追踪任一支等值线时都必须记录并加以区别。在程序中可以这样安排: 每当追踪一个等值点时, 要随时从  $HH(i, j)$  和  $SS(i, j)$  场中抹去, 以免下次重复使用。追踪的该等值点需计算绝对坐标, 存放于专门绘图用的数据场内。这样, 一条开等值线分支追踪完毕, 马上使用专门记录追踪等值点的数据场存放的等值点  $x, y$  坐标值, 绘出该条等值线。绘完开等值线后, 再追踪闭合等值线, 只有当  $HH(i, j)$  和  $SS(i, j)$  全部数值为 -2 时, 才标志着  $W$  值等值线全部分支绘完。然后就可以内插新的  $W$  值等值点, 反复上述过程, 直到全部等值线绘完。

(4) 等值点绝对坐标值计算和特殊条件的处理: 为了最后绘制光滑等值线, 必须将内插得到的等值点相对位置转换为同一坐标原点的绝对坐标。为此设参数  $S=1$ , 表示等值点位于横边上,  $S=0$  时, 表示等值点位于纵边上, 则  $a_1, a_2, a_3$  等值点的绝对坐标计算公式为

$$\begin{aligned} x_{a_1} &= [j_1 + S \cdot SS(i_1, j_1)] \cdot CN_1 \\ y_{a_1} &= [i_1 + (1 - S) \cdot HH(i_1, j_1)] \cdot CN \\ x_{a_2} &= [j_2 + S \cdot SS(i_2, j_2)] \cdot CN_1 \\ y_{a_2} &= [i_2 + (1 - S) \cdot HH(i_2, j_2)] \cdot CN_2 \\ x_{a_3} &= [j_3 + S \cdot SS(i_3, j_3)] \cdot CN_1 \\ y_{a_3} &= [i_3 + (1 - S) \cdot HH(i_3, j_3)] \cdot CN_2 \end{aligned}$$

使用上述公式,在每追踪出新的等值点时,即要随时计算该点的绝对坐标值,按顺序存储于专门数据场内并记数,以便为下一步绘制光滑曲线使用。

我们在内插等值点时,当遇到网格高程值和等值线相等的情况,此时等高线必然通过网格点。而该网格点同时又是4个相邻网格的公共交点(图 5-33)。

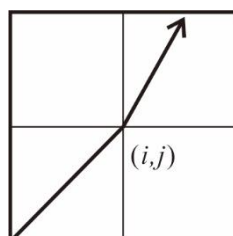


图 5-33 等值线通过网格交点的情况

这样,在4个相邻横边和纵边上得到不是0就是1的4个值[即  $SS(i, j)=0$ ,  $HH(i, j)=0$ ,  $SS(i, j-1)=1$ ,  $HH(i-1, j)=0$ ],而同一等值点分别存放于4个存储单元中,所以在追踪等值点时,一定会发生重复使用和追踪混乱的问题。对此情况,必须预先处理。其方法是对该网格点加上一个足够小的数值予以纠正,应该选择这样的小数,使其不致影响绘图精度,而又避免直接利用网格点。

#### 4. TIN 至等高线的转换

##### 1) 等值点内插方法及其平面位置确定

建立三角网信息后,为了绘出等值线,还必须找出位于各原始数据点间等值点的平面位置。显然,等值点的内插都是在三角形的边上进行的,因此先分析任一三角形的各边上是否有等值点的几种情形。

(1)若三角形的三个顶点的高程相等,则三角形的边上无等值点。如果三顶点的高程等于等值线的高程,即  $z = z_1 = z_2 = z_3$ ,则三顶点就是等值点,由于顶点可能被两个以上三角形共用,所以在本三角形中将不考虑这种情况,如图 12.15(a)所示。

(2)若三角形三顶点高程值不相等,那么,当每条边二端点高程满足:

$(z - z_1) \cdot (z - z_2) \geq 0$ 时,则该边无等值点,否则必有等值点;

$(z - z_1) \cdot (z - z_3) \geq 0$ 时.则该边无等值点.否则必有等值点;

$(z - z_2) \cdot (z - z_3) \geq 0$ 时,则该边无等值点,否则必有等值点;

但是,一个三角形不可能三条边上都有等值点,只可能在两条边上有等值点,

即只要有一条边上有等值点，在其余两边上必有一边存在等值点。这是最常见的现象，如图 12.15(b)所示。

(3)若三角形三顶点高程不等，而其中有一个顶点高程等于等值线高程，则如果该三角形还存在一个等值点，必须是位于该顶点的对边上，如图 12.15(c)所示。凡是一个三角形只有两个等值点的情况，都必须加以考虑。

(4)若三角形有两个顶点高程相等，该三角形如果存在等值点，必位于靠近第三点的两边上，如图 5-34(d)或者该相等的两顶点就是等值点[图 5-34 (e)]。后一种情况将不在本三角形中考虑。

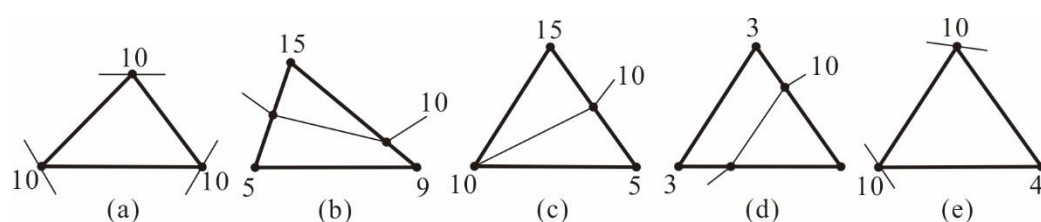


图 5-34 三角形内插等值点的各种情形

在确定三角形边上存在等值点后，用内插法求得等值点的坐标，其线性插值公式参考图 12.16 可写为

$$x_{B_1} = x_1 + \frac{x_2 - x_1}{z_2 - z_1}(z - z_1)$$

$$y_{B_1} = y_1 + \frac{y_2 - y_1}{z_2 - z_1}(z - z_1)$$

$$x_{B_2} = x_2 + \frac{x_3 - x_2}{z_3 - z_2}(z - z_2)$$

$$y_4 = y_2 + \frac{y_3 - y_2}{z_3 - z_2}(z - z_2)$$

式中： $x_1, y_1, z_1, x_2, y_2, z_2, x_3, y_3, z_3$ 分别为三角形三顶点坐标； $z$ 为等高线值，显然等值点坐标应为制图地区采用的同一原点的坐标值。

## 2) 起始等值点定位

具有 $z$ 值的等值点往往组成一条以上的等值线。它们可能是开曲线，也可能是闭合等高线，无论绘制哪种等值线，都必须首先找出起始等值点，该点被称为线头。闭合等值线一定位于制图区域内部，其内部三角形边上任一等值点均可作

为线头和线尾。开曲等值线一定开始于制图区域的边界又结束于边界，所以起始等值点和终止等值点一定位于边界三角形的最外边上。找出边界上等值点的方法可参考图 5-35，该图有 9 个三角形和 7 个等值点，其中 *a*、*g* 两个等值点是等值线的线头和线尾。显然 *a*、*g* 两点具有的数学特征可以这样判别:在任一三角形中如存在两个等值点，其中一点必然是等值线通过该三角形的入口点，另一个是等值线走出该三角形的出口点。但是，如果等值点不是位于边界之上(如图 5-35 中 *b*、*c*、*d*、*e*、*f* 点)，则该点既是前一个三角形的出口点，又是下一个相邻三角形的人口点。而如果该点是位于边界上的等值点，它只能是该三角形的人口点或者是出口点，不可能同时是人口点又是出口点。

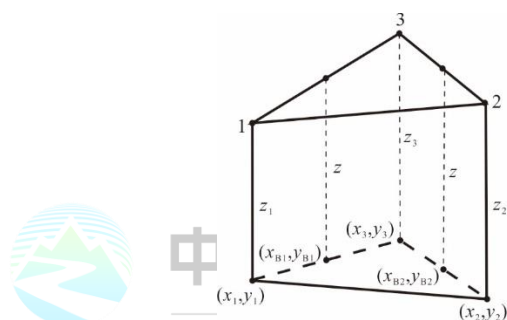


图 5-34 TIN 内插等值点示意图

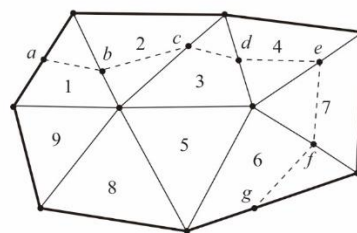


图 5-35 寻找开等值线的起始点和终止点

为了找出位于边界上的等值点，首先按三角形的序号找出有等值点的三角形，例如 *L* 号三角形，它的人口等值点坐标记为  $X_B(1, L)$ ， $Y_B(1, L)$ ，使用该等值点坐标同全部三角形人口等值点坐标  $X_B(1, I)$ ， $Y_B(1, I)$  以及出口等值点坐标  $X_B(2, I)$ ， $Y_B(2, I)$  ( $I = 1, 2, \dots, K$ ， $K$  为三角形号数) 作比较，其比较结果在  $L = I$  的条件下，必然产生  $X_B(1, L) = X_B(1, I)$ ， $Y_B(1, L) = Y_B(1, I)$ ，即为一个三角形的同一等值点，此时 *M* 计数器置 1。作全等比较又可能是在  $L \neq I$  的情况下， $X_B(1, L) = X_B(2, I)$ ， $Y_B(1, L) = Y_B(2, I)$ ，即在三角形序号不等的情况下 *L* 号三角形进点等于相邻三角形的出点，此时计数器  $M = M + 1$ 。所以，根据上述起始和终止等值点的数学特征可以判断:当  $M = 1$  时，该等值点位于边界上，即为线头;当  $M = 2$  时，等值点不在边界上，故不可能是线头。同理，再使用 *L* 号

---

三角形出口等值点坐标 $X_B(2, L)$ 和 $Y_B(2, L)$ 作, 上述比较, 则获得完全相同的结果。在程序设计中使 $L_B(L)$ 场存放 $M$ 值, 当 $L_B(L)=1$  时, 即为要寻找的等值线线头。

### 3) 等值点追踪

线头找到后, 就要顺序地追踪出一条等值线的全部等值点, 并计算出总共有多少个等值点。由内插得到的等值点是按三角形的序号排列的, 是不规则的, 为了按一条等值线通过的先后顺序排列, 必须顺着线头按照一定算法进行追踪。显然, 按顺序排列的等值点只存在于相邻的三角形中。所以, 可利用一等值点既是某个三角形的出口点, 又是相邻三角形的人口点的原理, 建立追踪的算法。具体方法如下:

(1)首先从 $L_B(L)$ 场找到数值为 1 的三角形号, 即找到开曲等值线的线头。并将该等值点(进入点) $x$ 、 $y$ 坐标记录在专门数据场中, 即 $X_{D_0}(L_{D_1}) = X_B(1, L)$ 、 $Y_{D_0}(L_{D_1}) = Y_B(1, L)$ ,  $L_{D_1}$ 为等值点记数。

(2)按三角形顺序使用该等值点坐标同全部三角形的所有等值点进行全等比较, 在找到该点后即满足 $X_{D_0}(1) = X_B(1, L) \cdot Y_{D_0}(1) = Y_B(1, L)$ 的条件下, 立即记录该三角形另一等值点, 并使等值点计数器加 1, 即从 $L_{D_1} = L_{D_1} + 1$ ,  $X_{D_0}(2) = X_B(2, L)$ ,  $Y_{D_0}(2) = Y_B(2, L)$ 。之后要抹去该三角形的等值点, 以免以后重复使用, 即 $L_B(L)=0$ 。随后用被记录的该等值点同全部三角形所有等值点比较, 在某一三角形等值点同该记录等值点相等的情况下, 即满足 $X_{D_0}(L_{D_1}) = X_B(1, L)$ 、 $Y_{D_0}(L_{D_1}) = Y_B(1, L)$ , 然后再抹去该点。下面再用被记录的等值点和其余未被追踪的等值点作全等比较, 重复以上过程, 一直追踪到边界等值点为止。

(3)当某一数值等值线全部追踪后, 即调用曲线光滑子程序, 把离散等值点连接成光滑曲线。这里要注意的是对于某-数据值等值线可能有多条分支。此时, 应同样先绘出所有开曲等值线、在不出现记录开曲等值线线头的 $L_B(L)$ 场为 1 的情况下, 转入绘闭合等值线。闭合等值线的线头可以从任一三角形等值点开始, 并按上述方法追踪和光滑连接。绘完某一数值等值线后, 再开始下一个数值等值线的绘制, 直到完成全部等值线的绘制为止。

## 第六章 探矿者软件中关键三维可视化的计算机实现

### 第一节 数据整理

数据生成的目的是依据某个数据模型,从原始数据通过计算得到目标系统所需要的符合该模型的数据。对于栅格数据模型而言,数据生成的目的是计算出每个数据层的各像元的属性值;对于矢量数据模型而言,数据生成的目的是计算出几何对象的各几何要素,如计算出组成三维实体表面的(曲)面片。

栅格数据的直接生成方法包括各种插值算法;而间接生成方法却以矢量数据为中间环节,首先生成矢量数据,然后从矢量数据转换成栅格数据。矢量数据生成也分直接生成和间接生成两种,前者先计算各几何要素,然后再由几何要素组成对象;后者则以栅格数据为中间环节,即首先生成栅格数据,然后从栅格数据转换成矢量数据。矢量数据生成的关键在于生成空间对象的各几何要素,并确保数据的正确性的,如地图数字化之后的相交处理和悬线处理等。三维矢量数据生成的难点在于生成曲面片几何要素,因为结点、弧和边这3种几何要素相对比较容易生成。

数据生成与数据模型是分不开的,数据生成的结果应该符合某个数据模型对于数据的具体要求,所以,随着数据模型的发展,数据生成的方法相应地也应该不断地发展。

### 第二节 钻孔建模

#### 2.1 原始数据录入

原始数据存放在如表 6-1、表 6-2 和表 6-3 三个表中。在钻孔位置表(表 6-1)中, X、Y 和 Z 坐标表示井口坐标,总长度表示钻孔的总长度;在钻孔形态表(表 6-2)中,孔段范围表示从井口到当前钻孔段终止点的钻孔曲线的长度, X 轴夹角表示当前钻孔段在 XY 平面的投影与 X 轴的夹角, Z 轴夹角表示当前钻孔段与 Z 轴正向的夹角;在采样信息表(表 6-3)中,孔段起始表示井口到样品段起始点的钻孔曲线的长度,孔段终止表示井口到样品段终止点的钻孔曲线的长度,表中的最后几个字段表示各种矿物的含量,这些字段的名称在建立表结构时指定。



表 6-1 钻孔位置表

字段名	类型	说明
钻孔编号	文本	
勘探线号	文本	
X 坐标	数字	
Y 坐标	数字	
Z 坐标	数字	
总长度	数字	
样品数	数字	

表 6-2 钻孔形态表

字段名	类型	说明
钻孔编号	文本	
孔段范围	数字	井口到钻孔段终止点的钻孔曲线的长度
X 轴夹角	数字	钻孔段在 XY 平面的投影与 X 轴的夹角
Z 轴夹角	数字	钻孔段与 Z 轴正向的夹角

表 6-3 采样信息表

字段名	类型	说明
钻孔编号	文本	
孔段起始	数字	井口到样品段起始点的钻孔曲线的长度
孔段终止	数字	井口到样品段终止点的钻孔曲线的长度
样品编号	文本	
岩性	文本	
Cu	数字	矿物含量
...		矿物含量

在原始数据录入之前，系统根据用户选定的数据库通过 ODBC 连接到数据库。在用户选定适当的表名后，系统在一个 DataGrid 中打开该表，用户在该 DataGrid 中录入和修改数据。在实现技术上，DataGrid 通过 ADO 绑定到一个记录集，用户在 DataGrid 中所做的修改通过该记录集写到数据库表中。

## 2.2 数据转换

在用户选定合适的钻孔位置表、钻孔形态表和采样信息表之后，系统将表中的数据分别读入三个相应的记录集，然后从这些记录集中提取数据生成钻孔数据文件。钻孔数据文件的结构如表 6-4。

表 6-4 钻孔数据文件结构

存储内容	说明
文件类型	文件类型标识串
最小坐标值	空间坐标的最小 X、Y 和 Z 值
长、宽和高	空间区域外包长方体的长、宽和高
不同岩性数目	
岩性 1	
颜色 1	默认颜色 1 的 RGB 值
...	
岩性 m	
颜色 m	默认颜色 m 的 RGB 值
钻孔数目	
第 1 条钻孔上钻孔段数目	
孔段 1 勘探线号	
孔段 1 钻孔号	
孔段 1 岩性	
孔段 1 样品号	
孔段 1 样品含量	
孔段 1 起始点空间坐标	
孔段 1 终止点空间坐标	
...	
孔段 n 勘探线号	
孔段 n 钻孔号	
孔段 n 岩性	
孔段 n 样品号	
孔段 n 样品含量	
孔段 n 起始点空间坐标	
孔段 n 终止点空间坐标	
...	
最后一条钻孔上钻孔段数目	
...	

第三节 剖面定义和剖面编辑

3.1 剖面定义

剖面编辑的目的是在平面(剖面)上圈定矿体、生成地层分界线和断层线。在进行剖面之前，需要把勘探线上的钻孔信息投影到剖面上，这一过程通过剖面定义来实现。剖面定义模块输入一个钻孔数据文件，该文件的结构如表 6-4，该模块的输出结果是一个剖面文件。剖面文件的结构如表 6-5，其中岩性、剖面边框、钻孔段投影线、井口坐标投影点、地层界线、断层线和实体轮廓线各有一个类型

编号。

通过剖面定义得到的剖面文件不包含地层界线、断层线和实体轮廓线等信息。这些数据在进行剖面编辑时得到并且存储到剖面数据文件中。

表 6-5 剖面文件结构

存储内容	说明
文件类型	文件类型标识串
最小坐标值	空间坐标的最小 X、Y 和 Z 值
长、宽和高	空间区域外包长方体的长、宽和高
剖面数目	
岩性数据类型号	
不同岩性数目	
岩性 1	
颜色 1	颜色 1 的 RGB 值
...	
岩性 m	
颜色 m	颜色 m 的 RGB 值
剖面边框数据类型号	
剖面边框数目	
第 1 个剖面编号	
属性 1	
属性 2NE	
边框上顶点数目	
第 1 个顶点 X、Y 和 Z 坐标	
...	
最后一个顶点 X、Y 和 Z 坐标	
...	
最后一个剖面编号	
...	
钻孔段投影数据类型号	
投影线段数目	
剖面编号	
第 1 条投影线属性 1	
第 1 条投影线属性 2	
第 1 条投影线岩性	
第 1 条投影线矿物含量	
第 1 条投影线起始点空间坐标	X、Y 和 Z 值
第 1 条投影线终止点空间坐标	
...	
最后一条投影线属性 1	
最后一条投影线属性 2	
最后一条投影线岩性	



表 6-6 曲面文件

存储内容	说明
文件类型	文件类型标识串
最小坐标值	空间坐标的最小 X、Y 和 Z 值
长、宽和高	空间区域外包长方体的长、宽和高
岩性数据类型号	
不同岩性数目	
岩性 1	颜色 1 的 RGB 值
颜色 1	
...	
岩性 m	颜色 m 的 RGB 值
颜色 m	
剖面边框数据类型号	
剖面边框数目	
第 1 个剖面编号	
属性 1	
属性 2	
边框上顶点数目	
第 1 个顶点 X、Y 和 Z 坐标	X、Y 和 Z 值
...	
最后一个顶点 X、Y 和 Z 坐标	X、Y 和 Z 值
...	
最后一个剖面编号	
...	
剖面曲线类型号	分为地层界线、实体轮廓线和断层线
曲线数目	
第一条曲线所在剖面编号	
曲线属性 1	
曲线属性 2	
曲线上顶点数目	
第 1 个顶点 X、Y 和 Z 坐标	
...	
最后一个顶点 X、Y 和 Z 坐标	
...	
最后一条曲线所在剖面编号	
...	
曲面类型号	分为地层界面、实体表面和断层面
曲面数目	
第 1 个曲面属性 1	
第 1 个曲面属性 2	
第 1 个曲面上三角形数目	
第 1 个三角形的顶点坐标	
...	

最后一个三角形的顶点坐标 ... 最后一个曲面属性 1 最后一个曲面属性 2 最后一个曲面上三角形数目 第 1 个三角形的顶点坐标 ... 最后一个三角形的顶点坐标	
---	--

### 1、遗传算法的基本原理

遗传算法(Genetic Algorithm)简称 GA,它是建立在自然选择和群体遗传学机理基础上的随机迭代和进化,是具有广泛适用性的搜索方法。在遗传算法中,所有的自然种类适应环境而得以生存,这一自然适应性是 GA 的主旋律。GA 搜索结合了达尔文适者生存和随机信息交换,前者消除了各种不适应因素,后者利用了原有解中已有的认识,从而加快了搜索过程。下面说明基本方法。

对于一个给定的优化问题,设定目标函数:

$$F=f(x, y, z), \quad (x, y, z) \in \Omega, \quad F \in R$$

求空间点  $(x_0, y_0, z_0)$  使得 (不失一般性, 假设求最大值)

$$F=f(x_0, y_0, z_0) = \max f(x, y, z)$$

其中  $(x, y, z)$  为自变量,  $\Omega$  是  $(x, y, z)$  的定义域,  $x, y, z$  可以是数值, 也可以是符号,  $F$  为实数, 是解的优劣程度或适应度的一种度量,  $f$  为解空间点  $(x, y, z) \in \Omega$  到实数域  $F \in R$  的一种映射, 那么 GA 的求解步骤如下:

#### (1) 编码

用一定比特数的 0, 1 二进制编码对自变量  $x, y, z$  进行编码形成基因码链, 每一码链代表一个个体, 表示优化问题的一个解, 如  $x$  有 16 种可能取值  $x_0, x_1, x_2, \dots, x_{15}$ , 则可用 4bit 的二进制编码 0000---1111 来表示, 将  $x, y, z$  的基因码组合在一起则形成码链。

#### (2) 产生群体

$t=0$ , 随机产生  $n$  个个体组合成一个群体  $P(t)$ , 该群体代表优化问题的一些可能解的集合, 当然, 一般来说, 它们的素质都很差。GA 的任务是要从这些群体出发, 模拟进化过程, 择优汰劣, 最后得出非常优秀的群体和个体, 满足优化的要求。



### (3) 评价

按编码的规则, 将群体  $P(t)$  中的每一个体的基因码所对应的自变量( $x_i, y_i, z_i$ )代入(1)式, 算出其函数值  $F_i, i=0, 1, 2, \dots, N$ 。  $F_i$  越大, 表示该个体有较高的适应度, 更适应于  $f$  所定义的生存环境, 适应度  $F_i$  为群体进化时的选择提供了依据。

### (4) 选择(复制)

按一定概率从群体  $P(t)$  中选取  $M$  对个体, 作为双亲用于繁殖后代, 产生新的个体加入下一代群体  $P(t+1)$  中。一般  $P_i$  与  $F_i$  成正比, 就是说, 适合于生存环境的优良个体将有更多的繁殖后代的机会, 从而使优良特性得以遗传。选择是遗传算法的关键, 它体现了自然界中适者生存的思想。

### (5) 交叉

对于选中的用于繁殖的每一对个体, 随即选择同一整数  $n$ , 将双亲的基因码链在此位置相互交换。如个体  $X, Y$  在位置 3 经交叉产生新个体  $X', Y'$ , 它们组合了父辈个体  $X, Y$  的特征, 即

$$X = X_1 X_2 X_3 X_4 X_5 [00011]$$

$$Y = Y_1 Y_2 Y_3 Y_4 Y_5 [11100]$$

$$X' = X_1 X_2 X_3 X_4 X_5 [00000]$$

$$Y' = Y_1 Y_2 Y_3 Y_4 Y_5 [11111]$$

交叉体现了自然界中信息交换的思想。

### (6) 变异

以一定概率  $P_m$  从群体  $P(t+1)$  中随机选取若干个体, 对于选中的个体, 随机选取某一位进行反运算, 即由 1→0 由 0→1。同自然界一样, 每一位发生变异的概率是很小的, 变异模拟了生物进化过程中的偶然基因突变现象。GA 的搜索能力主要是由选择和交叉赋予的, 变异算子则保证了算法能搜索到问题解空间的每一点, 从而使算法具有全局最优, 它进一步增强了 GA 的能力。

### (7) 迭代

对于交叉和变异产生的新一代群体进行重新评价和选择, 然后再进行交叉和变异操作, 如此循环往复。当群体中最优个体的适应度和平均适应度值不再提高, 或迭代次数达到预设次数时, 迭代过程结束。

## 2、生成曲面片遗传算法

曲面片生成算法描述如下：

step1: 初始化点列  $P1$  和  $P2$ ，初始化交叉概率  $Pc$ ，初始化变异概率  $Pm$ ，初始化迭代计数器  $count$  为 0。

step2: 在  $P1$ ， $P2$  之间随机产生  $N$  个三角划分，其中每个三角划分称为一个串，这些串构成了第一代群体。

step3: 对群体中的串随机地配对并按概率  $Pc$  进行交叉，将得到的新串添加到群体中。

step4: 对群体中的串按概率  $Pm$  进行变异，将得到的新串添加到群体中。

step5: 用选择算子筛选保留串形成下一代群体。

step6: 修改迭代计数值，令  $count=count+1$ ，如果迭代次数达到预设次数，转 step7，否则转 step3。

step7: 返回群体中的最优串，结束。

## 3、倒转地层建模

使用前面的曲面生成算法，可以对如图 6-1 所示的倒转地层面进行建模，图 6-2 是通过这种方法进行建模得到的结果。

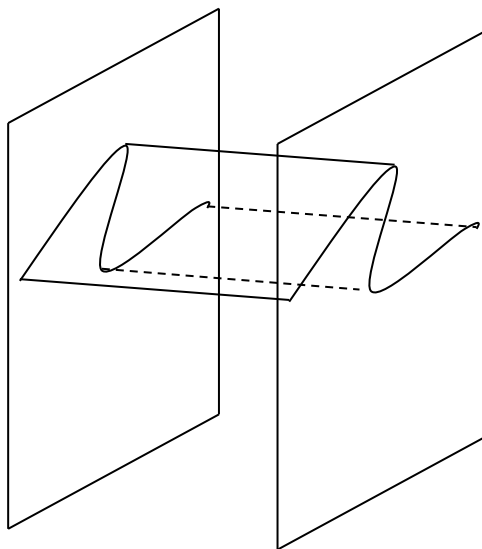


图 6-1 倒转地层

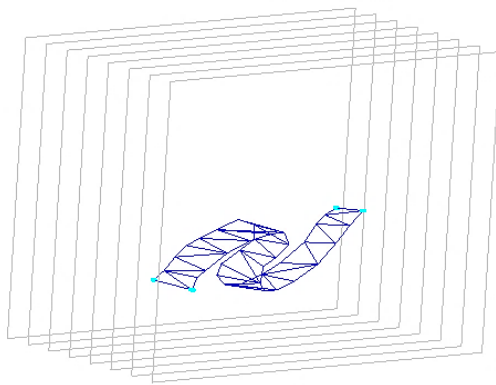


图 6-2 倒转地层建模

## 4.2 曲面交叉处理

在矿体出现分叉的情况下，需要把一个剖面上的一条轮廓线与另一个剖面上的多条轮廓线相连接。在本系统中，用以下方式来处理这种情况：首先用剖面 1 上的一条轮廓线分别与剖面 2 上的多条轮廓线分别相连得到多个连接曲面，取其中第一个曲面作为目标曲面；然后依次取其它曲面与目标曲面进行交叉处理，每次交叉处理的结果作为下一次交叉处理的目标曲面；最后一次交叉处理所得的曲面即所求实体曲面片。从一条轮廓线出发，分别与另外两条轮廓线相连得到两个空间曲面，对这两个曲面进行交叉处理的算法描述如下：

step1: 初始化表示曲面 1 的三角形数组 TA1，初始化表示曲面 2 的三角形数组 TA2，初始化表示曲面 1 边界的线段数组 BLA1，使其长度为 0，初始化表示曲面 2 边界的线段数组 BLA2，使其长度为 0，初始化表示曲面 1 和曲面 2 共同边界的线段数组 BLA 使其长度为 0。

step2: 从三角形数组 TA1 搜索曲面边界线(段)，结果存入线段数组 BLA1 中，从三角形数组 TA2 搜索曲面边界线(段)，结果存入线段数组 BLA2 中，求 BLA1 和 BLA2 的交集，结果存入 BLA 中，求 BLA1 与 BLA 的差集，结果存入 BLA1 中，求 BLA2 与 BLA 的差集，结果存入 BLA2 中，初始化曲线 BLA 所在平面的单位法向量 N，N 从曲线 BLA 指向曲线 BLA1。

step3: 初始化循环控制变量 I 为 0。

step4: 如果 I 等于 TA1 中的三角形的个数，即 TA1 中的每个三角形都被处理过，转 step9，否则从 TA1 中取(从 0 开始计数的)第 I 个三角形 T1；

step5: 初始化循环控制变量 J 为 0。

step6: 如果 J 等于 TA1 中的三角形的个数，即 TA2 中的每个三角形都被处

理过，转 step8，否则从 TA2 中取(从 0 开始计数的)第 J 个三角形 T2。

step7: 如果三角形 T1 和 T2 不相交或交线在这两个三角形的边上, 令  $J=J+1$ , 转 step6, 否则把这两个三角形分别分裂成多个三角形, 使得这两个三角形的交线是分裂后的某两个三角形的公共边, 从 TA1 中删除 T1, 在 T1 原来的位置处插入由 T1 分裂后得到的三角形, 从 TA2 中删除 T2, 在 T2 原来的位置处插入由 T2 分裂后得到的三角形, 转 step4。

step8: 令  $I=I+1$ , 转 step4。

step9: 计算三角形数组 TA1 和 TA2 中三角形的公共边, 将它们存入临时线段数组 LA 中, LA 表示曲面 1 和曲面 2 的交线。

step10: 计算 TA1 中顶点都不在边界线 BLA 上或有一个顶点在边界线 BLA1 的三角形, 这些三角形的存储在临时三角形数组 TA11 中, 计算 TA2 中顶点都不在边界线 BLA 上或有一个顶点在边界线 BLA2 的三角形, 这些三角形存储在临时三角形数组 TA21 中。

step11: 设置临时三角形数组 TA12 和 TA22, 令  $TA12=TA1-TA11$ ,  $TA22=TA2-TA21$ 。

step12: 改变公共边界线 BLA 中线段的方向, 使其正向相对于平面法向量 N 为逆时针方向。

step13: 从 TA12 和 TA22 中提取相交于公共边界 BLA 上的三角形面片对, 选择这对面片中相对于公共边界线 BLA 正向处于外侧的三角形面片, 将 TA12 中外侧三角形保存在临时三角形数组 TA13 中, 将 TA22 中外侧三角形保存在临时三角形数组 TA23 中。令  $TA12=TA12-TA13$ ,  $TA22=TA22-TA23$ 。

step14: 以交线 LA 为约束边界, 在 TA12 中搜索与 TA13 中相邻的三角形, 将这些三角形添加到 TA13 中, 在 TA22 中搜索与 TA23 中相邻的三角形, 将这些三角形添加到 TA23 中。

step15: 返回  $TA11+TA13+TA21+TA23$ , 结束。

使用如上所述曲面交叉处理算法, 可以对如图 6-3 所示的矿体分叉情况进行建模, 图 6-4 是通过这种方法建模得到的结果。

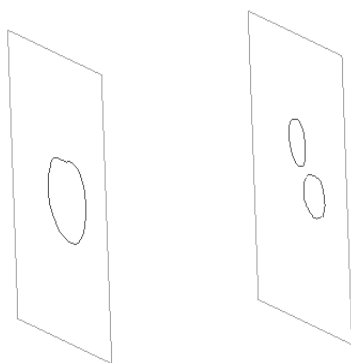


图 6-3 分叉矿体截面图



图 6-4 分叉矿体建模

中矿数智  
— DIGI MIN —中国地质科学院矿产资源研究所  
战略合作伙伴

## 第五节 地物化遥属性模型

属性建模通常采用地质统计学等方法，根据采样点的属性，推断任空间点的属性值。属性建模方法主要包括确定性建模、随机建模、多点地质统计学等。

### （1）确定性建模

确定性建模方法是对井间的未知区域进行的一种确定性预测，即从已经得到的地质测井资料的已知点出发，推测出井间未知区域的一种确定性储层参数，例如直接利用已知数据对未知点位置进行克里金插值。确定性建模方法很多，大体可分为三类，即克里金插值方法、数理统计插值方法和地震属性的地质变换。

### （2）随机建模

地质体是许多复杂地质过程，如构造作用、沉积作用及成岩作用的综合结果，因此地质体具有确定的性质和特征。但是由于认识程度的不足，对地质体的描述便具有不确定性。这些需要通过“猜测”而确定地质体的性质，即地质体的随机性质。随机建模就是以现有的数据或信息为基础，以随机模拟函数为理论，通过计

计算机技术生成无数多个可选的、等概率的、高精度的反映现有参数数据空间分布的模型。

随着对模拟方法的深入了解,研究学者对模拟方法的研究达到了更深层次,伴随而来的是更多的模拟方法被提出。随机模拟方法种类繁多,根据所要研究对象参数特征的不同可划分为连续型、离散型以及混合型;而根据模拟单元的不同可划分为基于目标的模拟和基于对象的模拟。即便模拟类型相同,模拟算法也可能千差万别。Journel 教授及其他学者详细讨论了模拟算法(移动立方格、矩阵模拟、误差模拟及序贯模拟),并将模型和算法特征进行了分类总结。

在众多的方法中,条件模拟和非条件模拟是随机模拟方法的两种基本方法,且以条件模拟最为常用,通常讲的随机模拟是指条件模拟。条件模拟和非条件模拟的根本区别在于:相对非条件模拟而言,条件模拟不仅要求模拟产生的储层随机图像(包含储层分布、物性等方面信息的图像)与实际所观测到的储层属性空间分布的相关结构相吻合,而且要求在井点或资料点处的随机模拟结果与实际资料吻合。建立地质模型的时候,条件模拟对已经得到的控制点不作任何修改;而非条件模拟则会变动一些控制点。

### (3) 多点地质统计学

实际的地质模型空间结构十分复杂而且大都是非离散的,在建模过程中需要考虑许多的地质变量,且实际采集获得的地质信息往往是不足的,传统的两点地质统计学无法满足实际建模需求。

多点地质统计学是一种将空间中多个数据点组合起来构成数据模板,然后把数据模板放到训练图像中,通过训练图像获取数据事件的过程。在多点地质统计算法中,通过获取估计所求位置点在整个数据事件中总共出现的次数来大致推算其在训练图像中出现的概率,最后通过随机抽样算法得到研究点处的状态值。

### (4) 属性建模空间插值技术

属性建模主要依据有限的取样分析数据,在没有数据的区域可采用空间插值算法,模拟三维地质对象的属性分布与变化规律。插值主要是依据已知样品数据对地质体相关的一些属性,包括元素品位、体重和矿体厚度等在未知位置的值进行插值。空间插值的基础是空间自相关性,即距离越近的事物越相似。

#### 距离幂次反比法(Inverse Distance Weighted Method, IDW)



IDW 广泛应用于矿床地质研究，是一种多元插值方法，假定区域化变量之间存在相关性并且这种相关性可以定量地表示为已知样点与待估点之间的距离的幂次成反比，通过已知样点的值计算待估点的值。

计算公式为：

$$Z^*(B) = \sum_{i=1}^n Z(X_i)\tau_i$$

式中：

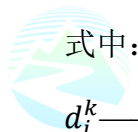
$Z^*(B)$ ：待估点的属性值；

$Z(X_i)$ ：为已知样点的属性值；

$\tau_i$ ：已知样点的权重。

依据 IDW 法的基本思想，确定权重 $\tau_i$ 的方法为：

$$\tau_i = \left(\frac{1}{d_i^k}\right) / \sum_{i=1}^n \left(\frac{1}{d_i^k}\right)$$



式中：

$d_i^k$ ——待估点与已知样点之间的距离；

$k$  —  $d_i$ 的幂指数，其取值由具体的研究情况确定，通常它可以取 1、2、3 等整数。

IDW 法还有一个重要的特点就是，各样点的权重之和为 1，对于待估点的估计值是待估点属性真值的无偏估计，多数情况下都能给出一个较合理的估计值。

## ②克里格法（Kriging）

克里格法是地统计学的主要内容之一，从统计意义上讲是从变量相关性和变异性出发，在有限区域内对区域化变量的取值进行无偏、最优估计的一种方法；从插值角度讲是对空间分布的数据求线性最优、无偏内插估计的一种方法。克里格法的适用条件是区域化变量存在空间相关性。克里格法涉及三个重要的概念。一是区域化变量，二是协方差函数，三是变异函数。

### a) 区域化变量

一个变量呈空间分布时称之为区域化变量，反映了空间某种属性的分布特征。区域化变量具有两个重要的特征。一是区域化变量 $Z(x)$ 是一个随机函数，它具有

局部的、随机的、异常的特征；其次是区域化变量具有一般的或平均的结构性质，即变量在点 $x$ 与偏离空间距离为 $h$ 的点 $x+h$ 处的随机量 $Z(x)$ 与 $Z(x+h)$ 具有某种程度的自相关，而且这种自相关性依赖于两点间的距离 $h$ 与变量特征。

### b) 协方差函数

协方差又称半方差，是用来描述区域化随机变量之间的差异的参数。在概率理论中，随机向量 $X$ 与 $Y$ 的协方差被定义为：

$$\text{Cov}(X, Y) = E[(X - EX)(Y - EY)]$$

区域化变量 $Z(x)$ 在空间点 $x$ 和 $x+h$ 处的两个随机变量 $Z(x)$ 和 $Z(x+h)$ 的二阶混合中心矩定义为 $Z(x)$ 的自协方差函数，即：

$$\text{Cov}[Z(x), Z(x+h)] = E[Z(x)Z(x+h)] - E[Z(x)]E[Z(x+h)]$$

设区域化变量 $Z(x)$ 满足二阶平稳假设，即随机函数 $Z(x)$ 的空间分布规律不因位移而改变， $h$ 为两样本点空间分隔距离， $Z(x_i)$ 为 $Z(x)$ 在空间位置 $x_i$ 处的实测值， $Z(x_i+h)$ 是 $Z(x)$ 在 $x$ 处距离偏离 $h$ 的实测值 $[i = 1, 2, \dots, N(h)]$ ，根据协方差函数的定义公式，可得到协方差函数的计算公式为：

$$c^*(h) = \frac{1}{N(h)} \sum_{i=1}^{N(h)} [Z(x_i) - \bar{Z}(x_i)][Z(x_i+h) - \bar{Z}(x_i+h)]$$

$N(h)$ 是分隔距离为 $h$ 时的样本点对的总数， $\bar{Z}(x_i)$ 和 $\bar{Z}(x_i+h)$ 分别为 $Z(x_i)$ 和 $Z(x_i+h)$ 的样本平均数。

### c) 变异函数

又称变差函数、变异矩，是地统计分析所特有的基本工具。在一维条件下，当空间点在一维 $x$ 轴上变化时，区域化变量 $Z(x)$ 在点 $x$ 和 $x+h$ 处的值 $Z(x)$ 与 $Z(x+h)$ 差的方差的一半为区域化变量 $Z(x)$ 在 $x$ 轴方向上的变异函数，记为 $\gamma(x, h)$

即：

$$\begin{aligned} \gamma(x, h) &= \frac{1}{2} \text{Var}[Z(x) - Z(x+h)] \\ &= \frac{1}{2} E[Z(x) - Z(x+h)]^2 - \frac{1}{2} \{E[Z(x)] - E[Z(x+h)]\}^2 \end{aligned}$$

在二阶平稳假设条件下，对任意的 $h$ 有， $E[Z(x)] = E[Z(x+h)]$ ，因此上式可

以改写为:

$$\gamma(x, h) = \frac{1}{2} E[Z(x) - Z(x + h)]^2$$

从上式可知, 变异函数依赖于两个自变量  $x$  和  $h$ , 当变异函数  $\gamma(x, h)$  仅依赖于距离  $h$  而与位置  $x$  无关时, 可改写成  $\gamma(h)$ , 即:

$$\gamma(h) = \frac{1}{2} E[Z(x) - Z(x + h)]^2$$

设  $Z(x)$  是某属性  $Z$  在空间位置  $x$  处的值,  $Z(x)$  为一区域化随机变量, 并满足二阶平稳假设,  $h$  为两样本点空间分隔距离,  $Z(x_i)$  和  $Z(x_i + h)$  分别是区域化变量在空间位置,  $x_i$  和  $x_i + h$  处的实测值 [ $i = 1, 2, \dots, N(h)$ ], 那么根据上式的定义, 变异函数  $\gamma(x, h)$  的离散公式为:

$$\gamma^*(h) = \frac{1}{2N(h)} \sum_{i=1}^{N(h)} [Z(x_i) - Z(x_i + h)]^2$$

克里格法基本包括普通克里格方法、泛克里格法、协同克里格法、对数正态克里格法、指示克里格法、折取克里格法等, 具体插值算法不再一一罗列。

### ③ 自然邻点插值法 (Natural Neighbor Interpolation, NNI)

以计算几何为理论基础, 体现了泰森多边形 (Thiessen Polygon) 的几何特性, 准确表达了离散数据间的局部相关性。其基本原理是先对所有样本点创建泰森多边形, 当对未知点进行插值时, 就会修改这些泰森多边形并对未知点生成一个新的泰森多边形。与待插值点泰森多边形相交的泰森多边形中的样本点被用来参与插值, 它们对待插值点的影响权重和它们所处泰森多边形与待插值点新生成的泰森多边形相交的面积成正比。

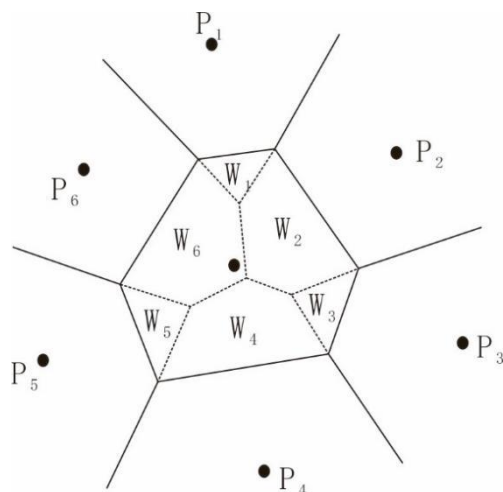


图 6-5 自然邻点插值法示意图(P1、P2、...、P6 为 x 的自然邻点，W1、W2、...、W6 为相应自然邻点的权重)

计算公式如下：

$$f(x) = \sum_{i=1}^n w_i(x) f_i$$

其中， $f(x)$ 为待插值点 $x$ 处的插值结果， $w_i(x)$ 为参与插值的样本点 $i$  ( $i = 1, \dots, n$ )关于插值点 $x$ 的权重， $w_i(x)f_i$ 为样本点 $f_i$ 处的值。权重为参与插值的样本点所处泰森多边形与待插值点所处泰森多边形交集的面积占待插值点所处泰森多边形面积的比例。

#### ④趋势面插值法 (Trend Surface Interpolation, TSI)

是针对大量离散点信息，从整体插值角度出发，进行趋势渐变特征分析的最简单的方法。趋势面分析一般是采取多项式进行回归分析，主要是因为多项式回归的求解比较简单，通常可以得到显示的数学解答。作为一个非精确的插值方法，趋势面插值用多项式表示的线或面按最小二乘法原理对数据点进行拟合，并用于估算其它值的点，线和面多项式的选择取决于数据是一维还是二维。

线性或一阶次趋势面的数学公式：

$$f(x, y) = b_0 + b_1x + b_2y$$

二次趋势面的数学公式：

$$f(x, y) = b_0 + b_1x + b_2y + b_3x^2 + b_4xy + b_5y^2$$

三次趋势面的数学公式：

$$f(x, y) = b_0 + b_1x + b_2y + b_3x^2 + b_4xy + b_5y^2 + b_6x^3 + b_7x^2y + b_8xy^2 + b_9y^3$$

式中：

$f(x, y)$ —— $x$  和  $y$  的函数；

$b$  ——由样本点估算。

趋势面插值法是一种在计算方法上极易理解的技术，大多数数据特征可以用低次多项式来模拟。

### ⑤样条函数插值法 (Spline Interpolation, SI)

是对一些限定的点值，通过控制估计方差，利用特征节点，采用多项式拟合的方法来产生平滑的插值曲线。这种方法适用于逐渐变化的曲面，如高程、地下水位高度或污染浓度等。该方法优点是易操作，计算量不大，缺点是难以对误差进行估计，采样点稀少时效果不好。

样条函数插值法又细分为：张力样条插值法 (Spline with Tension)、规则样条插值法 (Regularized Spline) 和薄板样条插值法 (Thin-Plate Spline)，具体插值算法不再一一罗列。

### ⑥离散平滑插值法 (Discrete Smooth Interpolation, DSI)

是一种不受维数限制的插值方法，依赖于网络结点的拓扑关系，不以空间坐标为参数。其核心思想是：利用类似有限元解微分方程的思路，通过离散化目标体，用一系列相互连结的节点（这些节点具有物理和几何特征）模拟地质体，将地质特征或属性信息转成节点上的线性约束，并引入到建立模型的全过程。DSI方法的要点在于：满足某种约束条件的已知节点值已在网络上，如果要在一个离散化的节点间建立相互联络的网络，那么可以通过解一个线性方程求得未知结点上的值。与传统的插值方法相比，该方法能和实际数据吻合，可以保证相邻数据间的平滑过渡，且在设定相关约束条件下可以实现等值线在投影平面上几何连续。该法综合了离散插值与曲面光滑两类算法的优势，能满足地质体建模的实际需要。

## 第六节 地质模型空间分析

### 6.1 体（曲面）布尔运算

三维模型的布尔运算是三维场景中对模型进行裁剪和空间分析的基础算法，其本质是曲面之间的切割问题。切割过程需要解决共面、非共面三角形的求交问题、网格的重新三角化问题、网格的分边问题、交线的计算问题等等。本课题提出并实现了一种含共面三角网的模型切割方法，可将模型切割中的共面三角形转换为不共面的清晰进行处理，统一了三角网的切割方法，算法流程包括碰撞检测、求交线、对相交三角形重新三角化与三角网分边四个主要步骤。

三角网切割的原始数据是两个三角网表面，为后面表述方便，两个三角网分别记为 SurfA(Surface A)与 SurfB。如果 SurfA 能够单独围成一个没有边界的三角网，就构成了体，即体是由三角网表面围成的封闭空壳。切割后的结果为五部分三角网：SurfA1、SurfA2、SurfB1、SurfB2、SurfAB。其中 SurfA 被分为 SurfA1、SurfA2 与 SurfAB，SurfB 被分为 SurfB1、SurfB2 与 SurfAB，SurfAB 为 SurfA 与 SurfB 重叠的部分。在不同的情况中，切割结果也有所不同，所以上述切割结果的每个部分均有可能为空。SurfA 与 SurfB 切割的基本流程图如图 6-6 所示。



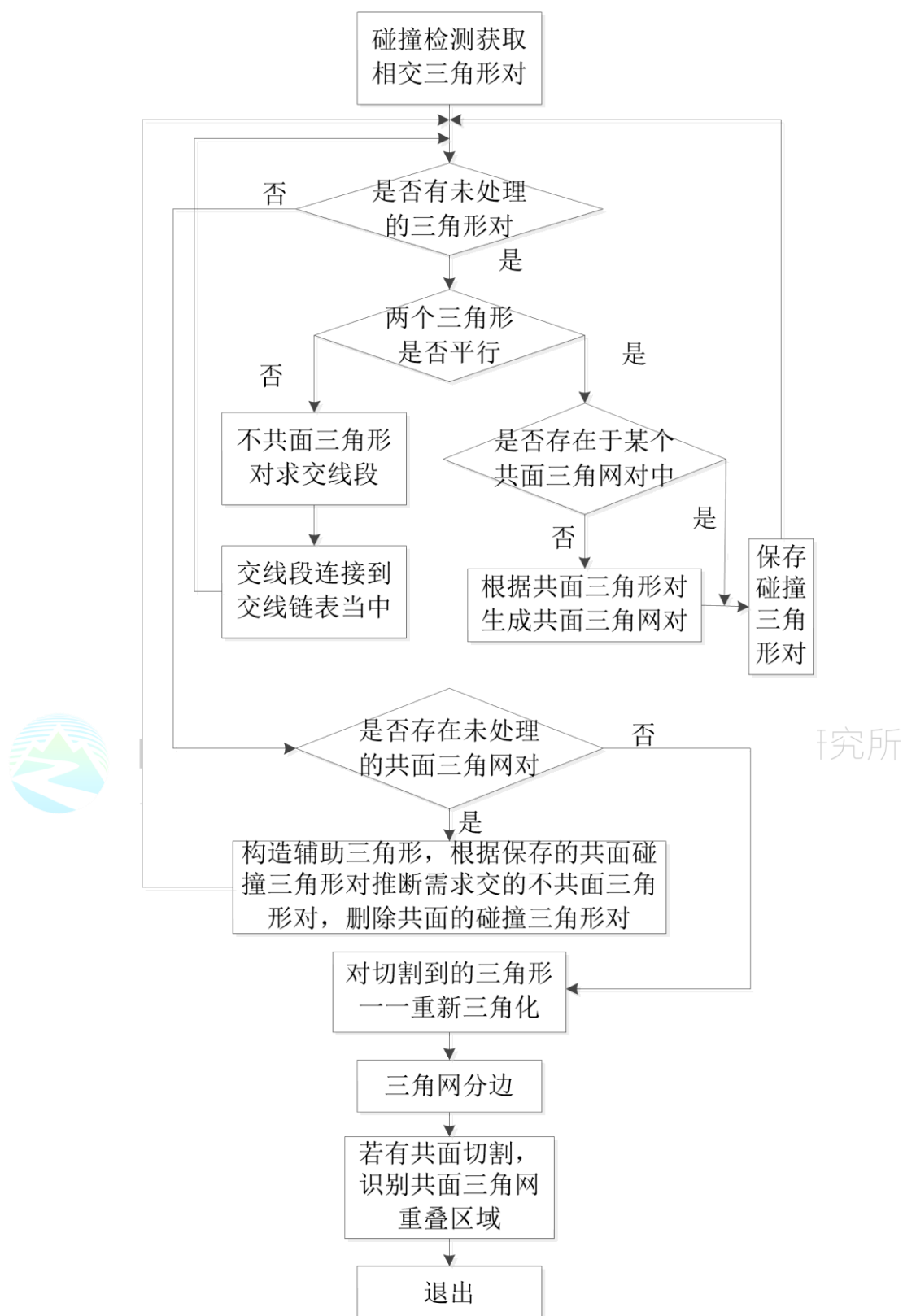


图 6-6 三角网切割算法流程

### (一) 网络的碰撞检测

分别用三角网 SurfA 与 SurfB 建立 OBB(方向包围盒, Oriented Bounding Box) 碰撞检测树 TreeA 与 TreeB, TreeA 与 TreeB 进行碰撞检测, 获取相交三角形对

**错误!未找到引用源。**碰撞检测可以尽早排除绝大多数不相交的三角形，降低计算交点的算法复杂度.下面对碰撞检测的重要性进行简单分析.

假设 SurfA 中有  $m$  个三角形，SurfB 与中有  $n$  个三角形.如果对三角形两两求交，算法复杂度均为  $O(mn)$ ，效率会非常低下.进行碰撞检测并获取 SurfA 与 SurfB 的碰撞三角形对，仅对碰撞三角形对求相交线段，能够大大提高求交线的效率.假设 SurfB 是一个平面三角网，边界是正方形，边长为  $a$ ，且小的正方形网格边长为 1，如图 6-7 所示.

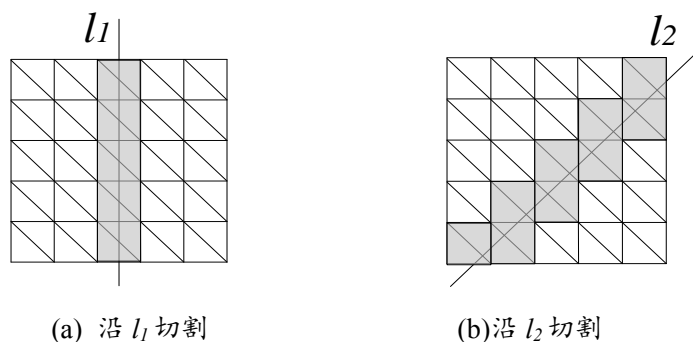


图 6-7 切割规则三角网

则 SurfB 三角形总数  $n=2a^2$ .假设 SurfA 是一个平面三角网，在图 5-7 (a) 和图 5-7 (b) 中分别沿  $l_1$ 、 $l_2$  对 SurfB 进行切割，则 SurfB 中被切割到的三角形数量分别是  $2a$ 、 $4a-2$ ，即  $O(\sqrt{n})$ .假设 SurfA 与 SurfB 所含的三角形大小不一，形状各异，上述规律同样适用.可以推断：SurfA 与 SurfB 中被切中的三角形数量的期望值分别为  $O(\sqrt{m})$  与  $O(\sqrt{n})$ .由于 OBB 包围盒对三角形包围紧凑，所求的碰撞三角形对基本上是相交的，所以碰撞检测能将三角网切割求交点的平均算法复杂度从  $O(mn)$  降到  $O(\sqrt{m}+\sqrt{n})$ .由于体是由面围成的空壳，因此若 SurfA 或 SurfB 是体，结论仍成立.

## (二) 三角网的交点计算

本研究采用的是 Tomas 提出的一种快速三角形相交检测方法，此方法效率较高，易于实现，并且能方便快速地确定交线段的方向.在求交线之前需要对 SurfA 与 SurfB 进行拓扑调整，这样才能保证交线段方向一致，正确连接形成交线.

例如在图 6-8 中，SurfA 与 SurfB 相交，SurfB 有 5 个三角形，用  $Tri_i(i=1, 2, 3, 4, 5)$  表示.根据碰撞检测所得的碰撞三角形对，计算交点和有向交线段.有

向交线段按照其方向首尾相连,即可生成交线.相交生成的交点、交线分布如图 6-9 所示.对于某一对碰撞三角形互相平行的情况,此处也要进行相应处理,具体处理方法将在第 2 节进行介绍.

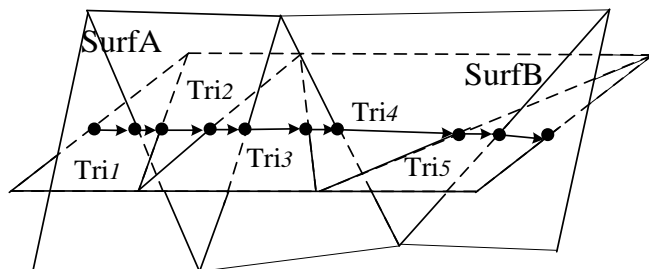


图 6-8 计算 SurfA 与 SurfB 的交点

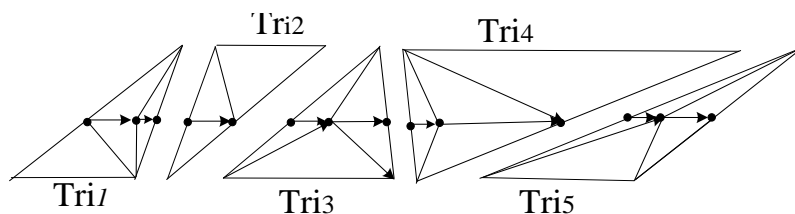


图 6-9 对相交三角形重新三角化

### (三) 相交后的重新三角化

重新三角化时要对相交三角形一一处理.先将某个相交三角形的顶点和其交点投影到二维平面,然后以交线段为约束线段,用带约束线段的三角化函数进行三角化.对每个相交三角形分别重新三角化后,结果如图 6-9 所示.重新三角化后,要用新的三角形将原三角形替换掉.在图 6-8 中, SurfB 的 5 个三角形全部进行了重新三角化,因此全部需要删除,用图 6-9 中的三角形代替. SurfB 更新后的结果如图 6-10 所示.

### (四) 相交后的三角网分边

对重新三角化后的三角网进行拓扑调整,并使所有三角形点的排列方向一致,从而根据交线将三角网分成两边.例如在图 6-10 中,拓扑调整之后,所有三角形的顶点均按顺时针方向排列,所以根据有向交线段  $P_1P_2$  能够搜索到三角形①。根据其余有向交线段,可以搜索出所有位于有向交线段下方且以交线段为边的三角形.以这些三角形为基础,即可搜索出所有交线下方的三角形,即图 6-11 中的 SurfB<sub>2</sub>,从而将 SurfB 分为 SurfB<sub>1</sub> 与 SurfB<sub>2</sub>,如图 6-11。

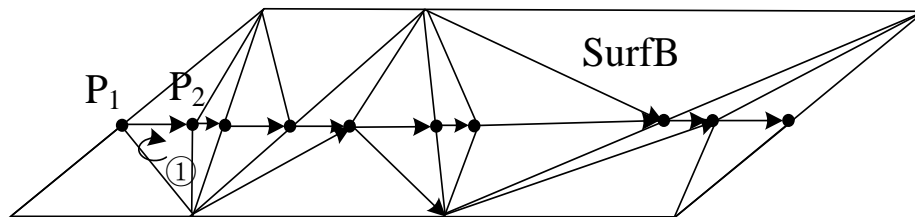


图 6-10 SurfB 更新结果

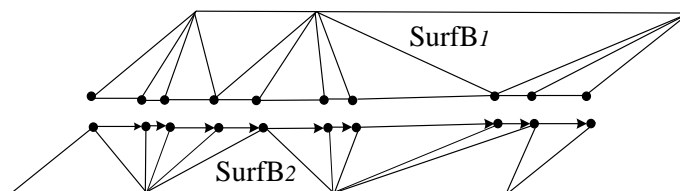


图 6-11 SurfB 的分边结果

#### (五) 含共面的三角形对交点交线计算

如图 6-12 所示,  $\text{CoSurfA}_i$  与  $\text{CoSurfB}_j$  为一对共面三角网, 相互切割产生  $P_1$ 、 $P_2$ 、...、 $P_7$  七个交点。 $P_7$  在  $\text{CoSurfA}_i$  与  $\text{CoSurfB}_j$  中均位于内部, 称  $P_7$  这类交点为内部交点, 其余为边界交点。由于三角网分边时仅需使用  $P_1$ 、 $P_2$ 、...、 $P_6$  构成的线圈, 可见内部交点不是必需的点, 所以不必求出。

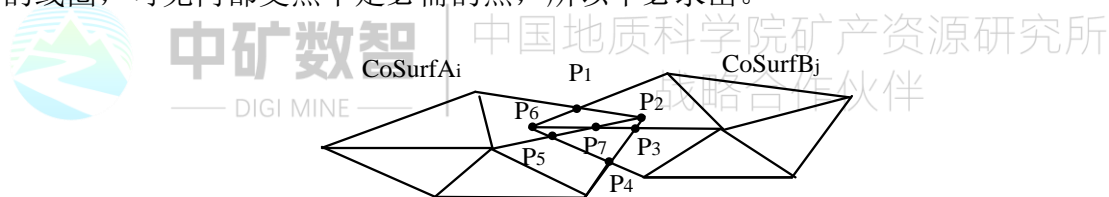


图 6-12 共面三角网

首先在适当位置添加两个辅助点  $M$ 、 $N$ , 然后构造两个新的三角网  $\text{SurfA}_{iM}$ ,  $\text{SurfB}_{jN}$  (图 6-13 所示的椎体), 棱锥的侧面即为辅助三角形。由于加入了辅助三角形, 就会产生新的碰撞三角形对。新的碰撞三角形对可以根据  $\text{CoSurfA}_i$  与  $\text{CoSurfB}_j$  已有的碰撞三角形对推断出来, 而不需另外的碰撞检测进行计算。例如在图 6-13 中,  $\triangle AP_2B$  与  $\triangle CP_6D$  是原共面三角网对的一对碰撞三角形, 则可推断  $\triangle AP_2M$  与  $\triangle CP_6D$ 、 $\triangle AP_2B$  与  $\triangle NP_6C$  是两对新的碰撞三角形对。再采用不共面切割方法, 根据新的碰撞三角形对, 用  $\text{SurfA}_{iM}$  的侧面切割  $\text{SurfB}_{jN}$  的底面, 生成交点  $P_1$ 、 $P_2$ 、 $P_3$ 、 $P_4$ , 且构成 3 条有向交线段; 用  $\text{SurfB}_{jN}$  的侧面切割  $\text{SurfA}_{iM}$  的底面, 生成  $P_4$ 、 $P_5$ 、 $P_6$ 、 $P_1$ , 也构成 3 条有向交线段。六条有向交线段按顺序首尾相连生成切割交线, 在图 6-13 中, 交线构成一条闭合线圈。

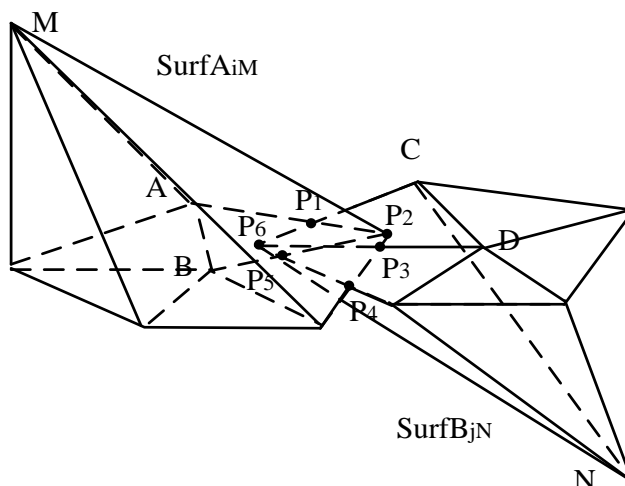


图 6-13 添加辅助三角形形成椎体

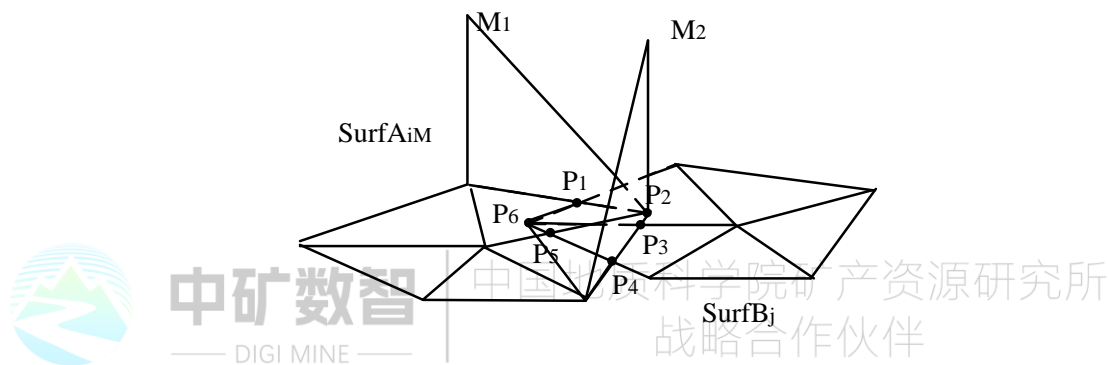


图 6-14 共面三角网添加辅助三

添加辅助三角形时，为避免产生形状很差的辅助三角形，也可以将  $\text{SurfA}_{iM}$  与  $\text{SurfB}_{jN}$  构造成柱状三角网；部分辅助三角形并没有参与切割，可以根据  $\text{CoSurfA}_i$  与  $\text{CoSurfB}_j$  的碰撞三角形对避免生成这些三角形。例如将  $\text{SurfA}_{iM}$  构造成如图 6-14 所示的形状。 $\text{SurfB}_{jN}$  的构造类似。

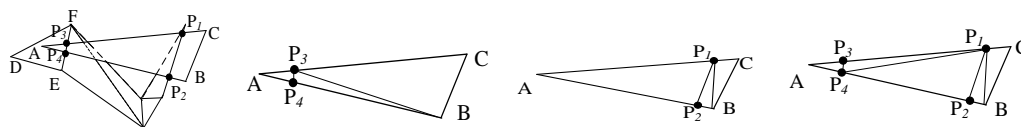
依次对所有共面三角网对进行上述处理，求出所有共面三角网切割交线。

#### （六）重新三角化

由于在三角网进行切割时，某个三角形可能同时进行了共面三角网切割和不共面三角网切割，因此共面三角网切割和不共面三角网切割的重新三角化步骤不能分开进行。

例如在图 6-15 中(a)中， $\triangle ABC$  和  $\triangle DEF$  共面，则在  $\triangle ABC$  中， $P_1P_2$  是不共面三角网切割生成的交线， $P_3P_4$  是共面三角网切割生成的交线，正确的分边应该能够将  $\triangle ABC$  分成三部分。假如共面切割与不共面切割分别进行三角化，结果分别如图 6-15(b)、(c)所示，则无法正确分边。所以  $P_1P_2$ 、 $P_3P_4$  要同时做为约束线段

对 $\triangle ABC$  进行重新三角化, 三角化结果如图 6-15(d)所示.此时可以正确将 $\triangle ABC$  分成三部分:(1)不共面区域 1: 四边形 $P_1P_2P_4P_3$ ; (2)不共面区域 2: 四边形 $P_1P_2BC$ ; (3)共面重叠区域:  $\triangle AP_3P_4$ .所以在图 5-15 所示的流程图中, 重新三角化要在求完所有交点交线之后集中处理。



(a) $\triangle ABC$  的交点 (b) $P_3P_4$  做约束线段 (c) $P_1P_2$  做约束线段 (d)  $P_1P_2$ 、 $P_3P_4$  做约束线段

图 6-15  $\triangle ABC$  重新三角化

### (七) 求交后含共面的三角网分边

共面三角网分边可在不共面三角网之后进行.在根据不共面三角网切割生成的交线对 SurfA、SurfB 进行分边后, 可产生分边结果 SurfA<sub>1</sub>、SurfA<sub>2</sub>、SurfB<sub>1</sub>、SurfB<sub>2</sub>.共面三角网的重叠部分就在这些三角网中, 需要用共面三角网的交线对它们分边, 然后将重叠部分识别出来.假如共 k 对共面三角网, 进行共面切割后生成 k 条交线, 下面以第一条共面切割交线  $l_1$  的处理方法进行说明.

假如用  $l_1$  对 SurfA<sub>1</sub> 分边(分边方法与不共面三角网交线对三角网分边的方法相同), 生成了 SurfA<sub>11</sub>、SurfA<sub>12</sub> 两个部分, 用  $l_1$  对 SurfB<sub>1</sub> 分边, 生成了 SurfB<sub>11</sub>、SurfB<sub>12</sub> 两个部分.其中有两个部分是重叠的.两个重叠部分的点和三角网通常不一样, 需要将这两个部分识别出来, 任取其一做为重叠区域, 即共面三角网切割结果中的重叠部分.如果同时需要这两部分三角网中所有的点, 也可以将两部分的点一起重新三角化, 生成的三角网做为重叠部分.共面三角网的重叠区域边界的点和边的数量相同, 占据的空间位置相同, 以此作为判定依据, 可将重叠区域识别出来.假如 SurfA<sub>11</sub> 与 SurfB<sub>11</sub> 重叠, 可任取其一作为 SurfAB<sub>1</sub>.这样  $l_1$  就将重叠部分 SurfAB<sub>1</sub> 分离了出来.然后将重叠部分 SurfA<sub>11</sub> 从 SurfA<sub>1</sub> 中删除, 即用 SurfA<sub>12</sub> 取代 SurfA<sub>1</sub>; SurfB<sub>1</sub> 同理处理。

若  $l_1$  对① SurfA<sub>1</sub>、SurfB<sub>1</sub> 分边后, 没有找到 SurfAB<sub>1</sub>, 还存在另外三种组合:

② SurfA<sub>1</sub>、SurfB<sub>2</sub>; ③ SurfA<sub>2</sub>、SurfB<sub>1</sub>; ④ SurfA<sub>2</sub>、SurfB<sub>2</sub>, 需要一一进行处理, 直至找到 SurfAB<sub>1</sub>.但是不需要重复分边, 例如  $l_1$  对组合②进行处理时, 无需再次用  $l_1$  对 SurfA<sub>1</sub> 的分边, 可以直接使用  $l_1$  对组合①处理后结果。



若 SurfA、SurfB 均是共面三角网，则只进行了共面三角网切割，此时不会生成 SurfA<sub>1</sub>、SurfA<sub>2</sub>、SurfB<sub>1</sub>、SurfB<sub>2</sub>。因此  $l_1$  要对 SurfA、SurfB 进行分边，并识别 SurfAB<sub>1</sub>。

其余共面三角网切割交线  $l_i(i=2, 3, \dots, k)$  处理方法类似，找到其余重叠部分。所有重叠部分 SurfAB<sub>i</sub>( $i=1, 2, \dots, k$ ) 构成 SurfA 与 SurfB 切割后的共面重叠部分 SurfAB。

## 6.2 体切割

### 6.2.1 矢量体切割

实体切割算法用一个折剖面对若干个空间实体进行切割，切得的结果包括截面线和截面，其中截面线由一组线段表示，截面由一组带属性值的三角形表示，折剖面是由等宽长方形连续拼接形成的空间曲面(图 6-16)。用折剖面切割实体包括两基本步骤：(1)用单个长方形切割实体；(2)把用长方形切割实体所得的结果合并成一个最终结果。该算法的关键点在第 1 步。

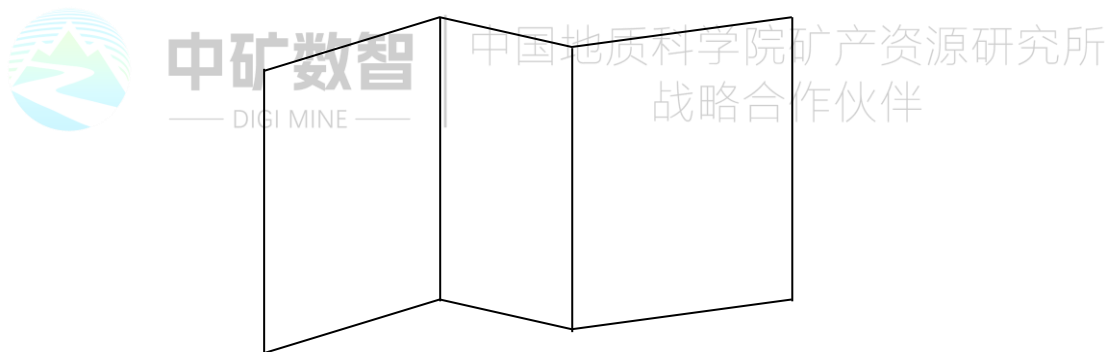


图 6-16 折剖面

用长方形对单个空间实体进行切割的算法描述如下：

**step1:** 初始化表示实体的三角形数组 SA，初始化长方形 R，使 R 的各顶点在实体的外部，初始化表示截面线的线段数组 LA，其长度初值为 0，初始化表示截面的三角形数组 TA，其长度初值为 0，初始化交点数组 PA，其长度为 0，该交点数组用于存放长方形 R 的边与实体的交点。

**step2:** 如果 SA 中的每个三角形都被处理过，转 step4，否则取 SA 中的下一个三角形角 T。

**step3:** 计算三角形 T 与长方形 R 的交线和交点，如果交线存在，将交线添

加到截面线数组 LA 中，如果长方形 R 的边与三角形 T 相交，将交点添加到交点数组 PA 中，转 step2。

**step4:** 设置临时线段数组 TLA，使其长度为 0，从交点数组 PA 中提取交点，如果两个交点在长方形 R 的同一条边上且为相邻交点，那么用这两个交点构造一条线段并将该线段添加到线段数组 TLA 中；

**step5:** 将截面线数组 LA 中的线段添加到线段数组 TLA 中。根据 TLA 中的线段搜索多边形，对每个多边形进行三角划分，将三角划分得到的三角形添加到三角形数组 TA 中；

**step6:** 返回，结束。

计算结束时，线段数组 LA 和三角形数组 TA 中分别存放了截面线数据和截面数据。

### 6.2.2 块段切割

块段切割算法用一个水平面或垂直平面对一组块段进行切割，切割的结果得到一个 Quad3D 类型的数组，一个 Quad 包含四边形的四个顶坐标、一个品位值和一个 ID 值。用一个平面对单个块段进行切割的算法描述如下：

**step1:** 初始化切割平面单位法向量 N，初始化切割平面上任意一个点的坐标  $P0(x0, y0, z0)$ ，初始化块段 B，初始化 Quad3D 类型的(输出)变量 Q，将 Q 中的品位值赋值为块段 B 中的品位值，初始化计算器 Count 为 0。

**step2:** 如果 Count 值等于 4 或者块段 B 中的每一条棱都被处理过，转 step4，否则取块段 B 的下一棱 P1P2，其中 P1 和 P2 的坐标分别为  $(x1, y1, z1)$  和  $(x2, y2, z2)$ 。

**step3:** 计算线段 P1P2 与切割面的交点 P，如果交点 P 不存在或交点在 P1P2 的端点，转 step2，否则将交点 P 存储到 Q 中从 0 开始计数的第 Count 个顶点处，令  $Count=Count+1$ ，转 step2。

**step4:** 如果 Count 等于 4，相对于法向量 N 按逆时针方向重新排列 Q 中的顶点坐标。

**step5:** 如果 Count 等于 4，返回 true，否则返回 false，结束。

当计算返回时，如果返回值为 true，那么输出变量 Q 中存放有块段切割的结果值。

## 第七章 探矿者中资源量估算的计算机实现

### 第一节 资源量估算的要求与原则

#### 1.1 资源量估算基本要求

凡参与资源量估算的团队及主要专业人员应具备相应的工作能力,熟悉勘查区(矿区)的成矿地质特征及相应矿种(类)地质勘查规范。掌握拟采用的资源量估算方法和适用条件。

估算资源量时,估算人员应对参与资源量估算的资料信息,进行全面的交接、校核;检查无误时,接收并签字。资料不齐全或有误时,限期提供;否则不予接收。必要时须签署保密文件。

资源量估算所依据的(原始)地质资料,应经过野外验收、检查合格。所提交的包含资源量估算成果的各种资源储量报告,应有相关责任人签字。

参与资源量估算的原始数据信息应真实、客观、完整、有效。其中的测绘、地质测批(包括水文地质、工程地质、环境地质、地球物理、地球化学测量等)、探矿工程(包括专门开采技术条件工程)、采样加工测试等工程质量验收合格。任一单项工程的样品采集、分析质量不合格,不能参与资源量估算。内检、外检分批次提取送样,当该批次内检、外检分析质量不合格或未做内检、外检分析的,其所代表的所有样品不得参与估算资源量。

矿石加工选冶技术性能试验样品应具有代表性,其试验结果应是:矿石加工利用在技术上可行,经济上合理,环境上允许。采用类比方法的,应提供两个项目详细的类比项,如矿床类型、氧化程度、矿石物质组成、矿石类型、结构构造、嵌布特征、赋存状态、矿石矿物的颗粒大小、蚀变种类和强度、有害组分等的类比结果,并要提供对比矿山的生产工艺流程、生产效益和经济效益,生产中存在的主要问题;类比结果不符合要求时,应采集具有代表性的矿石加工选冶技术性能试验样,明确矿石的可利用性。

对多组分的共伴生矿产,选矿试验研究程度应符合 DZ/T-0340 的要求或经矿山生产证实,有用组分综合回收在技术上可行,经济上合理,环境上允许,可采用折算后以主组分表示的当量品位。

矿产勘查项目采集的选矿试验样的结果表明,尾矿品位大于边界品位时,应

重新论证工业指标。

当资源量估算结果，其矿石质量指标未达到工业指标要求时，不能通过四舍五入的方式人为提高矿床平均品位，以满足工业指标要求。

资源量估算的文、图、表内容应相互吻合。按照数据库格式建立工程数据库表，便于数据核实和不同软件的共享。

## 1.2 资源量估算方法

我国固体矿产资源量估算常用的方法包括几何法、地质统计学法、距离幂次反比法、SD 法等。

### 1.2.1 几何法

将不同形态的矿体分割成若干简单的几何体（块段），估算其平均品位、平均厚度、面积，从而得到矿体资源量。常用的几何法有地质块段法、断面法（剖面法）、最近地区法（同心圆法、多边形法）、三角形法、算术平均法、开采块段法、等值线法等。

### 1.2.2 地质统计学法

以区域化变理论为基础，以变异函数为主要工具，为既有随机性又有相关性的空间变量（通常为矿石品位等矿体的属性）实现最优线性无偏估计，通过块体约束估算资源量（通常称克里格法）。常用的有普通克里格法、对数克里格法和指示克里格法等。

### 1.2.3 距离幂次反比法

利用样品点和待估块中心之间距离取幂次后的倒数为权系数进行加权平均，通过块体约束估算资源量。

### 1.2.4 SD 法

以构建结构地质变量为基础，运用动态分维技术和 SD 样条函数（改进的样条函数）工具，采用降维（拓扑）形变、搜索（积分）求解和递进逼近等原理，通过对资源储量精度的预测，确定靶区求取资源量，也被称为“SD 结构地质变量样条曲线断面积分计算和审定法”或“地质分维拓扑学法”。常用的 SD 法有框块法、任意分块法、精度预测法等。

## 1.3 资源量估算原则

### 1.3.1 工业指标

矿床工业指标体系包括工程指标体系和矿块指标体系。

#### (一) 工程指标体系

工程指标体系：包括但不限于边界品位、最低工业品位、最小可采厚度、最小夹石剔除厚度等指标。通常在几何法（如断面法、地质块段法等）估算资源量时采用。应用时针对单个勘查工程（部分矿种为块段）采用边界品位结合最小可采厚度及最小夹石剔除厚度等要求界定矿石与围岩，采用最低工业品位圈出工业上可利用的矿石，再利用各勘查工程的圈矿结果，通过内圈或外推确定矿体及工业矿体的范围，估算资源量。

#### (二) 矿块指标体系

矿块指标体系：通常以边际品位为主，兼顾其他因素，在地质统计学法、距离幂次反比法等估算资源量时采用。一般根据地质矿化规律采用某一个品位界线（一般介于地质上的矿化品位与工程指标体系中的边界品位之间）圈出的一个比较完整的矿化域，在矿化域内按照一定的大小划分估算品位的单元块，继而对单元块进行品位估值，再采用边际品位界定单元块是矿石还是废石，然后统计资源量，在单元块中用边际品位来圈定矿体。

### 1.3.2 矿体圈定

#### (一) 矿体圈定原则

用于资源量估算的矿体边界的圈定，应区别于勘查过程中对特殊地质体——矿体的自然连接，遵循资源量估算中的相关要求。

对不同勘查程度的勘查区，都应根据区内的主要控矿因素和地质规律，结合其他因素客观地圈连矿体。矿体圈定的顺序是：单工程—横向、纵向剖面—二维平面—三维空间，由表及里、由浅入深地依次圈连。

采用工程指标圈定矿体（层）时，应符合下列要求：

- 1.单工程中矿体（层）的圈连，连续达到边界品位的样品，可圈为一个矿体（层）。
- 2.若相邻工程的相应位置都有夹石，可将夹石（即使小于夹石剔除厚度）对

应连接，圈连出两个或多个矿体（层）。

3.当地表或工程证实矿体具有分支复合特征时，应遵循地质规律将矿体进行分支复合形态处理。

4.剖面上矿体的圈连，勘查区内有与矿体密切关系的标志层，应根据标志层的分布特征圈连矿体。剖面上两工程间矿体的圈连，通常应以直线连接。任意地段矿体的厚度，不应大千相邻工程中最大的见矿厚度。一些受古地理地貌、古岩溶或构造影响的矿体，圈连时应充分考虑矿体产出的特点。矿体中夹石的圈连也应遵循这一原则。

5.平面上矿体（层）的圈连，先从地表或覆盖层下的矿体开始，圈连方法同剖面图；平面上矿体边界的圈连，只需用直线连接各剖面上矿体的尖灭点即可；依据工业指标圈连平面上的矿体，只需将各剖面上的最小可采厚度点相连即可。

采用矿块指标体系估算资源量时，一般考虑矿化体（层）等因素对矿化域进行圈定，再以边际品位为主，兼顾其他因素进行矿体圈定。估算时应对采用的边际品位做出详细说明。

## （二）矿体外推原则

采用几何法时，矿体的圈连需要外推，分为有限外推和无限外推两种。

1.有限外推：在剖面上，相邻两工程一个见矿另一个不见矿时，矿体边界的推定有两种不同的处理方法。当实际工程间距小于经验工程间距时，以实际工程间距  $1/2$  尖推（工程间距指相邻两工程所见矿体厚度中线的距离）；当实际工程间距大于经验工程间距时，以经验工程间距  $1/2$  尖推。普查阶段主要任务是找矿，不要求系统工程网度，矿体的圈连可用实际工程间距的  $1/4$  平推处理。

2.无限外推：见矿工程向外再没有工程控制时，允许以矿体产出特征结合拟推的资源量类型的经验工程间距  $1/2$  尖推。

3.边界工程的品位为米·克 / 吨值或米·百分值时，不得外推（薄脉型矿体除外）。

4.相邻两工程一个见矿另一个见矿化（品位大于或等于  $1/2$  边界品位）时，允许尖推实际工程间距的  $2/3$ 。

5.夹石圈连的原则同圈矿原则。两相邻工程一个有夹石另一个没有夹石时，遵循两工程间夹石圈连厚度不大千相邻工程的最大厚度。



地质统计学法可根据矿化域范围内估值结果确定矿体边界。距离幂次反比法可采用矿体或矿化域范围进行估值确定。SD 法根据 SD 样条曲线,按照矿体品位、厚度的变化规律,搜索有限外推边界;对于无限外推,一般依据 SD 法计算的基距及地质可靠程度所对应的框棱来确定。

## 1.4 资源量估算技术要求

### 1.4.1 矿体圈定要求

凡单样品位达到工业指标中边界品位和最小可采厚度的要求或满足采用米·克/吨值或米·百分值的要求时,即可圈入矿体。

当矿体边部的工程品位是米·克/吨值或米·百分值时,不得外推(薄脉型矿体除外)。矿体内部出现单工程米·克/吨值或米·百分值时,不影响矿体的圈连。

主矿体上下边部零星分散的低品位矿,从充分利用资源的角度出发,在满足最低工业品位要求的前提下,可以带入多个低品位矿样。当矿体中出现厚大连片的低品位矿时,应分别圈连工业品位矿和低品位矿。工业品位矿的顶、底板出现厚大连片低品位矿时,允许带入相当夹石剔除厚度的低品位矿,目的是防止工业品位矿过度贫化。

矿体中出现特高品位样时应做处理。若矿体中存在富矿段,应单独圈连。两相邻工程主要有用组分不同或一个为工业品位矿另一个为低品位矿时,需分别圈连,应视周边矿体的产出特征,采用对角线方法分别连矿。平面或剖面上未经证实相连的矿体,不能归为同一矿体,不能用同一矿体编号。

矿区内有些单样达到边界品位或以上,而周围工程相应位置没有发现对应的矿体,则只能作为矿点在图上标注,并统计说明。矿体呈分支复合形态时,用几何法估算资源量时不得采用压缩法。各分支矿体应单独估算资源量。

盲矿体的圈定,应特别加强对矿头部分的控制。详查阶段应根据勘查区的地质特征和矿体的产出规律适当加密。勘探阶段应增加工程满足盲矿体上端部圈矿的需要。缺少加密工程控制时,外推间距应是勘查区内相应工程间距的  $1/4 \sim 1/3$  尖推。

矿体的氧化带、混合带、原生带(三带)界线的划分应以物相分析结果为依据。普查阶段要注意收集资料,详查、勘探阶段应结合区内地形、地质和构造特

征，在有代表性的工程中采集物相分析样品。物相分析样品应及时采样、送样，以免由于人为因素造成氧化程度的增加。

需采用含矿率估算资源量的，首先须确定矿体的含矿率指标。含矿率分为工程含矿率、线含矿率、面积含矿率等。

采用精矿法估算伴生组分资源量时，应确定这些伴生组分能从精矿中回收，并依据精矿中该伴生组分的含量和精矿的产率求得。

估算资源量时的 1/4 平推，主要适用于矿产勘查的普查阶段。详查、勘探阶段圈连矿体，应严格遵循工业指标要求。

矿体圈连不允许连续外推。即不得据见矿点外推后又据外推点向外任意方向再次外推。

工程间距主要用于查明矿体的连续性，应由是否达到不同勘查阶段对控制矿体连续性的要求来检验，不能简单地放稀或加密一倍来衡量。勘探阶段对矿体连续性的控制要求是确定的，不论施工了多少工程，只有消除了所有的多解性，确定了矿体的连续性，才能达到勘探阶段的查明程度。详查阶段的矿体连续性查明程度只需要基本查明，即允许有一定的多解性。普查阶段的矿体连续性查明程度是推断出来的。

采用地质统计学法和 SD 法时，可遵循上述原则，也可根据各自方法的圈矿要求执行。

### 1.4.2 块段（矿块）划分技术要求

分矿体、矿石类型（品级）、勘查程度、资源量类型划分资源量估算块段。

块段划分主要依据地质研究程度和矿体控制程度，二者缺一不可。不得仅依据工程间距大小，不考虑相应的地质研究程度要求划分块段。

块段划分不宜过大或过小，尤其是厚度变化较大的矿体，应结合矿山建设设计和生产的需要划分。通常以两条勘查线之间的 4 个工程组成的规整块段为宜。当工程呈不规则状分布时，以最近间距的相邻工程圈定块段。厚度较稳定、构造不复杂的沉积矿产，两条勘查线间单个块段的工程数可适当放宽。

同一资源量类型的块段分布应相对集中，控制程度高的应分布在先期开采地段（首采区），不同资源量类型的块段不得相间交错分布，以利于矿山建设设计和生产。

探明资源量、控制资源量块段应有实际工程控制（最近地区法除外）。煤炭勘查中，跨越断层划定探明资源量和控制资源量块段时，均应在断层的两侧各划出 30m~50m 的范围作为推断资源量块段。断层密集时，不允许跨越断层划定探明资源量或控制资源量块段。

小构造或陷落柱发育的地段，不应划定探明资源量或控制资源量块段。探明资源量或控制资源量块段不得直接以推定的老窑采空区边界、煤的风化带边界或以插入法确定的可采边界为边界。

块段划分尽可能做到估算资源量对各工程的利用次数相同或相近，尽可能减少利用次数的不均匀性造成的误差。不允许因某个工程品位高或厚度大反复利用构成放射状块段。

采用地质统计学法和 SD 法时，可遵循上述原则，也可根据各自方法划分矿块。

## 第二节 地质块段法

### 2.1 基本原理

该方法是将矿体投影到一个平面上，按一定的原则把矿体分割成相互衔接的块段，然后分别计算各块段的资源量；各块段资源量的总和，即为矿体的资源量。

根据投影方式划分为垂直纵投影地质块段法，水平投影地质块段法和倾斜投影地质块段法。

### 2.2 适用条件

地质块段法适用于二维延展的矿体，允许勘查工程与勘查线有一定偏离。不适用三维延展的矿体，特别是勘查工程穿矿方式不一致的情况。

垂直纵投影地质块段法适用于倾角较陡的矿体。水平投影地质块段法适用于倾角较缓的矿体。

### 2.3 编制估算图件

采用垂直纵投影地质块段法应编制矿体垂直纵投影图。投影面方位垂直于勘查线，与矿体的总体走向一致。除标高线、勘查线、资源量估算边界外，其核心要素是见矿工程穿过矿体中心点位的投影，以及相应未见矿工程的投影。见矿工程应标注真厚度或垂直投影面的水平厚度、平均品位等数据。再次基础上确定资

源量类型，划分块段。估算后应标注各块段资源量估算参数及估算结果。

采用水平投影地质块段法应编制矿体水平投影图。除坐标线、勘查线、资源量估算边界外，其核心要素是见矿工程穿过矿体中心点位的水平投影，以及相应未见矿工程的投影。见矿工程应标注真厚度或铅直厚度、平均品位等数据。在此基础上确定资源量类型、划分块段。估算后应标注各块段资源量估算参数及估算结果。

## 2.4 资源量类型与矿体外推

依据勘查类型、工程间距、控制研究程度，按照单矿种规范确定资源量类型。探明、控制资源量原则上依照见矿工程内圈，不外推。矿种有特殊规定的从其规定。

相邻的两个工程一个见矿，另一个不见矿时，采用有限外推法，自见矿工程外推工程间距的  $1/2$  尖灭。若实际工程间距大于推断资源量工程间距，则按推断资源量工程间距的  $1/2$  尖推。为计算方便，在投影图上采用工程间距的  $1/4$  平推。

探明和控制资源量原则上不应以外推的界线为界。但沿脉坑道上、下介于推断和控制资源量勘查工程间距之间的取样工程见矿时，或者见矿工程连线两侧，当介于推断和控制资源量勘查工程间距之间的取样工程见矿且矿体厚度和品位变化不大（厚度稳定、品位均匀或较均匀）时，可平推基本勘查工程间距  $1/4$  的控制资源量。

除薄脉型矿体以外，以米·百分值（或米·克/吨值）圈定的矿截不外推。

## 2.5 块段划分

地质块段法块段的划分服从资源量估算结果分类汇总的需要。主要的划分要素有矿体连续性、资源量类型、矿石工业类型（需要分采分选的）、产状畸变（切矿断层两盘或褶皱两翼）和其他需要分别汇总得界限，如矿界、开采境界、不同开发利用状况界限等。凡上述要素相同的应划分为相同块段。不同的应分别划为不同块段。

一个见矿质量点不宜被过多块段使用；个别达到边界品位，低于最低工业品位的质量点，可作为见矿工程划入块段；推断资源量不限定与工程内圈。

## 2.6 估算参数

### 2.6.1 单工程矿体厚度

1.参数计算法：单工程矿体厚度（M）为单个样品厚度之和。

如下图所示，单样品真厚度（m）计算公式：

$$m = l \cdot (\sin \alpha \cdot \sin \beta \cdot \cos \gamma \pm \cos \alpha \cdot \cos \beta)$$

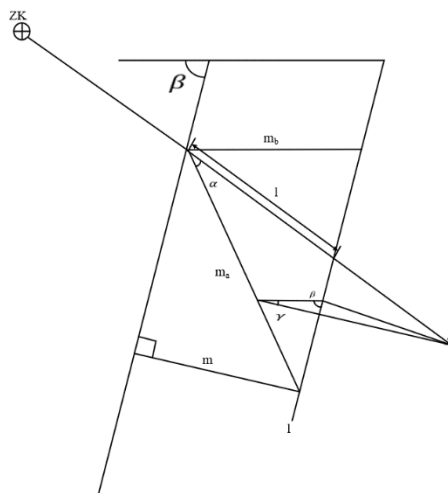


图 7-1 单工程单样品厚度示意图

其中：

m——样品真厚度，单位为米（m）；

$m_h$ ——单样水平厚度，单位为米（m）；

$m_v$ ——单样垂直厚度，单位为米（m）；

l——样品长度，单位为米（m）；

$\alpha$ ——钻孔天顶角或样槽坡度角的余角，单位为度（°）；

$\beta$ ——矿体倾角，单位为度（°）；

$\gamma$ ——钻孔穿过矿体处钻进方位或样槽方位与矿体倾向夹角，单位为度（°）。

当工程倾斜方向与矿体倾斜方向相反时用“+”号，相同时用“-”号； $\alpha$ 、

$\beta$ 、 $\gamma$ 均为正的锐角。

单样水平厚度：

$$m_h = m / \sin \beta$$

单样垂直厚度：

$$m_v = m / \cos \beta$$

## 2.多样品厚度计算:

a) 单样品累计: 根据样品真厚度( $m$ )与矿体品倾角( $\beta$ )计算出样品的水平厚度( $m_h$ )与垂直厚度( $m_v$ )，单工程矿段的水平厚度( $M_h$ )为单样品水平厚度之和，垂直厚度( $M_v$ )为单样品垂直厚度之和。如下图所示。

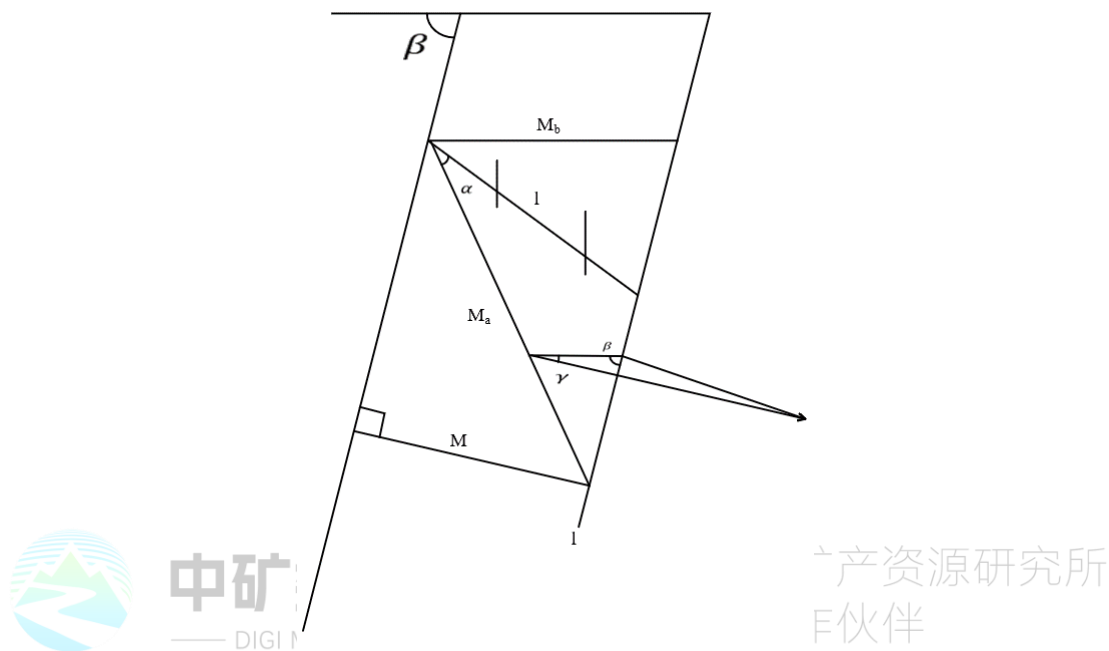


图 7-2 单工程多样品厚度示意图

b) 平行面厚度算法: 根据前述厚度的计算原理，不论怎样的探矿工程，其穿过矿体的样品的角度是不同的（图 B.2），需要对每个样品进行厚度计算，其过程比较复杂。实际上，对于层状、似层状矿体（层）的两个端点按照矿体（层）产状形成两个平行面，无论工程穿过矿体（或样品）的方向如何，其矿层法线方向的厚度不变（或以平行面间距代替相互平行的顶底板之间的厚度），即可通过入矿点和出矿点之间的距离以及矿层的产状，利用三维软件直接计算出两个面之间的真厚度。

### 2.6.2 单工程平均品位 (C)

矿层单工程平均品位以该矿层各样品代表厚度或长度为权的加权平均值。即

$$C = \frac{C_1 l_1 + C_2 l_2 + \cdots + C_n l_n}{l_1 + l_2 + \cdots + l_n}$$

式中:

C ——平均品位;



$C_n$ ——各个样品的品位；

$l_n$ ——各个样品的厚度或者长度，单位为米（m）；

$n$ ——样品个数。

### 2.6.3 块段的平均品位（ $C_b$ ）

块段的平均品位一般采用块段内单工程平均品位与厚度加权平均求得。即

$$C_b = \frac{C_1 m_1 + C_2 m_2 + \cdots + C_n m_n}{m_1 + m_2 + \cdots + m_n}$$

式中：

$C_b$  ——平均品位；

$C_n$ ——各个样品的品位；

$m_n$ ——各个样品的厚度或者长度，单位为米（m）；

$n$ ——样品个数。

若块段内勘查工程上部由坑道工程组成，下部由钻孔组成，计算块段平均品位时，则块段内上、下两部分应按工程影响权数对等的原则处理后再加权平均。

若同一采样位置，坑道与钻孔的采样测试结果不一致，品位按厚度或长度加权，厚度按算术平均后合成一个工程，再参与块段平均品位的计算。

### 2.6.4 块段的平均厚度（ $m_b$ ）

块段的平均厚度一般可采用算术平均法计算。即

$$m_b = \frac{m_1 + m_2 + \cdots + m_n}{n}$$

式中：

$m_b$ ——块段的平均厚度，单位是米（m）；

$m_n$ ——块段内单工程的厚度，单位为米（m）；

$n$ ——工程个数。

在有穿脉、沿脉与钻孔联合圈出的块段，应考虑工程影响的权重。首先将穿脉或沿脉坑道工程分别加权平均，使块段内穿脉或沿脉工程与钻孔权重相近后，方可按算术平均法计算平均厚度。

### 2.6.5 块段的面积和体积

块段的投影面积( $S_p$ )可直接通过软件测量获得；用投影面积与矿体倾角( $\beta$ )可

以得到块段的真面积( $S_r$ )。

当 $S_p$ 为垂直纵投影面积( $S_{vp}$ )时:

$$S_r = S_{vp} / \sin \beta$$

当 $S_p$ 为水平投影面积( $S_{hp}$ )时:

$$S_r = S_{hp} / \cos \beta$$

块段的体积(V)一般采用如下方式计算:

a)一般用块段真面积 $S_r$ 乘以块段真厚度 $m_b$ 求得, 即

$$V = S_r \cdot m_b$$

b)也可用块段的投影面积乘以垂直厚度或水平厚度求得。

水平投影时块段体积:

$$V = M_v \cdot S_{hp}$$

垂直纵投影时块段体积:

$$V = M_z \cdot S_{vp}$$

#### 2.6.6 块段矿石量与金属量

块段矿石量等于块段体积乘以块段体积质量。

块段金属量等于块段矿石量乘以块段平均品位。

有的矿种不要求估算金属量, 有的要求估算矿物量或者化合物量, 从其规定。

## 第三节 断面法

### 3.1 基本原理

断面法是利用地质断面图进行资源量估算的方法，在断面之间或断面两侧进一步划分块段，然后分别计算各块段的资源量；各块段资源量的总和，即为矿体或矿床的资源量。

断面法一般分为水平断面法和垂直断面法。垂直断面法又称为勘查线剖面法，或剖面法。垂直断面法又分为平行断面法和不平行断面法。在勘查线两侧各 1/2 间距作为控制范围进一步划分块段的方法称为线资源储量法。

### 3.2 适用条件

断面法适用于以勘探线法或水平勘查法进行勘查，探矿工程主要分布在勘查剖面上或水平断面上，偏移不大的各类矿床。特别是矿体为一维延展（如筒状、柱状）或三维延展，矿体厚大、形态复杂、穿矿工程交错等不适合使用地质块段法的矿床。

垂直断面法适用于以勘查线法勘查的矿床。  
水平断面法适用于以穿脉、沿脉等水平坑道及坑内水平钻孔等探矿工程进行水平勘查的矿床。

### 3.3 编制估算图件

采用垂直断面法的，在勘查线地质剖面图的基础上编制垂直断面资源量估算图，突出表示剖面两侧资源量类型及块段划分内容。

采用水平断面法的，在水平断面地质图的基础上编制水平断面资源量估算图，突出表示断面上下资源量类型及块段划分内容。

为反映块段相对位置及资源量估算结果，一般要求编制主矿体垂直纵投影资源量分布示意图。

### 3.4 矿体圈定

在断面图上圈定矿体要遵循控矿地质因素和矿体地质规律，与地质要素相协调。工程之间的矿体一般应以直线连接，当有充分依据时也可用自然曲线连接。

矿体外推边界的圈定方法分为：

a) 地质推断法，根据岩相、构造、围岩变化特点与矿化的关系，推定矿体边

界。

b) 形态推断法, 以矿体形态变化规律(趋势)为基础进行外推圈定。

c) 几何推断法, 当不能用地质推断法或形态推断法时, 可用几何法推断外部边界。

d) 异常推断法, 根据已知矿体及其地球物理或地球化学异常特点, 用类比法推断未知矿体的边界。

推断的矿体厚度不得大于工程实际控制的厚度。当相邻两剖面间矿体形态受地形影响较大时, 应适当增加辅助剖面圈矿。

### 3.5 资源量类型与块段划分

资源量类型的划分应首先在断面图上, 按照控制研究程度判断地质可靠程度类别。在总体地质规律把握的前提下, 允许适当放宽工程间距(网度)限制。

相邻断面间, 同一矿体对应部位资源量类型相同, 划为该类型的一个块段。

相邻断面间, 同一矿体对应部位资源量类型不同, 划为低一级类型的一个块段。

相邻断面间, 无同一矿体或边缘断面外推, 依地质形态楔形外推或锥形外推断面间距的 1/2, 划分为推断块段。

相邻断面间, 同一矿体、同矿石类型品级(需要分采分选时)、同资源量类型的划分为一个块段。不得再按见矿工程细分块段。

### 3.6 估算参数

#### 3.6.1 平均品位

1. 矿体断面平均品位 ( $C_s$ )

一般用各工程矿体的平均品位与其穿矿长度加权求得。计算公式为

$$C_s = \frac{\sum_{i=1}^n (C_i \times m_i)}{\sum_{i=1}^n m_i} \quad (i = 1, 2, \dots, n)$$

式中:

$C_s$ ——矿体断面平均品位;

$C_i$ ——单工程平均品位;

$m_i$ ——单工程矿体穿矿长度, 单位为米 (m)。

## 2. 分支矿体平均品位

当矿体分支时，矿体断面平均品位一般用同一矿体中个分支矿体的工程品位与各分支矿体的断面面积加权求得。计算公式为

$$C_s = \frac{\sum C \times S}{\sum S}$$

式中：

$C_s$ ——矿体段面平均品位；

$C$ ——各分支矿体的工程平均品位；

$S$ ——各分支矿体的断面面积，单位为平方米（ $m^2$ ）。

## 3. 块段平均品位（ $C_b$ ）

用组成矿段相邻断面的平均品位和断面面积加权求得。计算公式为

$$C_s = \frac{\sum C \times S}{\sum S}$$

式中：

$C_s$ ——块段平均品位；

$C$ ——组成块段的断面平均品位；

$S$ ——组成块段的断面面积，单位为平方米（ $m^2$ ）。

### 3.6.2 断面面积（ $S$ ）

通过相关软件可直接获得矿体或块段在断面上的面积。

### 3.6.3 块段长度（ $L$ ）

块段长度分为两种情况。由平行断面控制的块段，长度为两断面间的距离；由不平行段面控制的块段，长度为两断面间的平均距离。

### 3.6.4 平行断面块段体积（ $V$ ）

由于相邻断面矿体形态的差异，分别选用不同的体积计算公式。

a) 当相邻两断面的矿体形状相似，其相对面积差大于 40% 时，用截锥形体积公式，如下图。

$$V = \frac{1}{3} L \cdot (S_1 + S_2 + \sqrt{S_1 S_2})$$

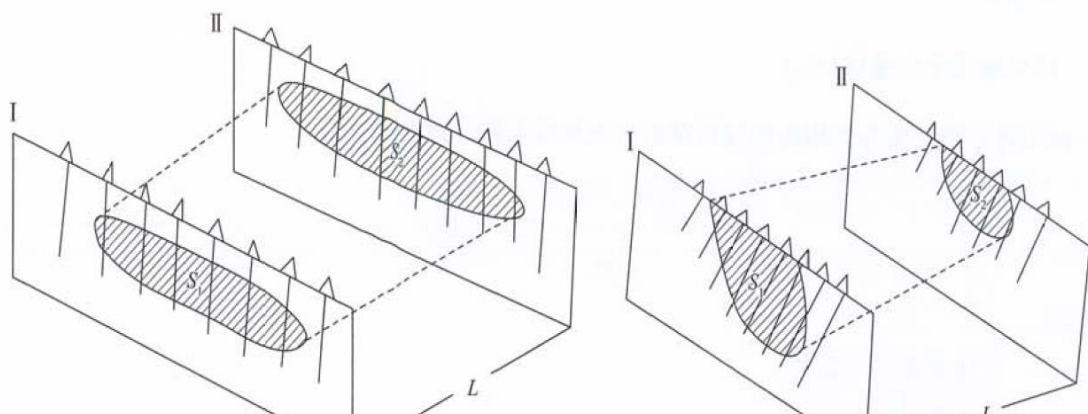


图 3-4-3 截锥形和梯形示意图

b)当相邻两断面的矿体形状相似，其相对面积差小于或等于 40%，用梯形体积公式，也可用截锥形体积公式：

$$V = \frac{1}{2}L \cdot (S_1 + S_2)$$

c)当矿体为锥形尖灭时，块段体积可用锥形公式计算，也可用截锥形体积公式：

$$V = \frac{1}{3}L \cdot S_1$$

d)当矿体为楔形尖灭时，块段体积可用楔形公式计算：

$$V = \frac{1}{2}L \cdot S_1$$

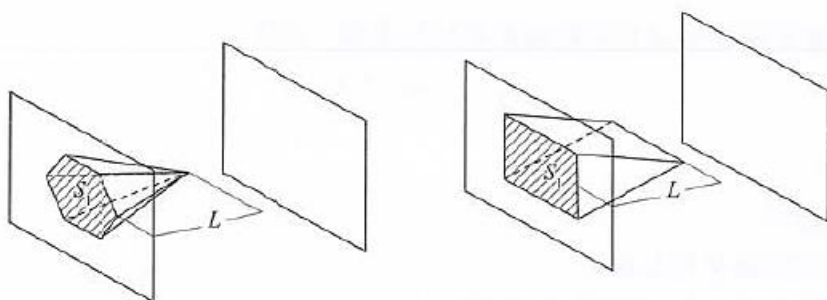


图 7-3 锥形和楔形示意图

其中：

V——块段的矿体体积，单位为立方米（m<sup>3</sup>）；

L——两断面之间的距离，单位为米（m）（楔形公式，锥形公式中，L 为外推距离）；

S<sub>1</sub>、S<sub>2</sub>——块段上矿体在相邻两剖面上对应面积，单位为平方米（m<sup>2</sup>）。



### 3.6.5 不平行断面块段体积

不平行断面法体积计算：一般采用辅助中线法，用辅助中线将块段的水平投影平均分为两部分，用每一部分投影面积分别除以临近矿体断面的投影宽度即得到分块段平均长度，用分块段的平均长度乘以分块段的断面面积得到分块段的体积，两者之和即得块段体积。

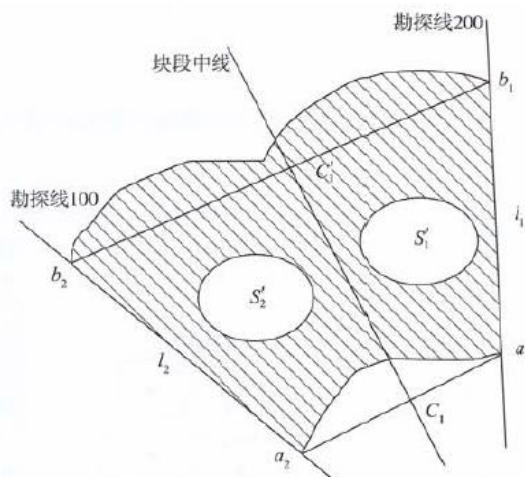


图 7-4 不平行断面法示意图

该块段体积公式为

$$V = \frac{S_1 S'_1}{l_1} + \frac{S_2 S'_2}{l_2}$$

式中：

- 块段体积，单位为立方米（m<sup>3</sup>）；
- 断面面积，单位为平方米（m<sup>2</sup>）；
- 两个辅助块段的水平投影面积，单位为平方米（m<sup>2</sup>）；
- 两个断面上矿体的投影宽度，单位为米（m）。

### 3.6.6 块段处理

当相邻断面块段形态对应不好时，应采用合并块段依次扣除法计算体积与平均品位。先计算同一矿体包括所有块段的体积与平均品位，再依次扣除较小范围的块段，以提高相邻剖面间面积拟合程度。

## 第四节 地质统计学法

### 4.1 基本原理

#### 4.1.1 克里格法原理

应用克里格法对区域化变量进行局部估计时,将矿体划分成许多相同或相似的长方体,用在一定范围内系列样品点的品位值 $v_\alpha$  ( $\alpha=1, 2, \dots, n$ ) 为每个长方体估值,以估计方差最小、权系数之和等于1为条件,形成克里格方程组:

$$\begin{cases} \sum_{\beta=1}^n \lambda_\beta \bar{C}(v_\alpha, v_\beta) - \mu = \bar{C}(v_\alpha, V) \\ \sum_{\alpha=1}^n \lambda_\alpha = 1 \end{cases}$$

式中:

$\bar{C}(v_\alpha, v_\beta)$ ——样品对之间的协方差平均值 ( $\alpha=1, 2, \dots, n$ );

$\bar{C}(v_\alpha, V)$ ——样品点与长方体中心之间的协方差平均值;

$V$ ——每个长方体的体积支撑;

$\lambda_\alpha, \lambda_\beta$ ——样品的权系数;

$\mu$ ——拉格朗日因子。

求解克里格方程组所得的权重系数 $\lambda_\beta$ ,采用加权平均的方法得到 $V$ ,

$$\text{即: } \sum_{\beta=1}^n \lambda_\beta v_\beta = V$$

#### 4.1.2 距离幂次反比法原理

距离幂次反比法是利用样品点和待估块中心之间距离取幂次后的倒数为权系数进行加权平均的方法。以待估块中心为圆心,以搜索半径画圆(或椭圆),计算落入圆(或椭圆)内每一样品与待估块中心的距离。计算公式为:

$$x_b = \frac{\sum_{i=1}^n \frac{x_i}{d_i^m}}{\sum_{i=1}^n \frac{1}{d_i^m}}$$

式中:

$x_i$ ——落入影响范围的第 $i$ 个样品的值;

$d_i$ ——第  $i$  个样品到待估块中心的距离;

$n$ ——样品个数;

$m$ ——幂次;

$x_b$ ——待估块的估值。

## 4.2 适用条件及方法选择

勘查工作程度达到详查及以上, 样品数据量和密度较大, 足以计算出各个方向实验变异函数, 并能通过拟合转化为理论变异函数时采用克里格法。

矿体形态为二维延展时, 采用二维克里格法; 矿体形态为三维延展时, 采用三维克里格法。

根据矿体结构, 即矿石自然类型、工业类型、工业品级和非矿夹石的形态、空间分布特征、种类和它们的相互关系以及成矿期的构造, 选择相应的克里格法。

根据区域化变量统计分析, 结合变异函数的分布特征分别选择如下方法:

- a) 当假设区域化变量的数学期望值为某一已知常数时, 选用简单克里格法。
- b) 当区域化变量满足二阶平稳假设 (或内蕴假设) 且数学期望值未知时, 选用普通克里格法。
- c) 当区域化变最不服从正态分布但服从对数正态分布时, 选用对数正态克里格法。

d) 对有多期矿化, 区域化变量呈现多峰分布时, 选用指示克里格法。

e) 当区域化变量在大范围内具有方向性的趋势变化 (即非平稳性), 或具有漂移存在时, 选用泛克里格法。

当区域化变量变化系数满足矿化在比较均匀的范围内 (对应矿化均匀或比较均匀的, 具体变化系数值可查阅各分矿种规范, 一般变化系数小于或等于 150%), 可用距离幂次反比法或普通克里格法。

## 4.3 估算参数选择

克里格法估算参数包括变异函数参数、搜索椭球体参数和块体参数; 距离幂次反比法估算参数包括幂次参数、搜索椭球体参数和块体参数。

变异函数参数包括:

- a) 基本滞后距: 是计算变异函数时分隔样品对的矢量的最小长度, 一般由计算全向变异函数获得。当选定一个基本滞后距得到的全向实验变异函数最容易

拟合出理论变异函数时，即为最佳滞后距。

b) 块金值( $C_0$ )：反映出区域化变量在小尺度上的变异程度，表明变量的随机成分。沿钻孔方向以最小滞后距计算变异函数时，所拟合的理论变异函数曲线与纵坐标的交点即为块金值，见图 5。一般情况下，一个估算域内只有一个块金值。

c) 基台值( $C$ )：表明了估算域内变量的相关程度，其数值由变量的方差减去块金值取得。由基台值与块金值构成了变异函数的总基台( $C+C_0$ )，见图 7-5。

d) 变程 $R$ ：表明了变量在估算域内自相关性存在的最大范围，一般是理论变异函数曲线中最初达到总基台值时所对应的距离，见图 7-5。

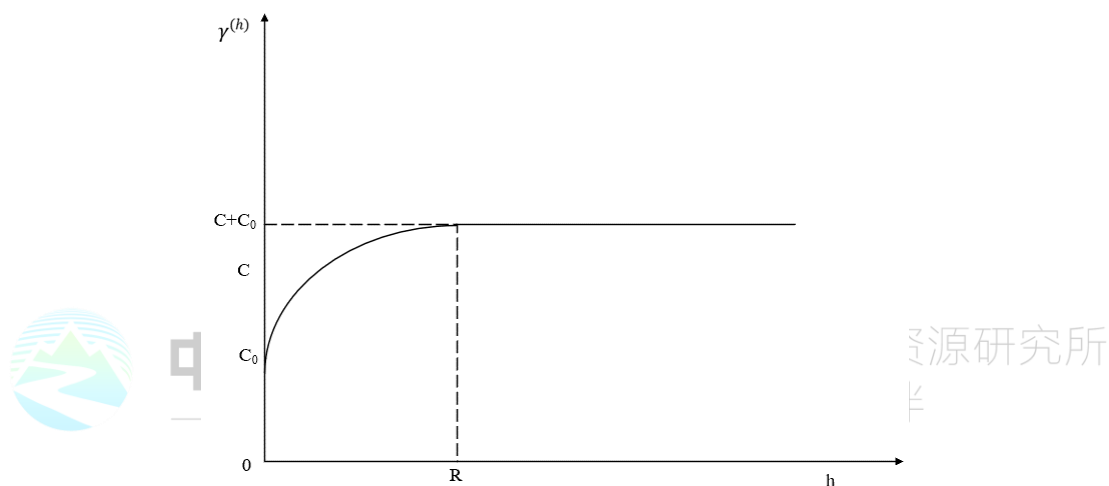


图 7-5 变异函数球状模型曲线示意图

幂次参数的选取：

a) 幂次一般在 1~3 之间取值。变量的空间变化性越大、变化速度越快，则取值越大。

b) 根据工程网度和样品密度取值。密度大，取大值，反之取小值。

c) 应通过交叉验证幂次的合理性。

搜索椭球体参数包括椭球体的方位角、倾伏角、倾角、主轴的搜索半径、次轴的搜索半径（或用主轴与次轴的比值表示）、短轴的搜索半径（或用主轴与短轴的比值表示）。若样品点空间分布不均匀，具有丛聚的情况，可将搜索椭球体分为多个扇区，每个扇区内可根据需要确定最少工程数、最少样品数和最多样品数。

块体模型（也称品位模型）的参数主要是设置块模型方向和块体尺寸（长、

宽、高)以及进行次级分块。块体模型属性可记录块体所在的位置(即块质心点坐标)、尺寸大小,还可以附加不同属性如矿岩类型、矿种、品位、体积质量、数学运算赋值的属性、资源类别等。这些属性均保存在块模型文件中,既可以通过估值的方法赋值,也可以通过属性名称直接赋值,还可以进行相关数学运算赋值。

## 4.4 估算流程

### 4.4.1 数据准备

建立数据库,从地质数据库或电子表格中提取参与资源量估算的基础数据,至少包括勘查工程或生产工程定位表、工程测斜表、样品分析表和地质岩性表。表中所列的字段是必不可少的。对数据进行纠错及完整性和逻辑性检查。通过三维软件对工程数据进行位置对比查看和空间关系分析。

### 4.4.2 地质解译建立矿化域或矿体模型

将地质数据库中的钻孔、探槽和坑道等工程数据绘制成图,作剖面图或中段平面图。矿岩界线清晰时,在剖面图或中段平面图上根据品位结合地层、岩性、构造,以及矿体产状等地质特征进行地质解译,圈定矿体或矿化域及夹石边界线。

根据矿化特征,矿岩界线呈过渡关系时,选取矿化品位值或低于一般工业指标的值圈连矿化域,采用矿块指标体系圈定矿体范围。

剖面图上矿体或矿化域边界线的圈定和外推原则,参见本规程通则部分和有关固体矿产勘查工作规范。

资源量估算通常建立的模型包括地形三维模型、矿体或矿化域模型、夹石模型、岩体模型和地质构造模型等。

采用矿体模型或矿化域模型作为估算范围时,需要对模型进行质最检查,确保模型的合理性。

### 4.4.3 估算域的划分

当矿体被断层、岩脉等线性构造切割或错断(见图7),使得构造两侧区域化变总统计特征存在明显差异,应以此线性构造为界划分不同的区域,设置不同的估算参数进行估算。

当矿体出现褶皱,使得矿体的走向和倾角发生变化(见图8),无法使用一个

搜索椭球体时，应将矿体划分成不同的估算域，分别设置不同的估算参数进行估算，或用动态椭球参数进行估值。

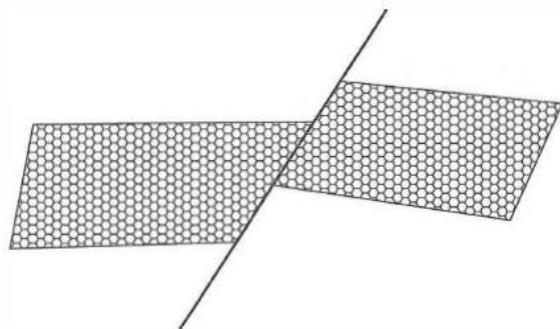


图 7-6 矿体被断层错断示意图

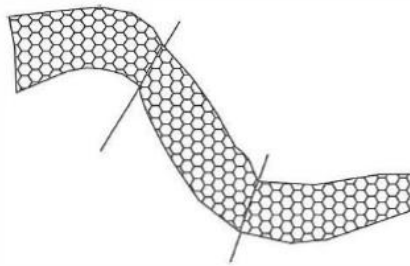


图 7-7 矿体的产状受褶皱影响发生改变示意图

当矿体内出现多个矿石类型或者有用元素局部富集（见图 7-8），或者受岩性控制（见图 10），而使区域化变盘统计特征存在明显差异时，应将矿体按不同矿石类型或富集特征划分成不同的区域，分别设置不同的估算参数进行估算。

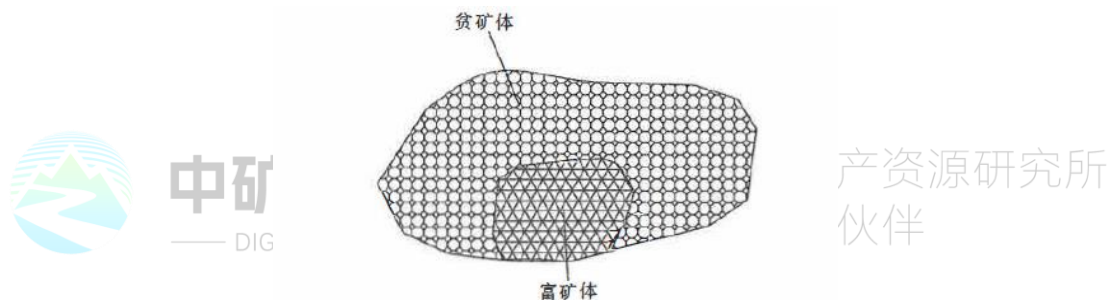


图 7-8 根据矿体的富集特征不同划分估算域示意图

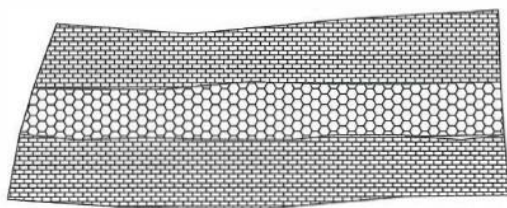


图 7-9 根据岩性不同划分估算域示意图

#### 4.4.4 样品数据统计分析及特异值处理

对样品统计分析及特异值处理时，应以矿化域或矿体为单位进行。

对区域化变盘进行估值前，分别绘制区域化变量的分布直方图、累计频率分布曲线或概率图等，判断其分布特征，并计算区域化变量的统计特征，如最小值、最大值、样品数、平均值、中值、方差、标准差、偏度、峰度和变化系数等。

识别和处理特异值可采用分位数法、估计邻域法、影响系数法、概率曲线法



和累计频率分布曲线法等数理统计方法。

如采用对数正态克里格法或指示克里格法进行变量估值时,不进行特异值的处理。

#### 4.4.5 样品等长度组合

样品等长度加权组合应限制在相应的矿体(层)内。其长度取值应为统计中主要的样长值。

组合后的样段与原样段的长度变量统计特征应保持最大程度上的一致。

等长组合须在对原样品进行特异值处理后进行。

#### 4.4.6 建立块模型

根据矿化域或矿体空间范围、形态和产状,采用一定长、宽、高尺寸的块为单位,形成整个估算区域的块模型(可根据矿体产状和形态创建次级分块和旋转块模型)。

影响块模型尺寸的主要因素有矿体规模、勘查工程间距、开采方式(露天开采或地下开采)和采矿工艺(矿房尺寸或露天开采台阶高度)、克里格效率等。其中克里格效率 = (块方差 - 克里格方差) / 块方差,其值介于 0~1 之间。通过对比不同尺寸的块模型的克里格效率值,克里格效率值最大时所对应的块模型尺寸是最优的。

#### 4.4.7 建立变异函数模型

通过调整滞后距的大小,确定最佳基本滞后距。

通过计算沿钻孔小尺度上样品值的变异性,确定块金值。

通过计算各方向的变异函数,确定估算域的最大连续性方向(主轴)、次连续性方向(次轴)和最小连续性方向(短轴),三个方向在空间上应相互垂直。求得三个方向的实验变异函数(见图 7-10),采用适当的数学模型进行拟合,求出每一个方向的基台值 C、变程 R。

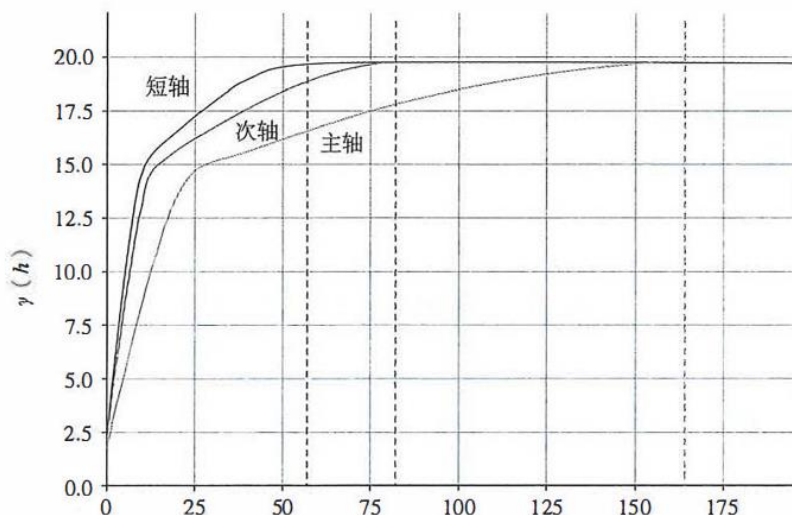


图 7-10 三个方向的实验变异函数示意图

变异函数结构的套合：

a) 进行变异函数结构套合的目的是把不同距离上的变异性组合起来代表整个矿体的变异结构。每个方向可以由不同的数学模型套合形成一个理论变异函数，但不同方向上数学模型的个数和类型须一致。

b) 进行估算前，需要将搜索椭球体三个轴向上的理论变异函数套合在一起。当三个轴的变异函数结构具有相同的块金值和基台值而具有不同的变程值具有几何异向性的特征时，变异函数的套合方法是用搜索椭球体的主轴方向的数学模型来代表其他方向，根据搜索椭球体三个轴向的变程，再给出主轴与次轴及主轴与短轴的比值。

#### 4.4.8 搜索椭球体的设置

采用克里格法时，通过变异函数特征，确定搜索椭球体各轴向的产状和半径。

确定搜索椭球体的产状后，应将搜索椭球体与估算域或矿体进行叠加对比，观察两者的产状是否协调一致，如图 7-11 所示。

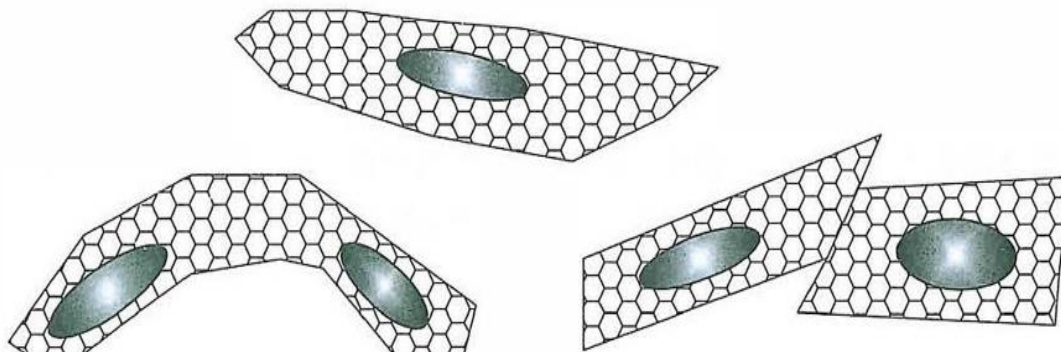


图 7-11 搜索椭球体与矿体或估算域叠加示意图

确定搜索椭球体扇区数，并设置每个扇区的最少和最多样品数，减少丛聚数据对估值的影响。采用距离幂次反比法时，搜索椭球体参数应依据矿体规模和产状确定，还要结合勘查类型和工程间距，也可以通过变异函数模型确定。

采用可变椭球体进行估值时，应使用实体模型对搜索椭球体参数进行约束。

#### 4.4.9 交叉验证

交叉验证的目的是检验变异函数模型参数和搜索椭球体参数的合理性。

交叉验证的理想结果是真值与估计值的误差均值趋近于“0”，误差方差与克里格估计方差比值趋近于“1”。

若交叉验证结果不理想，应修改或重新拟合理论变异函数并再次交叉验证，直到取得一套合理的变异函数参数和搜索椭球体参数为止。

#### 4.4.10 变量估值

对每一个矿化域或矿体，可根据区域化变量的分布和统计特征，选择普通克里格法或距离幂次反比法。

采用普通克里格法估算时，对个别矿体规模较小且计算变异函数有困难的情况下，可采用距离幂次反比法或其他方法进行估算。

使用距离幂次反比法进行变量估值时，应根据工程间距、样品数和估算域规模确定估值搜索半径；使用克里格法时，估值搜索半径的选择还须主要考虑变程。

对于采用工程指标体系圈定的矿体，最大搜索半径可超过变程，确保矿体内所有块体都能获得相应的估计值。采用矿块指标体系时，估值的最大搜索半径一般不超过变程的4倍。

#### 4.4.11 变量估值结果验证

采用地质统计学法（含距离幂次反比法）对区域化变量进行估计后，应采用局部验证或全局验证的方法进行检验。

局部验证的方法是在剖面图或平面图上比较参与估算的组合样品值与相邻块体估计值之间的相近程度、外推的距离和方向，判断估值的可靠性。

全局验证的方法是沿某些方向按照一定的间距划分一系列的区域，分别计算落在每一个区域中参与估值的组合样品平均值和块体模型估值的平均值，绘制成两条曲线图，通过两条曲线的吻合度，判断估值的合理性和可靠性。

可采用另一种适用的估算方法对主要矿体进行验算,对比绝对误差和相对误差,判断估值的可靠性。

## 4.5 资源量分类与估算结果

### 4.5.1 资源量分类

应根据搜索半径、工程数、样品数等因素对块体进行资源量分类。对于“孤岛”现象,即不同类型在空间上相互穿插或包含,应根据工程控制程度和地质可靠程度进行人为干预。

应在剖面图上或平面图上勾画出不同类型轮廓界线并圈连成分类轮廓体,对块体模型的分类属性进行赋值。

采用我国的资源量分类规范进行分类。

### 4.5.2 资源量估算结果

资源量汇总参照本规程通则和国家相关规范执行。

地质统计学法提交资源量报告章节的编写参见相关报告编写规范。



**中矿数智**  
— DIGI MINE —

中国地质科学院矿产资源研究所  
战略合作伙伴

## 第八章 探矿者中常用的资源评价方法

可作为矿产资源靶区预测和资源量预测的统计方法很多,有些方法原理比较简单,放在本章中介绍。本章主要介绍特征分析法、证据加权法、找矿信息量法、蒙特卡落法、“三部式”方法和地质参数体积法的基本原理。

### 第一节 特征分析方法

#### 1.1 概述

特征分析(Botbol, 1971)是一种多元统计分析方法。在矿产资源靶区预测中,常采用它来圈定预测远景区。它是传统类比法的一种定量化方法,通过研究模型单元的控矿变量特征,查明变量之间的内在联系,确定各个地质变量的成矿和找矿意义,建立起某种类型矿产资源体的成矿有利度类比模型。然后将模型应用到预测区,将预测单元与模型单元的各种特征进行类比,用它们的相似程度表示预测单元的成矿有利性。并据此圈定出有利成矿的远景区。特征分析方法不要求因变量,自变量必须是二态或三态变量。该方法具有计算简单、意义明确的特点。它能充分利用资料,充分发挥地质人员的经验和学识。因而得到了广泛的应用。

#### 1.2 特征分析方法的基本原理

##### 1.2.1 数学模型

特征分析方法进行矿产资源靶区定位预测,选择的变量是与成矿有关或对找矿有意义的变量。它的取值采用二种形式:二态取值或三态取值。二态取值是指变量只有两种状态,用数字表示为1或0,当变量对成矿或找矿有利取值为1,否则取值为0;三态取值是指,变量有三种不同状态,用数字表示为-1, 0, 1,当变量对成矿有利时赋值为1,不利时赋值为-1,其它情况赋值为0。变量的取值只具有不同状态的含义,而无数值度量的含义,如果变量是定量变量,它的变化是某个连续的数值区间,这时应先将变量离散化,使之具有离散的取值形式,这时才能应用到模型中。

特征分析所选择的模型单元应具有一定的代表性。应是性质相同的同母体样品。

设有  $m$  个变量  $x_j(j=1, 2, \dots, m)$ ,  $n$  个模型单元,第  $j$  个变量在第  $i$  个单元

上的取值为  $x_{ij}(i=1, 2, \dots, n; j=1, 2, \dots, m)$ , 原始数据矩阵为

$$\mathbf{X} = \begin{pmatrix} x_{11} & x_{12} & \Lambda & x_{1m} \\ x_{21} & x_{22} & \Lambda & x_{2m} \\ \mathbf{M} & \mathbf{M} & & \mathbf{M} \\ x_{n1} & x_{n2} & \Lambda & x_{nm} \end{pmatrix} \quad (1.1.1)$$

要解决的问题是, 对每个变量赋予适当的数值  $a_j(j=1, 2, \dots, m)$ , 称之为变量权, 它反映了变量  $j$  的重要性。同时对每个单元相应赋予适当的数值  $y_i(i=1, 2, \dots, n)$ , 称之为单元联系度, 它反映单元与一组模型单元的联系程度, 一般认为, 预测单元与模型单元联系程度越高, 成矿有利度也越大, 这样可以通过单元联系度对单元的成矿有利程度做出评价。

设取线性关系:

$$y_i = a_1 x_{i1} + a_2 x_{i2} + \Lambda + a_m x_{im} \quad (1.1.2)$$

上式写成向量形式

$$\mathbf{y} = \mathbf{Xa} \quad (1.1.2)'$$

### 1.2.2 变量权的确定

特征分析变量权的确定方法有三种: ①矢量长度法; ②乘积矩阵主分量法; ③概率矩阵主分量法。

#### 1. 矢量长度法 (平方和法)

其思想基础是变量与其它变量的关联性越强, 变量就越重要。用变量之间的匹配数作为变量之间关联性的度量指标, 即可确定变量两两之间的关联性大小。变量  $k$ 、 $j$  之间的匹配数计算公式为

$$r_{kj} = \sum_{i=1}^n x_{ik} x_{ij} \quad (k, j = 1, 2, \Lambda, m) \quad (1.1.3)$$

其中,  $r_{ij}$  表示第  $i$  个变量与第  $j$  个变量之间的匹配数。 $m$  个变量两两之间的匹配系数构成如下的匹配矩阵:

$$\mathbf{R} = \mathbf{X}' \mathbf{X} = (r_{kj})_{m \times m}$$

变量与所有其它变量的匹配数构成了一个  $m$  维向量,  $(r_{j1}, r_{j2}, \dots, r_{jm})'$ , 该向量的长度

$$a_j = \sqrt{\sum_{k=1}^m r_{jk}^2} \quad (j = 1, 2, \Lambda, m) \quad (1.1.4)$$



反映了变量 $j$ 与其它变量总的匹配程度，可作为变量 $j$ 的权系数。

## 2. 乘积矩阵主分量法

该方法的思想基础是，矩阵 $\mathbf{R}$ 的行表现了某个变量与其它变量的密切程度。如果把单元看作 $m$ 维空间中的点，则可以找到那样一个向量，它使所有点在它上面的投影平方和达到最大，该向量反映了诸地质变量所表征的 $m$ 维空间的一个特征方向。如果将该向量看成是 $m$ 维空间中的一个特殊点，该点与所有模型单元都最大程度地相似。可以证明，这个向量就是矩阵 $\mathbf{R}$ 的最大特征值所对应的特征向量。该特征向量的各分量可作为诸变量的权系数。这个方法可使用二态和三态赋值的数据，是一个比较常用的权系数确定方法。假设矩阵 $\mathbf{R}$ 最大特征值所对应的特征向量为

$$\mathbf{a} = (a_1, a_2, \dots, a_m)' \quad (1.1.5)$$

则 $a_j$  ( $j=1, 2, \dots, m$ ) 为第 $j$ 个变量的权系数。

## 3. 概率矩阵主分量法

以上两种方法均是建立在变量匹配数的基础上，概率矩阵方法是考虑变量之间的匹配概率，通过变量之间的匹配概率计算，形成匹配概率矩阵 $\mathbf{P}$ ，它的元素 $p_{ij}$ 反映了第 $i$ 个变量和第 $j$ 个变量的匹配概率大小。这也是两变量关联性的一种度量，仿照乘积矩阵主分量法，求匹配概率矩阵 $\mathbf{P}$ 的最大特征值所对应的特征向量。该特征向量的各个分量即可作为诸变量的权系数。在实际应用中，用变量之间的匹配频率代替匹配概率即可计算出匹配概率矩阵 $\mathbf{P}$ 。

用以上三种方法求得变量权后，即可用特征分析模型计算统计单元联系度，再对比模型单元与预测单元的单元联系度相对大小，进而确定预测单元的成矿有利程度。

# 第二节 证据加权法

## 2.1 概述

证据加权法 (Bonham-Carter 等, 1988) 是数理统计、图像分析和人工智能的有机结合，为在 GIS 系统中通过图层统计合成的方式圈定矿产资源靶区提供了有效的方法。该方法的实施主要分两步：第一步，将每一种地质标志图层都用二态变量来表示，用 1 表示地质标志存在，0 表示地质标志不存在；第二步，每一个地质标志都计算一对权系数，一个表示该标志存在时的权，另一个表示该标

志不存在时的权。当无法确定该标志存在与否时，令权系数为 0。预测矿种矿床产出的后验概率比 (odds) 的对数值等于先验概率比的对数值与各种地质标志的权系数之和。该法源于概率论中的贝叶斯关系式，在计算成矿后验概率时，需要用到有限个独立随机事件的概率乘法公式，因此，每一种控矿地质因素相对于矿床产出这一概率事件来说，都必须是条件独立的。证据加权法要求所有的控矿因素都是分布于特定空间范围内的面对象，对于线性或点状控矿因素需要通过设置缓冲区的方法转化成面对象，同时，还要求矿床产出这一概率事件所对应的空间实体必须是点对象。

与证据加权法相关的三个基本问题是，条件独立性、估计的不确定性和拟合度。条件独立性需要我们以一元的方式来处理多元系统。条件独立性对证据加权法来说至关重要，如果地质找矿标志不满足条件独立性就会引起后验概率估计上的偏差。如果一对控矿地质因素不是条件独立的，就会过高地估计控矿地质因素的正权而过低地估计负权。关于模型拟合度的检验问题，从数学角度来讲很容易，但在实际工作中较难实施。因为在实际模型中，大量控制区样品的统计分布是非对称的，这给基于 Pearson 的  $\chi^2$ -检验带来困难。

## 2.2 证据加权法的基本原理

假设有  $m$  个二态控矿地质因素图层需要综合，这些图层用  $Z_j$  ( $j=1, 2, \dots, m$ ) 表示。 $Y$  表示需要预测的二态靶区变量，它通常用来描述矿床产出的状态。可以将这些变量表示为如下形式

$$Z_j(x) = \begin{cases} Z^+ & \text{标志 } j \text{ 在位置 } x \text{ 处存在} \\ Z^- & \text{标志 } j \text{ 在位置 } x \text{ 处不存在或不清楚} \end{cases} \quad (1.2.1)$$

和

$$Y(x) = \begin{cases} Y^+ & \text{靶区变量在 } x \text{ 处存在} \\ Y^- & \text{靶区变量在 } x \text{ 处不存在} \end{cases} \quad (1.2.2)$$

我们首先来考虑  $m=2$  的情形。 $Y$  的后验概率可由贝叶斯关系式给出

$$p(Y | Z_1 Z_2) = \frac{p(Z_1 Z_2 | Y) p(Y)}{p(Z_1 Z_2)} \quad (1.2.3)$$

式中， $p(Y)$  为  $Y$  的先验概率。

后验概率比 (posterior odds) 由下式给出

$$o(Y | Z_1 Z_2) = \frac{p(Y^+ | Z_1 Z_2)}{p(Y^- | Z_1 Z_2)} = \frac{p(Y^+) p(Z_1 Z_2 | Y^+)}{p(Y^-) p(Z_1 Z_2 | Y^-)} \quad (1.2.4)$$

假设  $Z_1$  和  $Z_2$  相对于  $Y$  来说是条件独立的, 即

$$p(Z_1 Z_2 | Y) = p(Z_1 | Y) p(Z_2 | Y) \quad (1.2.5)$$

那么, 后验概率比的对数值可由下式表示

$$\begin{aligned} \ln[o(Y | Z_1 Z_2)] &= \ln[p(Y^+) / p(Y^-)] \\ &\quad + \ln[p(Z_1 | Y^+) / p(Z_1 | Y^-)] \\ &\quad + \ln[p(Z_2 | Y^+) / p(Z_2 | Y^-)] \\ &= W_0 + W_1 + W_2 \end{aligned} \quad (1.2.6)$$

其中,  $W_0$  是  $Y$  的先验概率比的对数值,  $W_j$  ( $j=1, 2$ ) 分别表示上述方程右端的后两项。

以上的对数线性方程很容易地推广为控矿地质因素的个数为  $m$  的情形:

$$\ln[o(Y | Z_1 Z_2 \wedge Z_m)] = \sum_{j=0}^m W_j \quad (1.2.7)$$

其中

$$W_j = \ln[p(Z_j | Y^+) / p(Z_j | Y^-)] \quad (j=1, 2, \wedge, m) \quad (1.2.8)$$

上式可以更进一步地写为

$$\begin{aligned} W_j^+ &= \ln[p(Z_j^+ | Y^+) / p(Z_j^+ | Y^-)] \quad (j=1, 2, \wedge, m) \\ W_j^- &= \ln[p(Z_j^- | Y^+) / p(Z_j^- | Y^-)] \quad (j=1, 2, \wedge, m) \end{aligned} \quad (1.2.8)'$$

上述的权系数 ( $W_j$ ) 可以根据控制区内的样品集来估算。设  $n$  为控制区样品数, 构造一个关于  $Z_j$  和  $Y$  的二维列联表, 表中元素表示两个变量不同状态同时发生的频数。将有关的概率用相应的频率代替, 则权系数可由下式估算:

$$\begin{aligned} W_j^+ &= \ln \left[ \left( \frac{n(Z_j^+ Y^+)}{n(Y^+)} \right) / \left( \frac{n(Z_j^+ Y^-)}{n(Y^-)} \right) \right] \\ W_j^- &= \ln \left[ \left( \frac{n(Z_j^- Y^+)}{n(Y^+)} \right) / \left( \frac{n(Z_j^- Y^-)}{n(Y^-)} \right) \right] \end{aligned} \quad (1.2.9)$$

根据后验概率比与后验概率之间存在如下关系

$$o(Y | Z_1 Z_2 \wedge Z_m) = \frac{p(Y | Z_1 Z_2 \wedge Z_m)}{1 - p(Y | Z_1 Z_2 \wedge Z_m)} \quad (1.2.10)$$

将该式作简单变换并将后验概率比的计算公式代入, 得

$$\begin{aligned} p(Y | Z_1 Z_2 \Lambda Z_m) &= \frac{o(Y | Z_1 Z_2 \Lambda Z_m)}{1 + o(Y | Z_1 Z_2 \Lambda Z_m)} \\ &= \text{Exp}(\sum_{j=0}^m W_j) / [1 + \text{Exp}(\sum_{j=0}^m W_j)] \end{aligned} \quad (1.2.11)$$

用证据加权法预测矿产资源靶区, 控制区的选择很关键。因为模型的可靠性取决于数据的质量, 而且, 统计模型的建立对控制区的变化是敏感的。在实际工作中, 使用不同的控制区产生完全不同的概率估计值的情况是不常见的, 但是, 不同的控制区会产生不同的统计模型。从概念上讲, 控制区必须是那些勘探程度高而且能够最大限度地获取找矿信息的区域。建立模型的控制区的规模依赖于研究区以及基本成图单位的大小。控制区规模大有利于获得一个稳定的条件概率估计值, 但又会产生不必要的副效应, 例如, 模糊的靶区边界。

控矿地质因素与矿床产出状态之间的关联性强弱可以通过地质标志的正权和负权之间的差值大小来度量, 即

$$C_j = W_j^+ - W_j^- \quad (1.2.12)$$

大的差值意味着  $Z_j$  和  $Y$  之间具有强的关联性; 小的差值则意义相反。根据控矿地质因素的权值定义,  $W_j^+$  (或  $W_j^-$ ) 的取值由  $Y$  存在或不存在时  $Z_j^+$  (或  $Z_j^-$ ) 出现的相对频数来决定。如果两个条件频数的差值较大, 权值的强度也将较大。如果  $Y$  相对于  $Z_j$  来说是随机分布于研究区内的, 那么,  $C_j$  的值将趋近于 0。这一点可以很容易地从关系式  $p(Z_j | Y) = p(Z_j)$  中得到验证。

$C_j$  既可以取正值也可以取负值, 取正值表示  $Z_j$  与  $Y$  之间具有正的关联性, 取负值表示  $Z_j$  与  $Y$  之间具有负的关联性。如果  $W_j^+$  和  $W_j^-$  不等于 0, 那么它们将永远取相异的符号。如果  $W_j^+$  是正的, 那么  $Z_j$  和  $Y$  之间的关联性就是正向的, 反之亦然。 $Z_j$  和  $Y$  之间的关联性强度可以用统计方法来进行检验。 $C_j$  还可以用来确定线性控矿地质因素(如控矿断裂)周围缓冲区的最优宽度(Agterberg 等, 1990)。

权值的方差可由下式来计算:

$$s^2(W_j) = \frac{1}{n(Z_j Y^+)} + \frac{1}{n(Z_j Y^-)} \quad (1.2.13)$$

该式来自于最大似然法 (Bishop, 1975) 的近渐线。上式的有效性是有条件的, 即概率即不能接近于 1 也不能接近于 0。相似地, 后验概率比的方差可由下式计算:

$$s^2[p(Y/Z_1 \wedge Z_m)] = p^2(Y/Z_1 \wedge Z_m) s^2(o) \quad (1.2.14)$$

该式对估计方差很有意义, 但在实际工作中并不是很有用的。因为该式只反映了控矿地质因素与矿床产出状态之间的联合频率分布。而估值的不确定性完全取决于控制区矿床的数目。

### 第三节 “三部式” 矿产资源评价法

#### 3.1 “三部式” 方法简介

“三部式” 矿产资源评价方法是美国地质调查局目前广泛推荐使用的一种用于未发现矿产资源潜力评价方法, 它在 1975 年就开始探索, 到 20 世纪 90 年代形成较为完善的方法体系。该定量评价方法集成了美国众多的矿产资源评价专家的研究成果, 包括了 D. P. 哈里斯的矿产资源经济定量评价模型 (Harris et al., 1993)、D. P. 考克斯和 D. A. 辛格的矿床模型和标准品位吨位模型 (Cox et al., 1986)、麦卡门的定量评价和专家系统 (McCammon et al., 1992) 以及 Drew 的 MARK 3 软件等, 成为美国地质调查局 (USGS) 在 20 世纪 80 年代末后的标准评价方法。

#### 3.2 “三部式” 主要内容

“三部式” 评价方法包括三大步骤: ① 根据所要预测的矿床类型圈定找矿地质可行地段; ② 运用与预测矿床类型相适应的标准品位—吨位模型估计可能发现矿床的金属量及质量特征; ③ 估计成矿远景区内可能发现的矿床个数。

每种已勘探矿床的吨位和平均品位的频率分布都可以作为相似背景下同类型未发现矿床的品位和吨位模型, “三部式” 评价方法将矿床的品位—吨位模型与矿床数估计相结合, 也就把地质学家的资源评价用经济学的语言表示出来。美国的评价工作者在未发现矿产资源评价中还加入了一种预期可行费用模型—经济滤波器, 该模型可用来淘汰那些已被发现但可能产生不了效益的矿床, 也可用于将来的可行性研究中。

第三部分对未发现矿床数量的估计是矿产资源定量评价的一项重要内容, 目



的是为了表达在可行地段存在未发现矿床的概率(可信度)。可直接或间接用于这种估计的技术方法很多,这里主要运用矿床模型法,根据已勘探区内单位面积的矿床数来计算,结果为矿床的频率分布,可用直方图表示。矿床个数估计必须和矿床类型及品位—吨位模型相一致(Singer, 1994),同时还要求服从如下原则:①已知勘探区矿床分布密度、②局部矿床外推、③统计异常和矿产地概率、④过程限制、⑤相对频率、⑥空间面积。

在大多数条件下,估计是主观的。“三部式”定量评价的基本优势是其内在一致性。表现在:①圈定靶区与描述性模型一致;②品位—吨位模型与描述性模型和评价区的已知矿床一致;③研究区已知矿床和矿床数的估计与品位—吨位模型一致。在这一过程中,所有的可用的信息均要被利用,同时还要表达不确定性。

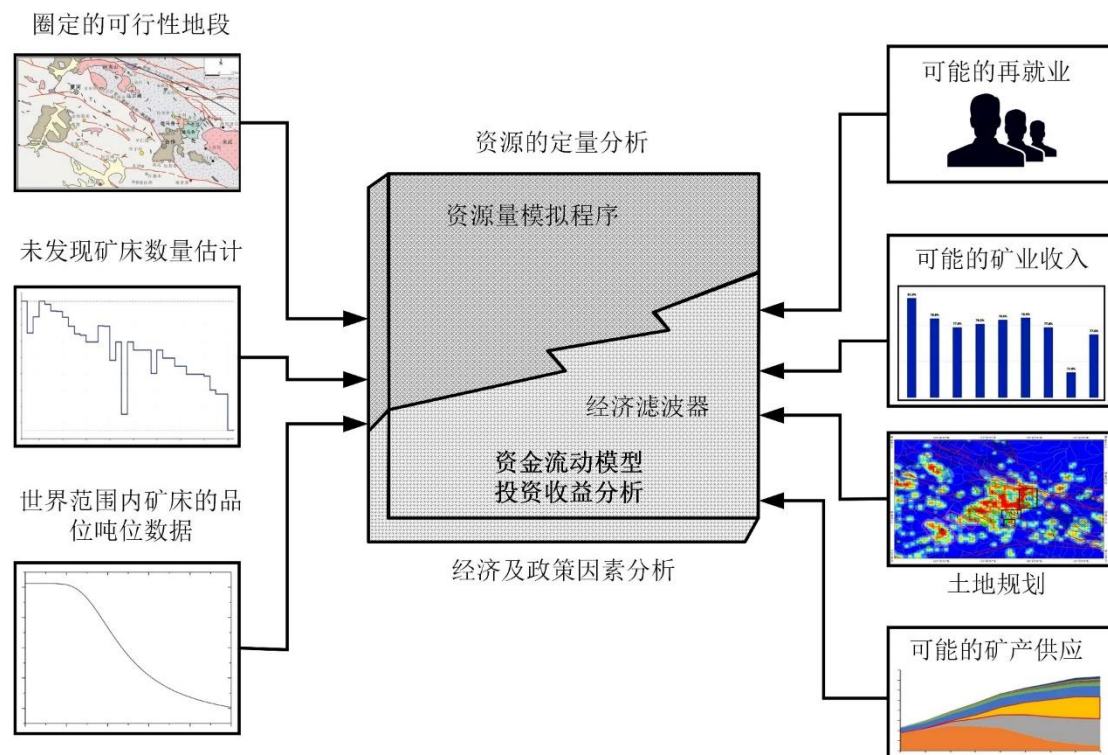


图 8-1 “三部式”评价方法



## 第四节 矿床模型综合信息体积法

### 4.1 传统体积法

利用矿体体积、品位、比重来估算已查明的地质资源储量的方法比较常用，如国内最常用的地质块段法、截面法，国际上常用的地质统计学克里格方法等。体积法是一种简单易行的资源量估算方法，基本原理是，假设相同大小的含矿建造有相同的预测资源量，运用相似类比法来进行简单的外推，通过控制区内含矿地质建造的体积与资源总量(包括查明的和深部可能的资源量)计算含矿系数，然后通过计算预测区的体积去估算预测区潜在的资源量。该方法是建立在地质条件均一的前提下的简化模型，对小尺度 1:50 万、1:100 万简单预测和沉积矿产比较有效。但实际上，无论是预测区还是模型区，控制资源量变化的参数都是复杂多变的，因此体积法被认为是一种简化参数的预测，而矿床模型法则能够表达这种多参数变化性。所以，专家认为体积法的估算精度要比矿床模型法差，但比区域价值法和德尔菲法要高。

体积法估算资源量的优点是方法简单，参数可控，能够充分发挥地质专家的优势。估算的关键问题是精度问题。体积法采用类比外推的方法，与基于勘探钻孔信息圈定块段，再通过体积、品位推测得到的资源储量是不同的，该方法得到的资源量的级别要低，属预测资源量。影响体积法估算精度的因素有 3 个，具体如下：

(1) 含矿地质建造。矿床均与一定的含矿建造有着明显的成因联系(如沉积矿产的含矿岩系)，同时还要满足含矿岩系分布范围越大可能的矿产资源量也越多的条件，即在一个成矿区带中，有着相同成矿条件的含矿沉积建造会有相似的矿产资源量。显然这种估计对于小比例尺度是可行的，这样可以根据已知模型区的含矿系数大致推测预测区的资源量。然而，当预测比例尺到了中、大比例尺度时，这种概略预测就不能满足精度了。体积法建立在地质条件均一化的基础上，但地质建造含矿性是极其复杂的，矿床不可能在整个含矿建造内都均一分布，因此确定含矿建造的空间变化与矿体位置的空间变化关系是体积法应用的前提。

(2) 体积参数。含矿建造的体积可以由建造出露面积、延深、产状等计算出来。在概略预测中，可以大致估算出沉积盆地内含矿建造的面积、体积等，但

在中、大比例尺预测中，如何估算沉积建造的体积、估算哪一部分的体积等，都是要深入研究的问题。对于内生金属矿产，情况就更加复杂了，如在估算斑岩铜矿的资源潜力时，要想使用体积法来计算斑岩体的体积，首先要解决的问题是如何识别斑岩体。斑岩体一般出露面积很小，岩体与矿化规模没有严格的线性对应关系，小岩体成大矿的现象已广为人知。对于体积法的计算深度问题，可以根据地质填图成果、深部钻探资料、地球物理勘探成果等进行推断。这里要强调的是，对于内生金属矿产还应当考虑地壳抬升后的剥蚀作用对矿体的影响。

(3) 含矿系数。成矿地质体的含矿性由含矿系数来表示，含矿系数是通过已知勘探区的资料计算确定的。因此，在中等预测尺度水平计算含矿系数时，首先要根据预测对象对等、尺度水平对等的原则选择适合的模型区，然后再确定模型区内成矿地质体的范围（面积）、矿体赋存深度、模型区内已知资源量（包括已发现的、矿区深部及外围可能发现的）等参数。

## 4.2 矿床模型综合地质信息体积法资源量估算的理论基础

矿床模型综合地质信息预测方法体系在不同技术文献中已有多次论述，是目前正在开展的全国重要矿产资源潜力评价的核心技术方法。支撑该方法的 3 个理论基础是矿床成矿系列理论（指导建立矿床模型）、成矿动力学理论（指导进行建造构造基础地质研究）和综合信息矿产定量预测理论。体积法是基于矿床模型综合地质信息预测方法中的定量预测方法之一，该方法针对传统的体积法的计算精度问题、估算对象问题等进行了改进，使其更适合于中、大比例尺度的预测评价，适用范围也扩展到内生金属矿产。该方法的几个基本理论前提如下。

(1) 岩石建造控矿理论。对于含矿建造与成矿的关系，翟裕生曾概括总结为：岩石建造为同生矿床的主岩；岩石建造为矿源层；有些岩石本身就是矿层；岩石可供应成矿流体；一些火成岩可以提供热源等。通过计算与沉积矿床密切相关的沉积建造的分布范围和体积来估算资源潜力，是体积法应用的基础。可用于与一定建造岩石有关的内生金属矿产和沉积盆地内有利地段的沉积矿产的资源量估算。

(2) 矿床成矿系统理论。成矿系统是指在一定地质时空域中，控制矿床形成和保存的全部地质要素和成矿作用过程，以及形成的矿床和异常系列所构成的整体，是具有成矿功能的一个自然系统，包括成矿背景条件、成矿流体能量、成

矿作用过程、成矿产物及保存等成矿要素。矿床成矿系统理论要求在科学预测时,要把成矿作用的产物,即矿床系列和相关的异常作为一个整体来看待,成矿系统是和周围地质建造环境有联系又独立的系统。在预测评价中,可以科学地确定系统的边界,估计各成矿系统内的成矿规模。

(3) 成矿地质体。以矿床成矿系统边界条件确定的系统内所有的地质对象的总和称为成矿地质体;成矿作用形成的自然岩石组合及制约其空间分布的构造称为建造构造;地质作用的产物就是地质体,因为并不是所有地质作用都成矿(如并非所有斑岩体都成矿),因此把与成矿有关的地质作用命名为成矿地质作用,指形成矿床主要矿产的主成矿阶段空间定位的地质作用,故成矿地质作用的产物就叫成矿地质体,矿床的位置取决于成矿地质体的位置。成矿地质作用是概念和过程,成矿地质体是实体,矿产预测必须以实体为作业对象,因此对成矿地质体的研究是贯穿矿产预测全过程的核心内容。

对于沉积矿床而言,成矿系统与含矿岩系受统一沉积作用的制约,矿床受局部沉积亚相环境的制约,成矿地质体即为受有利成矿岩相环境所控制的矿床或含矿岩系。现代成矿学研究将矿床成矿作用的基本过程概括为“源”、“运”、“储”。巨量的成矿物质由地质作用以流体(岩浆、矿浆、岩浆水、天水、变质水、海水、热卤水)为载体将其从源区迁移,再聚集到特定的狭小的空间范围内,在这里,物理化学条件剧变(温度、压力、酸碱度、氧化还原电位 4 种要素的突变),流体中的离子、络合物、胶体转换为结晶矿物就位而形成矿床。因此,对内生矿产成矿系统的研究,主要考虑的要素应该是矿源、热源、流体通道、成矿地球化学障等,与此相对应,要研究的成矿地质体包括成矿岩体、控矿构造、围岩蚀变、矿化异常、矿体本身等。

### 4.3 成矿地质体与矿床的空间关系

根据全国危机矿山深部找矿 100 多个矿床深部及外围找矿的案例,成矿地质体与矿床(体)的空间分布关系可概括如下。

(1) 沉积类矿产,包括风化型、沉积型、火山沉积型等,成矿地质体为同一沉积盆地内一定的沉积环境下形成的岩性组合一致的含矿岩系,厚度一般几米到几百米,矿床则是含矿岩系的一部分。如:贵州务川—正安—道真地区沉积型铝土矿的成矿地质体 为中二叠统大竹园组,是一套沉积于石炭系碳酸盐岩岩溶

洼地或志留纪碎屑岩侵蚀洼地内的岩石组合，沉积厚度变化大，岩性组合多样；内蒙古中、新元古界沉积改造型铅锌矿，主要含矿层位为渣尔泰山群阿古鲁沟组，厚度达 2000m，空间分布稳定。

(2) 火山喷发沉积类矿床，包括以火山岩为主体的海相火山喷发沉积型等，成矿地质体为火山机构、火山构造和火山岩组合。矿床（体）一般在距离火山机构垂直距离 2km、平面距离 2~3km 的范围之内。

(3) 火山热液类矿床，包括海相和陆相火山热液型、次火山岩型、浅成低温热液型、火山爆发角砾岩型、部分火山喷流型和矿浆喷溢型，矿床（体）一般位于离火山机构或次火山岩体垂直距离 2km、平面距离 2km 的范围之内。

(4) 正岩浆类矿床，包括岩浆熔离型、岩浆分异型或矿浆贯入型，成矿地质体为基性、超基性岩体，矿床（体）一般在侵入岩体之中。

(5) 斑岩型（类）、矽卡岩型铁矿床，包括斑岩型铜、钼、钨、锡型，矽卡岩型铁矿和矽卡岩型以铁为主的铁铜矿，成矿地质体为侵位深度超过 2km 以上的侵入岩体及其岩石组合，矿床（体）一般位于侵入岩体的顶部和上部，原始深度区间 2km、内外接触带 500m 的范围内。

(6) 矽卡岩类铜、铅、锌矿床和中低温热液类矿床，成矿地质体为侵入岩体及其岩石组合，矿床（体）一般位于侵入岩体的顶部和上部，平面距离区间为 2~3km 的范围内。

(7) 高温热液型钨、锡、钼矿床，成矿地质体为侵入岩体及其岩石组合，矿床（体）一般位于侵入岩体

的顶部和上部，平面上距离内接触带 500m 左右、外接触带 1km 左右的范围之内。

(8) 沉积变质类矿床，包括沉积变质型铁、硼、锰、铜、金矿，成矿地质体为变质变形构造和含矿岩石建造，一般矿床（体）位于含矿岩石建造与多期变形构造转折端的叠加交汇部位。

(9) 大型变形构造类矿床，包括韧性剪切带型金矿、造山带型金矿和变质核杂岩型金矿，成矿地质体为以断裂为主的变形构造，矿床（体）和变形构造同位。

(10) 低温层控类矿床，如层控型铅锌、金、锑矿，成矿地质体难以确切判

别，主要受稳定岩层的控制，暂参考沉积类矿床确定矿床（体）与地质体的空间关系。

以上认识为成矿地质体体积法提供了地质依据。

#### 4.4 成矿地质体体积法

基于综合地质信息成矿地质体体积法的实施过程，首先是合理地圈定一个矿床成矿系统内的成矿地质体的边界，接着计算该成矿地质体的体积，然后与勘探程度高的地区相似成矿规模的地质体进行类比，最后估算出资源量。

一般来说，成矿地质体的规模与资源量的大小有着密切的相关关系，成矿地质体规模越大，矿产资源量越大。对于沉积矿产，含矿建造的规模决定了沉积矿产的规模，其体积计算相对较简单。但对于热液矿床，确定成矿系统的边界就相对困难，需要有相应的方法和手段：首先，要通过基础地质研究确定含矿建造的成矿有利性，如确定岩体、沉积建造、变质建造、构造形变带等地质体的成矿可能性；其次，要确定成矿热动力的影响范围（即成矿系统的范围），在中、大比例尺预测评价中，可以通过流体填图、地球化学原生晕等方法来确定，或者通过地质信息转换，使用地质、区域化探、重磁等信息进行关联圈定（此综合信息法更适用于中等尺度的预测）。

#### 4.5 成矿地质体体积法的计算方法和参数的确定

含矿系数的计算公式为：

$$C = W/V$$

式中：C—含矿系数；W—模型区资源总量；V—模型区成矿地质体体积。

则预测区资源量为：

$$W_{\text{预测区}} = C \times V_{\text{预测区}}$$

式中：W<sub>预测区</sub>—预测区的资源总量；V<sub>预测区</sub>—预测成矿地质体的体积。

决定成矿地质体体积法精度的 3 个参数是用以计算预测成矿地质体体积的含矿系数、成矿地质体的范围和延深。

含矿系数的精度取决于模型区的资源量和成矿地质体的体积。模型区的资源总量包括已查明的资源量、预测的资源量和已剥蚀的资源量。其中，预测资源量是指在矿区深部及外围开展大比例尺预测求得的预测精度高的 3341 资源量。经历过剥蚀的矿床的资源量的确定方法，由于地壳的抬升作用，地壳深部的矿床被



抬升到地表后,剥蚀作用将其中一部分剥离带走,此时矿床的资源量要用校正系数或剥蚀系数来调整,以消除已剥蚀部分的资源量对成矿地质体的影响。

成矿地质体的体积是由成矿系统空间平面分布范围和延深来决定的。对于沉积矿产和岩浆型矿产,可根据地质、物化探异常等信息来圈定成矿地质体的范围;对有明确热源的矿床,如矽卡岩型、斑岩型矿床,可根据勘探资料统计含矿岩体的影响范围,通过做缓冲区分析来确定成矿作用的分布范围。对于成矿地质体延深深度的确定,可以同时结合地质、物化探、遥感等各种资料,来反演、推测成矿地质体的延深。

由于影响内生矿产成矿的因素很多,成矿条件的差异较大,不同预测区的成矿有利性差别会很大。因此,实施定量预测时,要求对预测区逐个进行参数的确定。每一个预测区的面积、深度、相似系数等都可能是不同的,也有的可能变化不大,要看实际情况而定。

#### (1) 面积(S)的确定

可使用 GIS 直接计算成矿地质体的面积。如果成矿地质体界线模糊,可采用模型区面积含矿率类比法计算,即计算最小预测区的面积,并将其与面积含矿率相乘得到该区成矿地质体的面积。公式为:

$$S = \text{模型区面积含矿率} \times \text{最小预测区面积}$$

对沉积型矿产和沉积变质型矿产,直接用含矿岩系来确定地质体的面积。对与侵入岩体相关的热液型矿床,采用热液流体影响域法。热液流体的影响距离有 2 种确定办法:一是采用模型区影响距离类比法,但当典型矿床的数量太少时,模型区往往不具有代表性,该方法会存在一定的偏差;此时可以采用第二种方法,即运用全国危机矿山 150 个典型矿床的数据得出的统计参数值,该参数在新一轮全国矿产资源评价工作结束后,可以根据全国的同类型典型矿床的数据进行校正。

物探、化探综合信息法,指按照矿点磁异常的范围、化探组合异常和分散流系数确定。

#### (2) 深度的确定

深度的确定方法包括:①模型区类比法;②磁异常二维半定量反演法;③成矿地质体形成深度法:首先计算地质体的形成深度,减去剥蚀深度后得到剩余地



质体的延伸深度，再根据矿体和地质体的空间关系大致确定矿体的延伸深度；④成矿带最大深度限制法：根据某一矿床类型在区域成矿带上的最大延深，对预测矿体的延深进行限制，例如某地区矽卡岩型铁矿最大延伸不超过 500m 或 800m；⑤专家估计法：由熟悉该地区情况的资深专家经讨论后给出预测的最大深度。

### （3）相似系数的确定

可使用证据权法或专家打分法来确定各最小预测区的相似系数。一般情况下，对于化探法，当异常面积大、异常数值高时，认为相似程度较高，但是还要考虑剥蚀系数的影响，化探晕如果以头晕为主，往往认为相似程度较高，如果体晕和尾晕综合出现，此时即使是异常面积大、主元素异常值高，相似系数也被认为较小。一般认为，对比成矿地质体的面积时，侵入体对比面积大者为相似程度低，对比面积小但其他信息强而大者则为相似程度高；对比预测资源量时，预测区比模型区预测资源量规模大时相似程度高，预测区比模型区预测资源量规模小时相似程度低。总之，相似系数问题，应对模型区和预测区进行地质、矿化、物探、化探、遥感、自然重砂等全部信息进行综合对比。

相似系数的校正，可以采用参数校正法，也可以采用规模校正法。

### （4）确定估算预测资源量的参数

修改补充典型矿床预测模型，并估算典型矿床预测总资源量。要求确切反映预测要素的具体数据，对地质体的剥蚀程度、工程控制、延深等情况，要求标明具体数据，对地质体、矿体空间位置的研究，矿区及外围的地、物、化信息，模型区范围内潜在的资源量预测评价等，也要求有确切关系的数据。

典型矿床预测总资源量=查明资源量+预测资源量

其中，查明资源量是指目前工程控制实际查明的资源量（不论类别，包括历年开采、保有的资源量）。

### （5）模型区含矿系数的确定

①模型区面积参数的确定：模型区指典型矿床所在的最小的预测区。一般估算参数采用典型矿床已有的相关系数。但是经常出现典型矿床范围过小，不能反映包括成矿地质体在内的成矿地质体面积的情况，因此当需要将典型矿床预测要素和定量估算参数挪到模型区时，需要进行再修正。关键在于面积的确定，一种情况是当模型区内典型矿床面积之外还有矿化蚀变、矿化线索，或者磁异常超出

了原来的 1:1 万矿区地质图上典型矿床的范围时,应当重新对面积做出调整;第二种情况是模型区内除了已知典型矿床以外还有未知的部分,而原来的典型矿床面积明显不合理,此时也应当重新调整成矿地质体的面积范围,并计算成矿地质体的面积含矿率。

②成矿地质体总深度:成矿地质体总深度的确定,从理论上讲包括 3 个部分:第一部分指地表已经被剥蚀掉的深度,第二部分指工程控制的深度,第三部分指深部预测延深的深度,应当把三者累加作为总深度。成矿地质体的延深要通过模型区地质、地球物理、地球化学综合研究来决定。

③品位和体重:典型矿床平均体重和品位,一般按勘查工作实际数据确定。

④模型区面积含矿率:模型区含矿地质体的面积和最小预测区的面积一般是不同的,模型区含矿地质体的面积除以最小预测区的面积称为模型区的面积含矿率。

#### (6) 预测区预测资源量的估算

根据含矿系数、相似系数、体积等,可以求得每个预测区的资源量。

### 4.6 成矿地质体的预测精度

在圈定成矿系统时要充分利用现有的区域勘查资料,使用定量方法确定每个预测区的成矿有利性,预测精度在资料水平、模型、方法等方面的要求与矿床模型法相当。在确定含矿地质体参数(如面积、延深、含矿系数等)时,要参照大比例尺的勘探资料,以确保预测结果比矿床模型法更精细。延深参数的可信度,要按深度区间来确定预测可信度区间,一般由浅到深可信度由高到低,不同的预测类型要分别确定。面积参数的可信度主要取决于所用数据的精度和各类综合地质因素。含矿系数的可信度主要取决于对模型区的研究程度。

## 第五节 BP 神经网络法

在感知器算法中,理想输出与实际输出之差被用来估计直接到达该神经元的联接权重的误差。当为解决线性不可分问题而引入多级网络后,如何估计网络隐藏层的神经元的误差就成了难题。因为在实际中,无法知道隐藏层的任何神经元的理想输出值。BP 算法在于利用输出层的误差来估计输出层的直接前导层的误差,再用这个误差估计更前一层的误差。如此下去,就获得了所有其他各层的误差。

差估计。这样就形成了将输出端表现出的误差沿着与输入信号传送相反的方向逐级向网络的输入端传递的过程。因此，人们将此算法称为自后传播算法，简称 BP 算法。使用 BP 算法进行学习的多级非循环网络称为 BP 网络。虽然这种误差估计本身的精度会随着误差本身的“向后传播”而不断降低，但它还是给多层网络的训练提供了较有效的办法。所以，多年来该算法受到了广泛的关注。

本章将介绍 BP 网络的构成及其训练过程；隐藏层权调整方法的直观分析，BP 训练算法中使用的 Delta 规则(最速下降法)的理论推导；算法的收敛速度及其改进讨论。

## 5.1 概述

BP 算法是非循环多级网络的训练算法。虽然该算法的收敛速度非常慢，但由于它具有广泛的适用性，使得它在 1986 年被提出后，很快就成为应用最为广泛的多级网络训练算法，并对人工神经网络的推广应用发挥了重要作用。

人们公认，BP 算法对人工神经网络的第二次研究高潮的到来起到了很大的作用。从某种意义上讲，BP 算法的出现，结束了多层网络没有训练算法的历史，并被认为是多级网络系统的训练方法。此外，它还有很强的数学基础，所以，其联接权的修改是令人信服的。

但是，BP 算法也有它的弱点。非常慢的训练速度、高维曲面上局部极小点的逃离问题、算法的收敛问题等都是困扰 BP 网络的严重问题，尤其是后面的两个问题，甚至会导致网络的失败。虽然它有这样一些限制，并且有许多难以令人满意的地方，但是，其广泛的适应性和有效性使得人工神经网络的应用范围得到了较大的扩展。

从 BP 算法被重新发现到引起人们的广泛关注并发挥巨大的作用，应该归功于 UCSD 的 PDP(Parallel Distributed Processing)研究小组的 Rumelhart、Hinton 和 Williams。他们在 1986 年独立地给出了 BP 算法清楚而简单的描述，使得该算法非常容易让人掌握并加以实现。另外，由于此时人们对人工神经网络的研究正处于第二高潮期，而且 PDP 小组在人工神经网络上的丰富的研究成果也给其发表能受到广泛的关注提供了便利条件。在该成果发表后不久人们就发现，早在 1982 年 Paker 就完成了相似的工作。后来人们进一步地发现，甚至在更早的 1974 年，Werbos 就已提出了该方法的描述。遗憾的是，无论是 Paker，还是 Werbos，

他们的工作在完成并发表十余年后，都没能引起人们的关注，这无形中导致了多级网络的训练算法及其推广应用向后推迟了十余年。通过这件事情，也应该看到，要想使重要的研究成果能引起广泛的重视而尽快发挥作用，论文的发表也是非常重要的。

## 5.2 基本 BP 算法

### 5.2.1 网络的构成

#### 1. 神经元

构成 BP 网的神经元与一般的人工神经网络中定义的神经元一样。按照 BP 算法的要求，这些神经元所用的激活函数必须是处处可导的。一般地，多数设计者都使用 s 形函数。对一个神经元来说，取它的网络输入

$$net = x_1w_1 + x_2w_2 + \dots + x_nw_n$$

其中， $x_1, x_2, \dots, x_n$  为该神经元所接受的输入，即  $w_1, w_2, \dots, w_n$  分别是它们对应的联接权。该神经元的输出为

$$o = f(net) = \frac{1}{1 + e^{-net}} \quad (1.3.1)$$

其相应的图像如图 3-1 所示。当  $net=0$  时， $o$  取值为 0.5，并且  $net$  落在区间  $(-0.6, 0.6)$  中时， $o$  的变化率比较大，而在  $(-1, 1)$  之外， $o$  的变化率就非常小。

现求  $o$  关于  $net$  的导数：

$$\begin{aligned} f'(net) &= \frac{e^{-net}}{(1 + e^{-net})^2} = \frac{1 + e^{-net} - 1}{(1 + e^{-net})^2} \\ &= \frac{1}{1 + e^{-net}} - \frac{1}{(1 + e^{-net})^2} = o - o^2 = o(1 - o) \end{aligned}$$

注意到：

$$\lim_{net \rightarrow +\infty} \frac{1}{1 + e^{-net}} = 1, \quad \lim_{net \rightarrow -\infty} \frac{1}{1 + e^{-net}} = 0$$

根据式 1.3.1 可知， $o$  的值域为  $(0, 1)$ ，从而， $f'(net)$  的值域为  $(0, 0.25)$ ，而且是在  $o$  为 0.5 时， $f'(net)$  达到极大值。其图像如图所示。

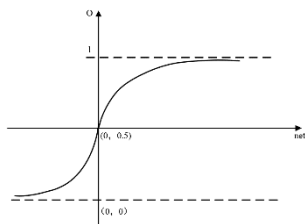
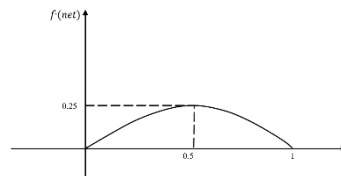


图 8-2 BP 网的神经元的激活函数的图像

图 8-3  $f(net)$  的图像

请读者注意，图 8-2、8-3 告诉我们，在后续对训练的讨论中，应该将  $net$  的值尽量控制在收敛比较快的范围内。

实际上，也可以用其他函数作为 BP 网络神经元的激活函数，只要该函数是处处可导的。

## 2. 网络的拓扑结构

BP 网的结构如图 8-4 所示。实际上，只需用一个二级网络，就可以说明 BP 算法。一般地，设 BP 网络的输入样本集为

$\{(X, Y) | X \text{ 为输入向量, } Y \text{ 为 } X \text{ 对应的理想输出向量}\}$

网络有  $n$  层，第  $h$  ( $1 \leq h \leq n$ ) 层神经元的个数用  $L_h$  表示，该层神经元的激活函数用  $F_h$  表示，该层的联接矩阵用  $W^{(h)}$  表示。

显然，输入向量、输出向量的维数是由问题所直接决定的，然而，网络隐藏层的层数和各个隐藏层神经元的个数则是与问题相关的。目前的研究结果还难以给出它们与问题的类型及其规模之间的函数关系。实验表明，增加隐藏层的层数和隐藏层神经元的个数不一定能够提高网络的精度和表达能力，在多数情况下，BP 网一般都选用二级网络。

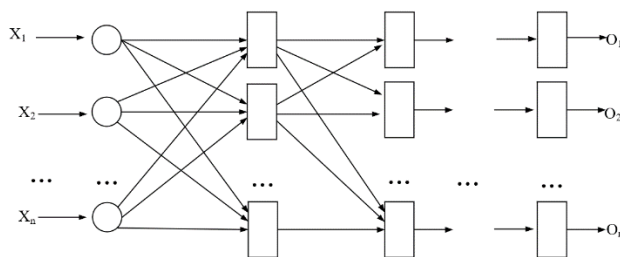


图 8-4 多级 BP 网络基本结构

### 5.2.2 训练过程概述

首先,前面我们已经提到过,人工神经网络的训练过程是根据样本集对神经元之间的联接权进行调整的过程,BP 网络也不例外。其次,BP 网络执行的是有导师训练。所以,其样本集是由形如:

(输入向量,理想输出向量)

的向量对构成的。所有这些向量对,都应该是来源于网络即将模拟的系统的实际“运行”结果。

它们可以是实际运行系统中采集来的。

在开始训练前,所有的权都应该用一些不同的小随机数进行初始化。“小随机数”用来保证网络不会因为权过大而进入饱和状态,从而导致训练失败;“不同”用来保证网络可以正常地学习。实际上,如果用相同的数去初始化权矩阵,则网络将无能力学习。

BP 算法主要包含 4 步,这 4 步被分为两个阶段:

#### 1. 向前传播阶段

(1)从样本集中取一个样本( $X_p, Y_p$ ),将  $X_p$  输入网络;

(2)计算相应的实际输出  $O_p$ 。

在此阶段,信息从输入层经过逐级的变换,传送到输出层。这个过程也是网络在完成训练后正常运行时执行的过程。在此过程中,网络执行的是下列运算:

$$O_p = F_n(\dots(F_2(F_1(X_p W^{(1)}) W^{(2)}) \dots) W^{(n)})$$

#### 2. 向后传播阶段

(1)计算实际输出  $O_p$  与相应的理想输出  $Y_p$  的差;

(2)按极小化误差的方式调整权矩阵。

这两个阶段的工作一般应受到精度要求的控制,在这里,取

$$E_p = \frac{1}{2} \sum_{j=1}^m (y_{pj} - o_{pj})^2 \quad 1.3.2$$

作为网络关于第  $p$  个样本的误差测度。而将网络关于整个样本集的误差测度定义为

$$E = \sum E_p \quad 3.3.3$$

如前所述,之所以将此阶段称为向后传播阶段,是对应于输入信号的正常传



播而言的。因为在开始调整神经元的联接权时，只能求出输出层的误差，而其他层的误差要通过此误差反向逐层后推才能得到。有时候也称之为误差传播阶段。

### 5.2.3 误差传播分析

#### 1. 输出层权的调整

为了说明清晰方便，我们使用图 8-5 中的相应符号来讨论输出层联接权的调整。

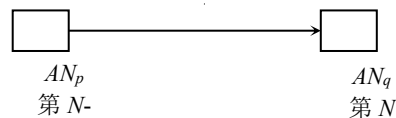


图 8-5 ANp 到 ANq 的联接

图中， $ANq$  是输出层的第  $q$  个神经元， $w_{pq}$  是从其前导层的第  $p$  个神经元到  $ANq$  的联接权。取

$$w_{pq} = w_{pq} + \Delta w_{pq} \quad 1.3.4$$

根据 Delta 规则，有

$$\Delta w_{pq} = \alpha \delta_q o_p \quad 1.3.5$$

由于在本书中不再区分神经元的激活状态和输出值，所以上式中的  $\delta_q$  的计算按下式进行：

$$\delta_q = f'_n(\text{net}_q)(y_q - o_q) \quad 1.3.6$$



而

$$f'_n(\text{net}_q) = o_q(1 - o_q)$$

所以

$$\Delta w_{pq} = \alpha \delta_q o_p$$

$$= \alpha f'_n(\text{net}_q)(y_q - o_q) o_p$$

$$= \alpha o_q(1 - o_q)(y_q - o_q) o_p$$

即

$$\Delta w_{pq} = \alpha o_q(1 - o_q)(y_q - o_q) o_p \quad 1.3.7$$

可以看成是  $ANq$  所表现出来的误差。它由  $ANq$  的输出值和  $ANq$  的理想输出值以及与  $w_{pq}$  直接相关联的  $ANp$  的输出值确定。

#### 2. 隐藏层权的调整

对隐藏层权的调整，仍然可以采用式 1.3.4、1.3.5，只不过在这里不再可以用式 1.3.6 去计算相应的神经元所表现出来的误差，因为此时无法知道该神经元的理想输出。为了解决这个问题，在这里先从直观上来研究如何计算相应的神经元所表现出来的误差。

为使讨论更清晰，对隐藏层联接权调整的讨论将参考图 3-5 进行。按照该图的表示，省去了其中有些符号上表示网络层号的上标。一方面，将相应的层号标注在图的下方。另一方面，仅在需要的地方让层号以下标的形式出现。

假定图 8-6 中的  $w_{p1}, w_{p2}, \dots, w_{pm}$  的调整已经完成。所以，此时  $\delta_{1k}, \delta_{2k}, \dots, \delta_{mk}$  的值是已知的。要想调整  $v_{hp}$ ，就必须知道  $\delta_{pk-1}$ ，由于  $AN_p$  的理想输出是未知的，所以，必须按照一定的方法来给  $\delta_{pk-1}$  一个合适的估计。

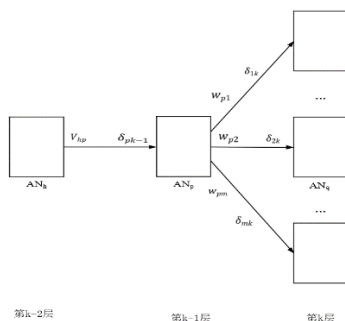


图 8-6 误差反向传播示意图

从图中可以看出， $\delta_{pk-1}$  的值应该是和  $\delta_{1k}, \delta_{2k}, \dots, \delta_{mk}$  有关的，在  $\delta_{1k}, \delta_{2k}, \dots, \delta_{mk}$  等每个值中，都含有  $\delta_{pk-1}$  的“成分”。因此，自然地想到用  $\delta_{1k}, \delta_{2k}, \dots, \delta_{mk}$  来估计  $\delta_{pk-1}$ 。同时， $\delta_{pk-1}$  又是通过  $w_{p1}, w_{p2}, \dots, w_{pm}$  与  $\delta_{1k}, \delta_{2k}, \dots, \delta_{mk}$  关联的。具体地，不妨认为  $\delta_{pk-1}$ ：

通过权  $w_{p1}$  对  $\delta_{1k}$  做出贡献，

通过权  $w_{p2}$  对  $\delta_{2k}$  做出贡献，

.....

通过权  $w_{pm}$  对  $\delta_{mk}$  做出贡献。

从而， $AN_p$  的输出误差是与

$$w_{p1}\delta_{1k} + w_{p2}\delta_{2k} + \dots + w_{pm}\delta_{mk}$$

相关的。这样，可以用它近似地表示  $AN_p$  的理想输出与实际输出的差。根据式 1.3.6 得到：

$$\delta_{pk-1} = f'_{k-1}(net_p) (w_{p1}\delta_{1k} + w_{p2}\delta_{2k} + \dots + w_{pm}\delta_{mk}) \quad 1.3.8$$

从而有：

$$\begin{aligned} \Delta v_{hp} &= \alpha \delta_{pk-1} o_{hk-2} \\ &= \alpha f'_{k-1}(net_p) (w_{p1}\delta_{1k} + w_{p2}\delta_{2k} + \dots + w_{pm}\delta_{mk}) o_{hk-2} \\ &= \alpha o_{pk-1} (1 - o_{pk-1}) (w_{p1}\delta_{1k} + w_{p2}\delta_{2k} + \dots + w_{pm}\delta_{mk}) o_{hk-2} \end{aligned}$$

即：

$$\Delta v_{hp} = \alpha o_{pk-1} (1 - o_{pk-1}) (w_{p1} \delta_{1k} + w_{p2} \delta_{2k} + \dots + w_{pm} \delta_{mk}) o_{hk-2} \quad 1.3.9$$

$$v_{hp} = v_{hp} + \Delta v_{hp} \quad 1.3.10$$

式中， $o_{pk-1}$ 、 $o_{pk-2}$  分别表示第  $k-1$  层的第  $p$  个神经元、第  $k-2$  层的第  $h$  个神经元的输出。

### 5.2.4 基本的 BP 算法

知识的分布表示原理指出，由于知识是分布表示的，所以人工神经网络可以在实际应用中根据不断获取的经验来增加自己的处理能力。因此，它的学习可以不是一次完成的。也就是说，人工神经网络应该可以在工作过程中通过对新样本的学习而获得新的知识，以不断丰富自己的知识。这就要求在一定的范围内，网络在学会新知识的同时，保持原来学会的东西不被忘记。这个特性被称为可塑性。

然而，BP 网络并不具有这种可塑性。它要求用户一开始就要将所有要学的样本一次性地交给它，而不是“学会”一个以后，再学其他的。这就要求我们不能在完成一个样本的训练后才进行下一个样本的训练。所以，训练算法的最外层循环应该是“精度要求”，其次才是对样本集中的样本进行循环。也就是，在 BP 网络针对一个样本对各个联接权作一次调整后，虽然此样本还不能满足精度要求，此时也不能继续按此样本进行训练，而应考虑其他的样本，待样本集中的所有的样本都被考虑过一遍后，再重复这个过程，直到网络能同时满足各个样本的要求。

具体做法是，对样本集

$$S = \{(X_1, Y_1), (X_2, Y_2), \dots, (X_s, Y_s)\}$$

网络根据  $(X_1, Y_1)$  计算出实际输出  $O_1$  和误差测度  $E_1$ ，对  $W^{(1)}, W^{(2)}, \dots, W^{(M)}$  各做一次调整；在此基础上，再根据  $(X_2, Y_2)$  计算出实际输出  $O_2$  和误差测度  $E_2$ ，对  $W^{(1)}, W^{(2)}, \dots, W^{(M)}$  分别做第二次调整……如此下去。本次循环最后再根据  $(X_s, Y_s)$  计算出实际输出  $O_s$  和误差测度  $E_s$ ，对  $W^{(1)}, W^{(2)}, \dots, W^{(M)}$  分别做第  $s$  次调整。这个过程，相当于是对样本集中各个样本的一次循环处理。这个循环需要重复下去，直到对整个样本集来说，误差测度的总和满足系统的要求为止，即：

$$\sum E_p < \varepsilon$$

这里， $\varepsilon$  为精度控制参数。按照这一处理思想，可以得出下列基本的 BP 算法：

**算法一：基本 BP 算法**

```

1 for  $h=1$  to  $M$  do
    1.1 初始化  $W^{(h)}$ ;
2 初始化精度控制参数  $\varepsilon$ ;
3  $E=\varepsilon+1$ ;
4 while  $E > \varepsilon$  do
    4.1  $E = 0$ ;
    4.2 对  $s$  中的每一个样本  $(X_p, Y_p)$ :
        4.2.1 计算出  $X_p$  对应的实际输出  $O_p$ ;
        4.2.2 计算出  $E_p$ ;
        4.2.3  $E=E+E_p$ ;
        4.2.4 根据式 3.3.4、3.3.7 调整  $W^{(M)}$ ;
        4.2.5  $h=M-1$ ;
        4.2.6 while  $h \neq 0$  do
            4.2.6.1 根据式 3.3.9、3.3.10 调整  $W^{(h)}$ ;
            4.2.6.2  $h=h-1$ 
    4.3  $E=E/2.0$ 

```

**5.3 算法的改进**

实验表明,算法一较好地抽取了样本集中所含的输入向量和输出向量之间的关系。通过对实验结果的仔细分析会发现,BP 网络接受样本的顺序仍然对训练的结果有较大的影响。比较而言,它更“偏爱”较后出现的样本:如果每次循环都按照 $(X_1, Y_1), (X_2, Y_2), \dots, (X_S, Y_S)$ 所给定的顺序进行训练,在网络“学成”投入运行后,对于与该样本序列较后的样本较接近的输入,网络所给出的输出的精度将明显高于与样本序列较前的样本较接近的输入对应的输出的精度。那么,是否可以根据样本集的具体情况,给样本集中的样本安排一个适当的顺序,以求达到基本消除样本顺序的影响,获得更好的学习效果呢?这是非常困难的。因为无论我们如何排列这些样本,它终归要有一个顺序,序列排得好,顺序的影响只会稍微小一些。另外,要想给样本数据排定一个顺序,本来就不是一件容易的事

情，再加上要考虑网络本身的因素，就更困难了。

样本顺序对结果的影响的原因是什么呢？深入分析算法 4-1 可以发现，造成样本顺序对结果产生严重影响的原因是：算法对  $W^{(1)}$ ,  $W^{(2)}$ , ...,  $W^{(M)}$  的调整是分别依次根据  $(X_1, Y_1)$ ,  $(X_2, Y_2)$ , ...,  $(X_S, Y_S)$  完成的。“分别”、“依次”决定了网络对“后来者”的“偏爱”。实际上，按照这种方法进行训练，有时甚至会引起训练过程的严重抖动，更严重的，它可能使网络难以达到用户要求的训练精度。这是因为排在较前的样本对网络的部分影响被排在较后的样本的影响掩盖掉了，从而使排在较后的样本对最终结果的影响就要比排在较前的样本的影响大。这又一次表明，虽然知识的分布表示原理告诉我们，信息的局部破坏不会对原信息产生致命的影响，但是这个被允许的破坏是非常有限的。此外，算法在根据后来的样本修改网络的联接矩阵时，进行的是全面的修改，这使得“信息的破坏”也变得不再是局部的。这正是 BP 网络在遇到新内容时，必须重新对整个样本集进行学习的主要原因。

虽然在精度要求不高的情况下，顺序的影响有时是可以忽略的，但是我们还是应该尽量地消除它。那么，如何消除样本顺序对结果的影响呢？根据上述分析，算法应该避免“分别”、“依次”的出现。因此，我们不再“分别”、“依次”根据  $(X_1, Y_1)$ ,  $(X_2, Y_2)$ , ...,  $(X_S, Y_S)$  对  $W^{(1)}$ ,  $W^{(2)}$ , ...,  $W^{(M)}$  进行调整，而是用  $(X_1, Y_1)$ ,  $(X_2, Y_2)$ , ...,  $(X_S, Y_S)$  的“总效果”去实施对  $W^{(1)}$ ,  $W^{(2)}$ , ...,  $W^{(M)}$  的修改。这就可以较好地将对样本集的样本的一系列学习变成对整个样本集的学习。获取样本集“总效果”的最简单的办法是取

$$\Delta w_{ij}^{(h)} = \Sigma \Delta_p w_{ij}^{(h)} \quad 1.3.11$$

其中的  $\Sigma$  表示对整个样本集的求和， $\Delta_p w_{ij}^{(h)}$  代表联接权  $w_{ij}^{(h)}$  关于样本  $(X_p, Y_p)$  的调整量。从而得到算法二。

#### 算法二：消除样本顺序影响的 BP 算法

1 for h=1 to M do

1.1 初始化  $W^{(h)}$ ;

2 初始化精度控制参数  $\varepsilon$ ;

3  $E = \varepsilon + 1$ ;

4 while  $E > \varepsilon$  do

- 4.1  $E=0$ ;
- 4.2 对所有的  $i、j、h$ :  $\Delta w_{ij}^{(h)}=0$ ;
- 4.3 对  $S$  中的每一个样本  $(X_p, Y_p)$ :
  - 4.3.1 计算出  $X_p$  对应的实际输出  $O_p$ ;
  - 4.3.2 计算出  $E_p$ ;
  - 4.3.3  $E=E+E_p$ ;
  - 4.3.4 对所有的  $i、j$  根据式 3.3.7 计算  $\Delta_p w_{ij}^{(M)}$ ;
  - 4.3.5 对所有的  $i、j$ :  $\Delta w_{ij}^{(M)}=\Delta w_{ij}^{(M)}+\Delta_p w_{ij}^{(M)}$ ;
  - 4.3.6  $h=M-1$ ;
  - 4.3.7 while  $h \neq 0$  do
    - 4.3.7.1 对所有的  $i、j$  根据式 3.3.9 计算  $\Delta_p w_{ij}^{(h)}$ ;
    - 4.3.7.2 对所有的  $i、j$ :  $\Delta w_{ij}^{(h)}=\Delta w_{ij}^{(h)}+\Delta_p w_{ij}^{(h)}$ ;
    - 4.3.7.3  $h=h-1$
- 4.4 对所有的  $i、j、h$ :  $w_{ij}^{(h)}=w_{ij}^{(h)}+\Delta w_{ij}^{(h)}$ ;
- 4.5  $E=E/2.0$

上述算法较好地解决了因样本的顺序引起的精度问题和训练的抖动问题。但是,该算法的收敛速度还是比较慢的。为了解决收敛速度问题,人们也对算法进行了适当的改造。例如:给每一个神经元增加一个偏移量来加快收敛速度;直接在激活函数上加一个位移使其避免因获得 0 输出而使相应的联接权失去获得训练的机会;联接权的本次修改要考虑上次修改的影响,以减少抖动问题。

Rumelhart 等人 1986 年提出的考虑上次修改的影响的公式为:

$$\Delta w_{ij}=\alpha \delta_j o_i+\beta \Delta w'_{ij}$$

其中,  $\Delta w'_{ij}$  为上一次的修改量,  $\beta$  为冲量系数,一般可取到 0.9。1987 年, Sejnowski 与 Rosenberg 给出了基于指数平滑的方法,它对某些问题是非常有效的:

$$\Delta w_{ij}=\alpha((1-\beta) \delta_j o_i+\beta \Delta w'_{ij}) \quad 1.3.13$$

其中,  $\Delta w'_{ij}$  也是上一次的修改量,  $\beta$  在 0 和 1 之间取值。

## 5.4 算法的实现

要弄清楚 BP 网络,只需要考察二级网就可以了。而且,在绝大多数应用中



选用的都是二级 BP 网络。因此, 这里以典型的二级 BP 网为例, 介绍它的实现。

设输入向量是  $n$  维的, 输出向量是  $m$  维的, 隐藏层有  $H$  个神经元, 样本集含有  $s$  个样本。隐藏层和输出层的神经元的激活函数分别为  $F_1$ 、 $F_2$ 。算法的主要数据结构如下:

$W[H, m]$ ——输出层的权矩阵;

$V[n, H]$  ——输入(隐藏)层的权矩阵;

$\Delta o[m]$  ——输出层各联接权的修改量组成的向量;

$\Delta h[H]$  ——隐藏层各联接权的修改量组成的向量;

$O_1$ ——隐藏层的输出向量;

$O_2$ ——输出层的输出向量;

$(X, Y)$  ——一个样本。

算法的主要实现步骤如下:

- 1 用不同的小伪随机数初始化  $W$ 、 $V$ ;
- 2 初始化精度控制参数  $\varepsilon$ 、学习率  $\alpha$ ;
- 3 循环控制参数  $E = \varepsilon + 1$ ; 循环最大次数  $M$ ; 循环次数控制参数  $N = 0$ ;
- 4 while  $E > \varepsilon \& N < M$  do
  - 4.1  $N = N + 1$ ;  $E = 0$ ;
  - 4.2 对每一个样本  $(X, Y)$ , 执行如下操作:
    - 4.2.1 计算:  $O_1 = F_1(XV)$ ;  $O_2 = F_2(O_1W)$ ;
    - 4.2.2 计算输出层的权修改量: for  $i = 1$  to  $m$ 
      - 4.2.2.1  $\Delta o[i] = (1 - O_2[i]) (Y[i] - O_2[i])$ ;
    - 4.2.3 计算输出误差: for  $i = 1$  to  $m$ 
      - 4.2.3.1  $E = E + (Y[i] - O_2[i])^2$ ;
    - 4.2.4 计算隐藏层的权修改量: for  $i = 1$  to  $H$ 
      - 4.2.4.2 for  $j = 1$  to  $m$ 

$$Z = Z + W[i, j] \times \Delta o[j];$$
      - 4.2.4.3  $\Delta h[i] = Z$ ;
    - 4.2.5 修改输出层权矩阵: for  $k = 1$  to  $H \& i = 1$  to  $m$ 
      - 4.2.5.1  $W[k, i] = W[k, i] + \alpha O_1[k] \Delta o[i]$ ;

#### 4.2.6 修改隐藏层权矩阵: for $k=1$ to $n$ & $i=1$ to $H$

##### 4.2.6.1 $V[k, i]=V[k, i]+\alpha O_1[k] \Delta_h[i];$

建议读者在做实验时,可以将隐含层的神经元的个数  $H$  作为一个输入参数,实验一下,对同一个问题(相同的样本集),看在隐藏层中用多少个神经元能够得到最好的效果。同样,也可以同时将  $\varepsilon$ 、循环最大次数  $M$  等作为算法的输入参数。另一个建议是,在网络的调试阶段,在最外层循环内加一层控制,让系统在每循环若干次后,将误差测度、权矩阵输出,以便使调试者可以了解到训练的实际进程,也可在训练不收敛时及时地停止算法,以尽早地进行调整。这里所说的调整主要是指对权矩阵  $W$ 、 $V$  的初值的调整。因为不同的初值可能会导致网络陷入局部极小点,而一旦陷入了局部极小点,网络就很难达到系统的精度要求。

### 第六节 ART1 神经网络法

BP 网络模型是用一个给定的样本集进行训练。在完成训练后,投入正常的运行。如果在使用的过程中环境发生了变化,则需要重新构造一个能够表现当前环境的样本集,并用该样本集重新对网络进行训练。在这种情况下,不能只用变化后新加的样本对网络进行“补充”训练。这会破坏掉网络原来已学会的内容,而只记下新的内容。这就是说,BP 网络的长期存储内容只是它最后获得训练时系统所面对的样本集所蕴含的内容。BP 网络的这种不能在保留已学内容的前提下增加新内容的特性叫做网络的不可塑性。图 8-7 给出了这一类网络面对环境的变化,所需要采取的策略。

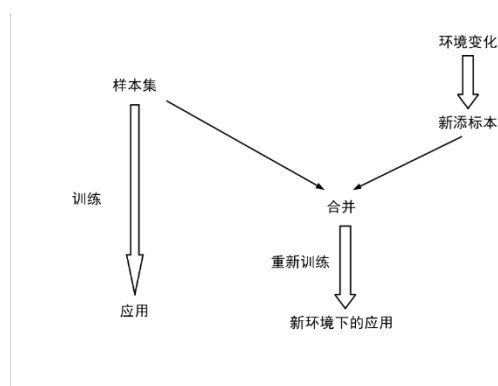


图 8-7 环境的变化要求重新训练网络

初步想来,上述情况难以充分地发挥人工神经网络的信息分布存放特性所带

来的优点。因为信息分布存放的最大特性之一是信息的部分破坏不会影响所存放的内容。那么在遇到新的变化时,应该可以根据新的样本“部分地”改变原有存储信息,来对网络实施“补充”训练。但试验表明,这是不行的。究竟为什么不能只将代表新添内容的样本拿来对网络实施“补充”训练呢?通过进一步仔细的分析知道,当用代表新添内容的样本来训练网络时,网络的每一个联接权都要根据这些样本进行适当的调整。这样一来,进行的就不是“部分修改”,而是全部的修改了。这种做法的实际效果是:将当前的网络联接权矩阵当作初值,按照“新的样本集”进行新的训练。所以,训练后的网络绝大多数只能表达出“新的样本集”所含的内容。

从上述分析可以得出这样的启示:在面对一些表示新添内容的样本时,如果真正能够只修改一部分内容,这样才有希望在保证不破坏原存储内容的基础上将新的内容增加进去。因此,选择哪一部分进行修改是网络要解决的问题。显然,被修改的内容应该是和新的内容相关的。这就告诉我们,在将样本中所含的内容存入网络的时候,不能再像一般网络那样,实施完全的分布存放。如果要存放也应该是将有关的内容放在一起。也就是说,存放是分类的。

样本所含内容的分类及其存放应该是由网络自动完成的,而且这个过程应该是逐步进行的一一要在网络的应用过程中逐渐丰富。也就是说,网络可以“边工作、边学习”,在实践中不断地丰富自己的知识。这种性质称为网络的可塑性。

综上所述,要想使网络具有可塑性,必须实现以下 4 项功能:

- (1)对样本的分类功能;
- (2)分类的识别功能;
- (3)比较功能;
- (4)类的建立功能。

如果网络具备了这四项功能,它就能够在使用过程中不断地感知大量的信息,从中抽取有价值的内容,对它们进行分类加工,并在不破坏原有存储信息的前提下,存储新的内容——不断丰富自己的知识,增加自己的功能。这正好与人脑对信息的处理相对应。人类在实践中不断丰富自己的知识,人类的大脑可以完成对来自周围环境的大量连续感知信息的分类工作,从这些大量的信息中抽取有价值的东西,对它们进行适当的加工,并在完成加工后,将它们存储起来。在这个过

程中，不会因为学习了新的东西而忘掉已学会的东西。也正是因为这一点，才使人类具有非常强的不断地适应新环境的能力，才能不断地生产、不断地丰富自己的物质生活和精神生活。因此，要想使人工神经网络能够发挥更大的作用，也必须使它具有可塑性，有能力适应不断变化的世界的需要。

实际上，Carpenter 和 Grossberg 在 1986 年曾经给出了一个非常特殊的例子：他们只给网络有限的 4 个样本，这 4 个样本被周期性地提交给网络，网络需要通过不断地修改各个联接权去适应这个变化的环境。网络联接权的不断变化，表明网络是难以收敛的。后来，Grossberg 及其助手们构造出了具有可塑性的网络模型，叫做自适应共振理论(Adaptive Resonance Theory，简记为 ART)。按照其输入数据及其处理，这种网络模型可以分成两大类：一类只接受二值的输入向量；另一类则可以接受二值的和连续值的输入向量。习惯上，人们将前一类叫做 ART1，而将后一类叫做 ART2。当然，可以通过用二进制进行编码，去表达一个非二值表达的数据。但是，从一般的角度来讲，第二种模型的应用范围要更为广泛一些。

这里将介绍 ART1 网络模型。为叙述简洁起见，直接将其记为 ART。主要内容包括：ART 模型的总体结构，各模块功能；比较层的联接矩阵与识别层的联接矩阵的初始化，识别过程与比较过程，查找的实现；ART 的训练。

## 6.1 ART 的结构

为了使网络在保持原有内容的前提下(称之为稳定性)，能够将新的内容添加进去(即可塑性)，按照上述分析，ART 首先必须是一个分类器，它能够将输入向量进行适当的分类，给分类处理与存储打下基础。对一个给定的输入向量，ART 将在网络中已经存放的所有分类中进行查找，如果能够发现其中的某一个“类表示”表达了该输入向量的基本特征，则可对此分类的表示模式进行适当的微调，使之能更好地表达该输入向量。由于被调整的“对象”是已被网络确认的用来表示输入向量所在类的“类表示”，所以它不影响已有的其他类的“类表示”，这使得网络的稳定性得到保证。对该输入向量，如果网络发现在已有的“类表示”中不存在相对应的，则在自己的容量范围内创造一个新的“类表示”，使它与该输入向量实现匹配。从而使网络具有可塑性。

$$\text{新输入向量与现存模式} \begin{cases} \text{相似：修改相匹配的模式} \\ \text{不相似：建立一个新模式} \end{cases} \left. \vphantom{\begin{matrix} \text{相似：修改相匹配的模式} \\ \text{不相似：建立一个新模式} \end{matrix}} \right\} \text{不匹配的现存模式不被修改}$$

图 8-8 网络的稳定性与可塑性保证

为实现图 8-8 提出的要求,可以构造出图 8-9 所示的 ART 总体结构图。ART 模型主要包含 5 个功能模块:识别层、比较层、识别层输出信号控制( $G_1$ )、比较层输出信号控制( $G_2$ )、系统复位控制。它的基本工作过程为:当系统没有接受输入向量的时候,比较层输出信号控制  $G_1$  使得比较层的输出信号  $C$  为 0; 识别层的输出控制信号  $G_2$  使得识别层的输出信号  $P$  为 0。当输入向量  $X$  一旦被加到系统上,  $G_1$  使  $X$  被原封不动地按照  $C$  的形式送入识别层。在识别层找到  $C(X)$  应该属于的类,该类的代表向量被以向量  $P$  送回到比较层,  $P$  与  $X$  比较,形成新的输出向  $C$ ,  $C$  和  $X$  又同时被送到系统复位控制模块进行比较。如果系统认为  $C$  可以代表  $X$ ,则网络进入训练期——按照  $X$  修改被选中的  $B_k$  和  $T_k$ 。如果系统认为  $C$  不能代表  $X$ ,则发出信号,使识别层复位(重新输出 0),向量  $X$  重新被原样送入比较层,寻找新的类进行匹配……如此下去,直到找到一个能满足要求的类或者发现系统中现有的类均不能满足要求。当后一种情况发生时,则在系统中按照  $X$  建立一个新类。

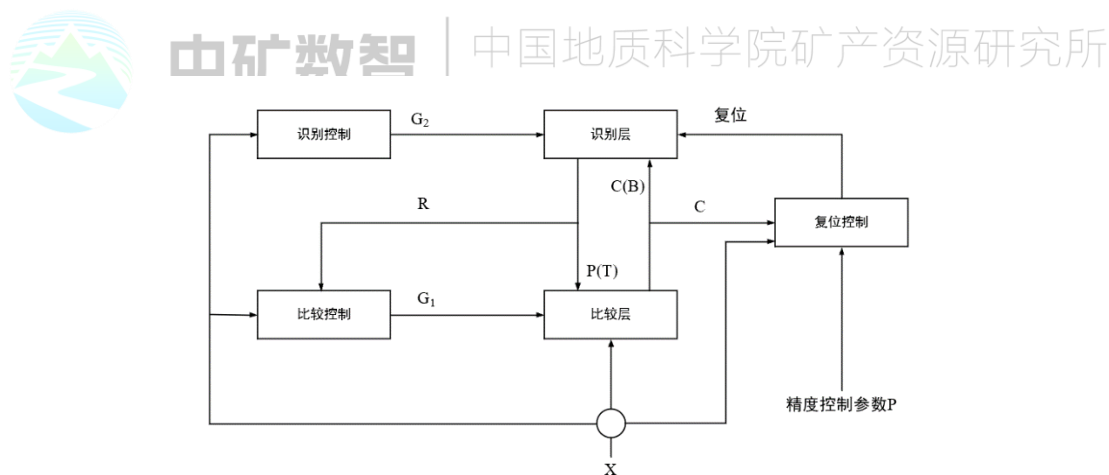


图 8-9 ART 总体结构图

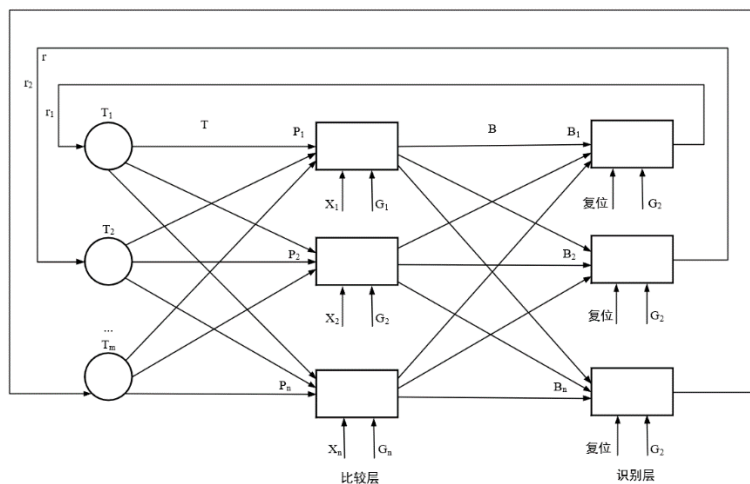


图 8-10 以比较层和识别层为主的 ART 拓扑结构

从这个简要的工作过程来看，在系统的 5 个模块中，识别层输出信号控制 G1(简称为识别控制)、比较层输出信号控制 G2(简称为比较控制)、系统复位控制等 3 个模块是用来实现信号的传输控制的。识别层、比较层承担系统的主要功能，系统中存放的分类信息也由这两层来分析和记忆。因此，为了后面的分析方便起见，图 8-10 给出了 ART 模型的以识别层和比较层为主的拓扑结构，对其他 3 个模块，只标出其控制信号。

在图 8-9、8-10 中， $X$  为输入向量， $R$  为识别层的输出向量， $C$  为比较层的输出向量， $P$  是比较层的网络输入向量。后面会看到， $P$  相当于向量  $X$  所处的类的表示形式。 $T$ (Top-down)为从识别层到比较层的联接权矩阵， $B$ (Bottom-up)为从比较层到识别层的联接权矩阵， $T_i$  和  $B_i$  分别是识别层的第  $i$  个神经元对应的识别层的联接权向量和比较层的联接权向量：

$$X = (x_1, x_2, \Lambda, x_n)$$

$$R = (r_1, r_2, \Lambda, r_m)$$

$$C = (c_1, c_2, \Lambda, c_n)$$

$$P = (p_1, p_2, \Lambda, p_n)$$

$$T_i = (t_{i1}, t_{i2}, \Lambda, t_{in})$$

$$B_i = (b_{i1}, b_{i2}, \Lambda, b_{ni})$$

其中， $t_{ij}$  表示识别层的第  $i$  个神经元到比较层的第  $j$  个神经元的联接权， $b_{ij}$  表示比较层的第  $i$  个神经元到识别层的第  $j$  个神经元的联接权。 $p_i$  为比较层的第  $i$  个神经元的网络输入：

$$p_i = \sum_{j=1}^m r_j t_{ji} \quad 1.4.1$$



下面分别讨论这 5 个功能模块。

### 6.1.1 比较层输出信号控制

由图 3-8 知, 比较层输出信号控制模块接收来自外界的输入向量  $X$  和来自识别层的输出向量  $R$ 。它根据这两个信号, 决定输出  $G1$ : 仅当  $X$  为非 0 向量, 并且  $R$  为 0 向量时,  $G1$  才输出 1, 其他情况下它均输出 0:

$$G_1 = \neg(r_1 \vee r_2 \vee \Lambda \vee r_m) \wedge (x_1 \vee x_2 \vee \Lambda \vee x_m) \quad 1.4.2$$

也就是说, 仅当一个输入向量刚加在网络上( $X \neq 0$ 时, 识别层对应的输出向量还未出现时(此时  $R=0$ , 进而使  $P=0$ ),  $G1$  才输出 1。这是用来配合比较层的工作, 使得在网络处理某个输入向量的初始阶段, 该输入向量能够被原原本本地送入识别层进行其类别的识别。

### 6.1.2 识别层输出信号控制

识别层输出信号控制可以看成是识别层的封锁与使能控制。当外界没有信号输入时,  $X=0$ , 这时它封锁识别层, 使它输出 0 向量( $R=0$ 、 $P=0$ ); 而在正常运行中( $X \neq 0$ ), 它能使识别层, 使之可以根据当前的向量  $C$ , 产生相应于  $C$  的类表示  $P(R)$ 。

$$G_2 = x_1 \vee x_2 \vee \Lambda \vee x_n \quad 1.4.3$$

### 6.1.3 比较层

比较层同时接受三个信号: 输入信号  $X$ , 识别层的输出信号  $P$ , 比较层输出控制信号  $G1$ 。该层的神经元执行二-三规则。它的第  $i$  个神经元同时接受  $x_i$ 、 $p_i$ 、 $G1$ , 相应的输出为:

$$c_i = \begin{cases} 1 & x_i + p_i + G1 \geq 2 \\ 0 & x_i + p_i + G1 < 2 \end{cases} \quad 1.4.4$$

在比较层开始接受一个非 0 输入向量  $X$  之前, 称此时网络处于待命期。由于此时相当于网络的输入向量  $X=0$ , 所以, 识别层受到控制信号  $G2$  的作用, 所有的神经元被抑制, 此时它的输出向量  $R=0$ 。当一个非 0 的输入向量  $X$  加在网络上后, 网络进入第 1 个工作周期, 此时, 比较层输出信号控制单元首先工作。由式 1.4.2,  $G1=1$ , 而此时仍然有  $R=0$ (从而使  $P=0$ ), 根据式 1.4.4,  $X$  被原封不动地传送到识别层:

$$C=X \quad 1.4.5$$

当这个  $C$  被送入识别层的同时, 网络的非 0 输入  $X$  使  $G2=1$ (式 1.4.4), 从而使能识别层。识别层中的某一个神经元输出 1, 其他输出为 0。不妨设该神经元为第  $k$  个神经元。由式

$$pi = \sum_{j=1}^m r_j t_{ji} = r_k t_{ki} = t_{ki} \quad 1.4.6$$

从而有:

$$P=T_k \quad 1.4.7$$

因此, 识别层的第  $k$  个神经元对应的从自身到比较层的各个神经元的联接权所构成的向量是输入向量的类表示。由于  $X \neq 0$ , 所以, 在正常情况下,  $R \neq 0$ ,  $P \neq 0$  成立。由式 1.4.2, 此时  $G1$  被置为 0。到此时, 网络工作的第 1 个周期结束。此时网络进入第 2 个工作周期。按照上述分析, 在网络工作的第 2 个周期开始时, 有  $G1=0$ ,  $G2 \neq 0$ ,  $R \neq 0$ 。根据式 3.4.4, 在这个周期, 比较层的输出向量  $C$  实际上是向量  $X$  和  $P$  的“与”:

$$c_i = x_i \wedge p_i \quad 1.4.8$$

由此可以看出, 如果网络认为某一组输入向量是同一类的, 则代表它们所在类的向量应该为它们的“与”。

### 6.1.4 识别层

如图 3-8、3-9 所示, 识别层接受三个信号:  $G2$ 、复位、 $C$ 。由式 1.4.3, 当没有输入向量加在网上时,  $X=0$ , 使得  $G2$  输出 0。这样, 识别层的所有神经元被封锁。而当有输入向量时( $X \neq 0$ ), 识别层的神经元被使能。此后, 对该输入向量  $X$ , 按网络的运行, 确定自己的状态。向量  $C$  是  $X$  经过比较层变换后输出的向量, 它是系统给  $X$  的“暂定”代表。在比较层的讨论中, 我们知道, 在  $X$  被网络处理的第 1 个工作周期中,  $C=X$ , 此时识别层的第  $k$  个神经元  $RN_k$  所获得的网络输入为:

$$\sum_{i=1}^n b_{ik} c_i \quad 1.4.9$$

由于该层的任务是识别出  $X(C)$  应该是属于哪一类的向量, 所以, 该层实行的是竞争机制。在最简单的情况下, 对应于一个向量  $C$ , 识别层中有且仅有一个

神经元处于激发态(输出 1), 其他则均处于抑制态。显然, 处于激发态的  $RN$  对应的权向量  $B_k$  将与  $C$  匹配的很好。由式 1.4.9 知,  $B_k$  与  $C$  有最大的点积:

$$\sum_{i=1}^n b_{ik} c_i = \max \left\{ \sum_{i=1}^n b_{ij} c_i \mid 1 \leq j \leq m \right\} \quad 1.4.10$$

因此, 与  $RN_1, RN_2, \dots, RN_m$  相对应, 向量  $B_1, B_2, \dots, B_m$  代表着不同的分类。虽然  $X, C$  是二值向量, 但  $B_1, B_2, \dots, B_m$  则是实数向量, 表明从比较层到识别层的联接权是实数。与之对应的二值表示是比较层相应神经元对应的从识别层到比较层的联接权向量  $T_1, T_2, \dots, T_m$ 。  $B_1, B_2, \dots, B_m$  与  $T_1, T_2, \dots, T_m$  依照  $RN_1, RN_2, \dots, RN_m$  相对应, 从形式上看, 下标相同的向量形成一一对应。

识别层的竞争机制是通过各个  $RN$  之间的侧联接实现的。这些侧联接, 除到自身的联接为刺激(正)联接外, 其他均为抑制(负)联接。这样, 获得最大网络输入的  $RN$  能够抑制同层其他神经元的激发。

### 6.1.5 系统复位控制

复位模块也同时接受三个信号: 输入(原始)向量  $X$ , 向量  $C$ , 精度控制参数  $\rho$ 。该模块根据一定的规则计算  $C$  与  $X$  的相似度, 如果该相似度满足精度控制参数  $\rho$  的要求, 就表示  $C$  确实可以表示  $X$ 。如果该相似度不能满足精度控制参数  $\rho$  的要求, 就表示  $C$  实际上不能表示  $X$ 。此时, 复位控制模块发出复位信号。对应该输入向量  $X$ , 在不允许  $RN_k$  激发的条件下, 重新寻找它应该对应的类的表达向量。对一个输入向量  $X$ , 网络经过运行, 找到一个向量  $C$ , 由上面的讨论知道, 它被认为是  $X$  所处的类的代表。但是, 这个代表可能不能满足精度要求。因此, 需要继续寻找能满足精度要求的  $C$ 。在这种情况下, 复位控制信号使得本次被“误选”的神经元被屏蔽。在理想的情况下, 这个过程仅在输入向量  $X$  第一次被加在网络上时出现。在  $X$  被网络认定为某一类后, 当它再一次被加在网络上时, 网络应该能迅速地找到它所对应的类, 而不需要进行反复的查找。一般用下列公式计算  $X$  与  $C$  的相似度:

$$s = \frac{\sum_{i=1}^n c_i}{\sum_{i=1}^n x_i} \quad 1.4.11$$

再注意到式 1.4.11, 可以得到  $0 \leq s \leq 1$ 。按照精度控制的要求, 如果  $s \geq \rho$ , 这表示网络最终认可当前处于激发态的  $RN_k$  所对应的  $B_k$ 、 $T_k$  为  $X$  的类表示。如果  $s < \rho$ , 表示本次选中的  $RN_k$  所对应的  $B_k$ 、 $T_k$  不能很好地代表  $X$ , 因此, 需要重新寻找。

## 6.2 ART 的初始化

由于 ART 是在运行过程中通过自适应地进行联接权的调整来实现学习的, 因此, ART 的初始化非常重要。与前面所叙述的各类网络模型不同, ART 的初始化与它的基本工作原理紧密相关, 直接关系到 ART 的可塑性、分类表示等方面的问题, 因此需要给予专门的讨论。ART 的初始化主要包括对比较层到识别层的权矩阵  $\mathbf{T}$ 、识别层到比较层的权矩阵  $\mathbf{B}$ 、精度控制参数  $\rho$  的初始化。下面, 分别对其进行讨论。

### 6.2.1 $T$ 的初始化

$T$  是从识别层到比较层的联接矩阵, 按照上节对识别层和比较层运行的介绍, 在网络以最简单的方式工作的情况下, 对每一个输入向量, 识别层有且仅有一个神经元(如:  $RN_k$ )输出 1, 其他均输出 0。而在比较层, 每个神经元是按照二-三规则工作的, 由此来实现向量  $X$  与  $P$  的比较。由式 1.4.6、1.4.7 知道, 此时的  $P$  就是  $RN_k$  对应的向量  $T_k$ 。这表明, 连接矩阵  $\mathbf{T}$  应该是一个 0、1 矩阵。

对输入向量  $X$ , 通过  $RN_k$  被激发,  $T_k$  被以  $P$  的形式送入比较层。式 1.4.8 的向量形式为:

$$C = X \wedge P = X \wedge T_k \quad 1.4.12$$

而系统的复位控制模块是按式 3.4.11 来计算  $C$  与  $X$  的相似度的, 能够保证  $c_i = 1$  的必要条件为  $x_i = 1$ , 即对于任意  $1 \leq i \leq n$

$$\text{if } c_i = 1 \text{ then } x_i = 1 \quad 1.4.13$$

另外, 根据三中关于  $T$  的训练的讨论(式 3.4.17), 应该用 1 初始化矩阵  $T$  的所有元素, 即对于任意  $1 \leq i \leq n$ ,  $1 \leq j \leq m$ , 有

$$t_{ij} = 1 \quad 1.4.14$$

所以, 最开始时, 矩阵  $T$  的所有元素全为 1。

### 6.2.2 B 的初始化

在上述讨论过程中, 对矩阵  $B$  是按列向量讨论的:  $B$  的列向量  $B_1, B_2, \dots, B_m$  依次对应于  $RN_1, RN_2, \dots, RN_m$ , 从而每一个向量  $B_k$  又是  $RN_k$  对应的类的代表向量。按照网络的运行方式, 对于一个输入向量  $X$ , 如果  $RN_k$  在竞争中获胜, 则  $B_k$  与  $X$  的点积取最大值。所以, 为了使网络的运行保持有一定的准确性, 需要用较小的值去初始化  $B$  的每个元素。否则, 对同一个输入向量  $X$  的两次不同的加载, 可能会因引起不同的  $RN$  的激发而导致错误。按照 Grossberg 与 Carpenter 的研究结果, 对于任意  $1 \leq i \leq n, 1 \leq j \leq m$ , 有

$$b_{ij} < L/(L-1+n) \quad 1.4.15$$

其中,  $n$  为输入向量的维数;  $L$  为一个大于 1 的常数, 其值应该与输入向量的位数相关。由上式可知, 对于任意  $1 \leq i \leq n, 1 \leq j \leq m$ ,  $b_{ij} \in (0, 1)$ , 是一个非负纯小数。从而, 与  $O, 1$  矩阵  $T$  对应的矩阵  $B$  是一个实数矩阵。实际上, 关于识别层的一个神经元  $RN_k$ ,  $T_k, B_k$  分别是它对应的类的两种不同形式的表示。另外, 由式 1.4.15, 在网络开始运行时,  $B$  的每个元素都是相同的, 他们将随着网络的运行逐渐被改变。

### 6.2.3 $\rho$ 的初始化

顾名思义, 精度控制参数  $\rho$  用来控制网络的识别精度。注意到式 1.4.11、1.4.12, 我们知道:

$$0 \leq s \leq 1$$

显然, 当  $s=0$  时, 本次所得的匹配是最差的; 当  $s=1$  时, 是最为理想的匹配。此时,  $C=X$  成立。

由上述分析知,  $\rho \in [0, 1]$ 。  $\rho$  的值越大, 网络所实现的划分就越细;  $\rho$  的值越小, 网络所实现的划分就越粗。这就是说,  $\rho$  的值是划分“粗细”的标准。所以, 它的初始化要根据网络的用户要求来确定。也可以在网络运行的初期将  $\rho$  的值取得小一点, 以实现较粗的划分, 以后逐渐加大, 以实现更精确的划分。

## 6.3 ART 的实现

本节讨论 ART 的实现。由于 ART 本身具有自适应能力, 所以, ART 的训练是在运行过程中根据执行的结果确定的。

在完成初始化后, ART 就可以投入运行, 实现“边学习, 边工作”。为了叙述清楚起见, 将 ART 面对一个输入向量  $X$  的处理分为四个阶段: 识别、比较、查找、训练。

### 6.3.1 识别

当输入向量  $X$  未被加在网上时, 网络的输入相当于是 0。根据式 1.4.3,  $G2=0$ , 这使得识别层的所有神经元被抑制。此时,

$$R=(r_1, r_2, \dots, r_m)=(0, 0, \dots, 0)$$

当一个非 0 向量被加在网络上时, 由式 1.4.2、1.4.3, 得

$$G1=G2=1$$

成立。而由于此时  $R=0$ , 所以, 根据式 1.4.1, 有

$$P=(p_1, p_2, \dots, p_m)=(0, 0, \dots, 0)$$

再根据式 1.4.4, 获得式 1.4.5 的结果。此时, 在识别层, 对于每个  $k$ ,  $1 \leq k \leq m$ ,  $RN_k$  完成如下操作:

(1) 计算  $\sum_{i=1}^n b_{ik} c_i$ ;

(2) 接收来自其他  $RN$  的抑制信号, 并向其他的  $RN$  发出抑制信号;

(3) 确定自己的输出状态;

(4) 完成输出。

$RN$  之间的抑制信号是通过它们之间的抑制连接实现的。如果某一个  $RN_k$  输出 1, 则表明, 在本轮识别中,  $X$  暂时被认为是属于该  $RN_k$  所对应的类。

### 6.3.2 比较

当识别层在本轮识别中将  $X$  归于  $RN_k$  对应的类后,  $RN_k$  的输出值 1 被分别以权重  $t_{ij}$  传送到比较层, 由式 1.4.6、1.4.7, 此时送入比较层的向量  $P$  就是向量  $T_k$ 。 $T$  的初始化及后面讨论的  $T$  的训练保证了  $T$  的每个元素取值为 0 或者 1。所以, 在前面曾经说, 根据  $RN_k$  进行对应,  $B_k$  与  $T_k$  互为变换形式。由于此时  $R \neq 0$ , 使得  $G1=0$ 。由二-三规则,  $c_i$  的值根据式 1.4.8 确定。如果对于所有的  $j$ ,  $1 \leq j \leq n$ ,  $p_j = x_j$ , 则表示  $X$  获得良好的匹配。如果存在  $j$ , 使得  $p_j \neq x_j$ , 则表明  $X$  与相应的“类”的代表向量并不完全一致。

当系统复位控制模块接收到  $X$  和  $C$  后, 就计算它们的相似度  $s$ :



- 如果  $s \geq p$ , 则表明识别层在本轮所给出的类满足系统的精度要求。所以, 查找成功, 系统进入相应的训练周期。

- 如果  $s < p$ , 则表明识别层在本轮所给出的类不能满足系统的精度要求。此时, 复位模块向识别层发出复位信号, 使所有的  $RN$  输出 0。系统回到开始处理  $X$  的初态, 重新进行搜索。由于复位信号在使所有的  $RN$  输出 0 的同时, 屏蔽了本次被激发的  $RN$ , 所以, 在下一轮的匹配中, 该  $RN$  被排除在外, 以便系统能够找到其他更恰当的  $RN$ 。

### 6.3.3 查找

如果  $s \geq p$ , 认为网络查找成功, 此时分类完成, 无需再查找。

如果  $s < p$ , 则表明本轮实现的匹配不能满足要求, 此时需要寻找新的匹配向量。具体过程如下:

(1) 复位模块向识别层发出复位信号:

(2) 所有的  $RN$  均被抑制:  $R=(r_1, r_2, \dots, r_m)=(0, 0, \dots, 0)$ , 上轮被激发的  $RN$  被屏蔽;

(3)  $G1$  的值恢复为 1;

(4)  $X$  的值再次被从比较层送到识别层:  $C=X$ ;

(5) 不同的  $RN$  被激发, 使得不同的  $P(T_k)$  被反馈到比较层;

(6) 比较层进行相应的比较, 并判定本次匹配是否满足要求;

(7) 如果本次匹配不成功, 则重复(1)~(6)直到如下情况之一发生:

1) 本轮匹配成功。表明已找到一个与  $X$  匹配较好的模式, 此时, 网络进入训练期, 对这个匹配的模式进行适当的修改, 使它能更好地表示  $X$ 。

2) 网络中现存的模式均不匹配。这表明,  $X$  不属于现存的任何一个类。因此, 网络需要重新构造一个新模式来表达这个类。此时, 网络用一个还未与任何类关联的  $RN$  来对应  $X$  所在的类: 根据  $X$  修改与此  $RN$  对应的  $T_k$ 、 $B_k$ 。由于在进行网络的初始化时, 已将  $T$  的每一个元素初值为 1, 而在训练中网络不修改未被选中的连接权向量(见后面的讨论), 所以, 此时被网络选中的  $RN$ (不妨仍用  $RN_k$  表示)所对应的从识别层到比较层的连接权向量  $T_k=(1, 1, \dots, 1)$ 。因而,  $P=(1, 1, \dots, 1)$  被送入比较层。由二一三规则, 此时  $C=X \wedge P=X$ , 被送入系统复位控制模块。由式 1.4.11,  $s=1$ , 而  $p \leq 1$ , 所以  $s \geq p$ 。匹配获得成功, 网络进入训练期。

从上述查找过程看出, 当将一个输入向量加到网络上后, 网络并不一定能立即找出它所在的类。这是一个值得讨论的问题。因为按照一般的情况, 对应输入向量  $X$ , 由式 1.4.10, 首先被选中的  $RN$  应该是获得了最大的激励值, 为什么输入向量  $X$  不一定属于  $RN$  所对应的类呢? 分析发现, 由于受  $B$  的值的取法的影响, 有时候, 获得最大激励值的  $RN$  对应的类不一定是  $X$  所属的类。这使得查找成为网络工作的一个必不可少的过程。例如: 设  $n=5$ , 三个输入向量为:

$$X_1=(1, 0, 0, 0, 0)$$

$$X_2=(1, 0, 0, 1, 1)$$

$$X_3=(1, 0, 0, 1, 0)$$

按照式 3.4.15, 假定用  $2/(2-1+5)$  初始化  $B$ , 当  $X_1$ 、 $X_2$  被输入时,  $RN_1$ 、 $RN_2$  分别被激发, 按照式 3.4.16 对网络进行的训练,  $T_1$ 、 $T_2$ 、 $B_1$ 、 $B_2$  分别取如下值:

$$T_1=(1, 0, 0, 0, 0); B_1=(1, 0, 0, 0, 0); T_2=(1, 0, 0, 1, 1); B_2=(0.5, 0, 0, 0.5, 0.5)。$$

此时, 当  $X_3$  被输入系统时,  $RN_1$ 、 $RN_2$  获得的激励值都是 1, 这两个神经元都有可能被选中而处于激发状态。如果  $RN_2$  被选中, 则此时由比较层输出的向量  $C=X$ , 从而使得  $s=1$ , 表明该选择满足网络的精度要求。但是, 如果首先选中的是  $RN_1$ , 此时比较层的输出向量  $C=(1, 0, 0, 0, 0)$ , 从而使得  $s=0.5$ , 当  $\rho > 0.5$  时(如取  $\rho=0.8$ ), 选择  $RN_1$  就不能满足精度要求, 此时网络就需要进入查找工作阶段:

(1)  $RN_1$  获胜;

(2)  $C$  取值  $(1, 0, 0, 0, 0)$ ;

$$(3) s = \sum_{i=1}^5 c_i / \sum_{i=1}^5 x_i = 0.5;$$

(4)  $s < \rho$ ;

(5)  $RN_1$  被屏蔽;

(6) 网络进入第二个查找周期,  $RN_2$  获胜;

(7)  $C$  取值  $(1, 0, 0, 1, 0)$ ;

$$(8) s = \sum_{i=1}^5 c_i / \sum_{i=1}^5 x_i = 1;$$

(9)满足精度要求, 停止查找, 进入训练期。

上述讨论是基于在式 1.4.15 和式 1.4.16 取  $L$  为 2 的前提下进行的, 当  $L$  取其他的值时, 如 1.5, 4 等, 将会有不同的结果。将这些留给读者自己去讨论。

另外, 在具体的实现中, 读者需要注意, 对一个给定的输入向量  $X$ , 当一个被初步选中的  $RN$  被系统认为是不能满足精度要求后, 在网络继续为该输入向量寻找新的匹配类的过程中, 应该一直被屏蔽。要注意的另一个问题是, 由于网络中包含着五个主要的功能模块, 它们之间互相影响, 加上信号的反馈, 使得网络中的信号较为复杂。所以, 建议读者按照这里提到的“查找周期”的概念去处理信号的传递问题。

### 6.3.4 训练

当网络进入训练期时, 已知输入向量与  $RN_k$  对应的存储模式(向量  $T_k$ 、 $B_k$ )相似, 此时网络将用该模式代表它。为了使向量  $T_k$ 、 $B_k$  更好地代表  $X$  的特点, 将按如下方法对它们进行修改:

$$\text{对 } 1 \leq i \leq n, \text{ 令}$$

$$b_{ik} = \frac{Lc_i}{L-1 + \sum_{j=1}^n c_j} \quad 1.4.16$$

$$t_{ki} = c_i \quad 1.4.17$$

与式 1.4.15 类似, 1.4.16 中的  $L$  也是一个常数。由式 1.4.7、1.4.8 可知, 矩阵  $T$  的任意元素的值可能从 1 变成 0, 而不可能从 0 变成 1。所以, 要求用 1 初始化  $T$  的所有元素。

由式 1.4.5、1.4.7、1.4.8、1.4.17 推知, 如果  $RN_k$  对应的模式代表类  $\{X_1, X_2, \Lambda, X_d\}$ , 则有

$$T_k = X_1 \wedge X_2 \wedge \Lambda \wedge X_d \quad 1.4.18$$

这就是说, 网络将向量共有的东西作为它的类表示, 这也符合一般意义下的“共同特征”的要求。式 1.4.16 中的  $\sum_{j=1}^n c_j$  是非常重要的, 不妨将它看成向量  $C$  的一个度量, 它越大, 产生的权值就越小; 它越小, 产生的权值就越大。这使得

当一个向量是另一个向量的子集时，能够获得较好的操作。仍取

$$X_1=(1, 0, 0, 0, 0)$$

$$X_2=(1, 0, 0, 1, 1)$$

$$X_3=(1, 0, 0, 1, 0)$$

设  $X_1$ 、 $X_2$  分别使  $RN_1$ 、 $RN_2$  激发。对应地，设  $T_1=X_1$ 、 $T_2=X_2$ 。如果式 1.4.16 中没有  $\sum_{j=1}^n c_j$ ，则此时  $B_1=T_1$ 、 $B_2=T_2$ 。那么，当  $X_1$  再一次被输入时， $RN_1$ 、 $RN_2$

因为获得的网络输入相同而都有被选中的可能。如果  $RN_2$  被选中，则会导致网络运行错误，使得原有的分类被严重破坏：

- (1)  $X_1$  被再次输入，导致  $RN_2$  被选中；
- (2) 识别层将  $T_2$  送入比较层： $P=T_2$ ；
- (3) 此时， $C=P \wedge X_1=X_1$ ；
- (4)  $C$  与  $X_1$  被送入系统复位控制模块，计算出  $s=1$ ；
- (5) 因为  $s > \rho$ ，所以对网络进行训练： $T_2=C$ 。

显然，其原值被破坏了。而当选择一个适当的  $L$ ，同时在调整  $B$  时保留  $\sum_{j=1}^n c_j$ ，

这个问题就可以避免了。

需要提醒读者注意的是，网络的分类并不是一成不变的，为说明此问题，继续使用上面例子中的输入向量，这里，取  $L=6$ ，用式 1.4.15 对  $B$  进行初始化，使得  $B$  的所有元素均取值 0.6。

- (1)  $X_1$  的输入导致  $RN_1$  被激发； $B_1$  被训练后取值为(1, 0, 0, 0, 0)。

(2) 输入  $X_2$  时， $RN_1$ 、 $RN_2$  所获得的网络输入分别为 1 和 1.8，这导致  $RN_2$  被激发； $B_2$  被训练后取值为(0.6, 0, 0, 0.6, 0.6)。

(3) 此时，如果  $X_1$  再次被输入， $RN_1$ 、 $RN_2$  所获得的网络输入分别为 1 和 0.6，从而正确的神经元被激发；如果  $X_2$  再次被输入， $RN_1$ 、 $RN_2$  所获得的网络输入分别为 1 和 1.8，从而也仍然有正确的神经元被激发。

(4) 当  $X_3$  被输入时， $RN_1$ 、 $RN_2$  所获得的网络输入分别为 1 和 1.2，从而  $RN_2$  被激发，此时， $T_2=(1, 0, 0, 1, 1)$  被送入比较层，使得  $C=T_2 \wedge X_3=X_3$ ，从而导致  $s=1 > \rho$ 。

(5)网络进入训练。  $T_2$ 、 $B_2$  被修改:

$$T_2=(1, 0, 0, 1, 0)$$

$$B_2=(6/7, 0, 0, 6/7, 0)$$

(6)当再次输入  $X_2$  时,  $RN_1$ 、 $RN_2$  所获得的网络输入分别为 1 和  $12/7$ , 这再次导致  $RN_2$  被激发。但是, 此时识别层送给比较层的  $T_2=(1, 0, 0, 1, 0)$ , 从而有  $s=2/3$ , 如果系统的复位控制参数  $\rho>2/3$ , 此时系统会重新为  $X_3$  选择一个新的神经元。

由此例可见, 网络是根据当前存储的模式确定将一个输入向量划归某一类的。随着网络的运行, 它还可以根据新的情况进行重新分类。所以, 当一个输入向量  $X$  在某一时期被归入某一类后, 当它再次出现时, 有可能被分到另一类中。

最后需要指出的是, 虽然 ART 网络因为具有可塑性, 使得它可以边工作边学习。但是, 如果能一次性地收集到网络运行将会遇到的所有情况的代表向量, 也可以让网络先进行训练, 在训练完成后, 再投入运行。这是因为, ART 在训练稳定之后, 任意一个具有与训练向量基本特点相同的输入向量都会在被输入时“立即”激发它所对应的神经元, 无需再进行查找。并且, 对任意的输入向量序列, 网络在经过有限次的学习后, 将产生一个稳定的权向量集合, 任何重新出现的训练向量序列都不会导致 ART 网络联接权的不断变化。在这种情况下, 由于运行中无需再考虑训练的问题, 这会使得其运行期间的效率大大提高。同时这也提醒我们, 网络按要求进入训练期的时候, 当它正好激发原来激发的神经元时, 相应的训练工作有可能是可以省略的。

## 第七节 蒙特卡洛方法

蒙特卡洛方法也称统计试验方法。它是根据统计抽样理论, 对随机变量函数的概率分布进行抽样模拟, 建立起概率意义下的资源量分布模型, 依据该模型估算某一概率下的资源量。该方法能得到许多复杂随机变量近似的概率分布模型, 因此在统计学中具有重要意义。

### 7.1 蒙特卡洛法基本原理

地质事件及其所产生的地质体无论作为地质过程中的产物还是作为地质观测的结果, 都具有随机性。资源在特定地质环境中的富集作用也是一种随机事件, 因此资源可在一定概率意义下进行估计。

资源量具有质量和数量两种特征。质量特征用品位表示，表示资源数量特征参数有资源个数、矿石量和金属量等。这些特征参数都是随机变量；资源量是这些参数的函数。蒙特卡洛方法在资源量估算中的应用，是通过统计抽样来模拟资源参数的统计分布，进而求出资源量的概率分布，根据资源量的概率分布对预测区的资源量进行估算。

用蒙特卡洛方法计算资源量的过程可分为以下几个步骤：

①建立概率模型。根据资源预测对不同矿种的不同要求，建立资源与参数的关系，例如：金属量  $M$  与矿石量  $T$  和品位  $C$  的关系是

$$M=T \times C;$$

②建立参数的统计分布。不同参数有不同的分布，可通过样本观察值的统计和模拟求得参数分布。

③随机抽样，模拟资源量分布。

④研究预测区和模型区的关系，通过类比建立预测区资源量的概率分布，用资源量概率分布估计预测区的资源量。

### 1. 建立概率模型

蒙特卡洛方法是一种模拟随机变量分布函数的一种方法。它应用于资源估算中，主要用于资源量概率分布模型的建立。不同的概率分布模型具有不同的地质意义，资源量预测的一般模型是：

设  $M$  为统计单元资源量，它是随机变量。令  $C_j(j=1, 2, \dots, m)$  为资源特征参数，例如品位  $C$ 、矿石量  $T$  等，它们也是随机变量。资源量  $M$  是这些参数的函数，表示为  $M=f(C_1, C_2, \dots, C_m)$ ，不同的函数将形成不同的资源量分布模型。

#### (1) 按随机变量之间的关系分类

按随机变量之间的关系，资源量预测中常用的概率分布模型有以下几种：

①随机变量乘积模型

②随机变量和的模型

③随机变量混合模型

由于不同模型中具有不同的随机变量（参数），而且有不同的关系，不同模型反映了不同地质内容。譬如为了研究某类矿床、矿田等单元资源量分布，可以通常矿石量、品位等参数求得：



$$M=T \cdot C$$

资源量为  $T$  和  $C$  两随机变量的乘积。它属于第一种模型；如果研究两个不同研究区的资源量预测问题，由于两个区的资源参数具有不同的分布，为求得两个区的资源总量或矿石总量或矿床个数总量，则可采取随机变量和的模型：

$$M=M_1+M_2$$

$$N=N_1+N_2$$

$$T=T_1+T_2$$

其中， $M_1$ 、 $N_1$ 、 $T_1$  分别表示其中第一个区的资源量、矿床数、矿石量参数， $M_2$ 、 $N_2$ 、 $T_2$  表示第二个区的相应参数。

此例中研究两个区的资源量还可表示为以下混合模型：

$$M=T_1C_1+T_2C_2$$

以上模型中既有随机变量的乘积，又有随机变量的和，是一种混合模型。它由两个乘积模型与一个和模型组成。一个复杂的模型一定是由一系列简单模型组成的，因此，可按分解后的简单模型研究各种参数之间的关系。

## (2)按资源参数的维数分类

按资源参数的维数分为以下几种模型：

### ①一维预测模型

只含一个资源参数的预测模型称为一维预测模型。有时由于某种矿产资源品位变化，使原来矿石量发生相应的变化，为求新的矿石量  $T$  的分布可采用一维模型； $T_1^*=f(T)$ 。譬如

$$T^*=aT \text{ 或 } T^*=aT^c$$

其中， $f$  是根据品位变化对矿石量影响所确定的函数关系。再比如进行大区域资源量预测，由于资料水平和精度要求，可采取如下模型预测资源总量：

$$M^*=NM$$

其中， $M$  为预测区资源量， $N$  为总的资源数目，它是一个常数。

### ②二维预测模型

只含二个资源参数的模型称为二维模型。它是由二个独立随机变量做参数的模型。资源量特征中最基本的特征是矿石量和品位，为了研究资源量分布规律，对与模型类似的地区预测资源量，可采用如下的模型：

$$M=T \cdot C$$

其中,  $T$  为矿石量,  $C$  为品位,  $M$  为资源量。

### ③三维预测模型

含三个资源参数的模型称为三维模型。比如进行外推预测时, 预测区单元成矿具有一定概率性, 因此, 整个统计单元资源母体中, 反映成矿可能性的量  $L$  为随机变量。母体的资源量将与矿石量  $T$ , 品位  $C$  及成矿概率  $L$  有关, 它们之间满足如下的关系:

$$M=T \cdot C \cdot L$$

在资源量预测中, 特别是以地质体为单元的资源总量预测, 通常估算预测区的资源量时均采用这种模型。一般矿床级预测以矿床单元为统计样品、矿田级预测以矿田单元为统计样品。

### ④四维预测模型

四维预测模型是指含有四个独立的参数。比如有资源个数  $N$ 、矿石量  $T$ 、品位  $C$  及成矿概率  $L$ 。

$$M=N \cdot T \cdot C \cdot L$$

这种模型对于网格化单元的资源预测是常用的。由于网格单元与矿床没有确定的对应关系, 而单元中矿床数  $N$  是随机变量, 因此, 作为网格单元的资源量应与矿床数呈正相关。如要采用地质体为单元, 一般不采用该模型。

以上是对模型的一种分类。构造模型的方法很多, 根据问题的性质、任务的要求以及资料水平的不同, 可构造出不同的模型。比如矿床预测模型、矿田预测模型、矿床密集区预测模型等等。

一般模型维数越高, 随机性越强, 除以上四种不同的维数以外, 还可有更高维的模型。模型的选择要根据具体情况而定。

#### (1)单一母体资源总量预测

在资源定量预测中, 有时需对具体成矿区的资源总量进行预测, 比如一个矿田或矿区的资源量预测。可以根据矿田或矿区内所有已知矿床、矿点、矿化点矿石品位和矿石量的观测值, 作它们的频率直方图, 进而模拟出资源量概率分布曲线, 它就是该区的资源量分布模型。

#### (2)同母体多区域资源总量预测

同母体多区域资源总量预测是最常见的。所谓同母体多区域资源总量预测，是指用一个资源量分布模型，预测多个成矿地质环境完全相同的地区的资源量。设有  $m$  个预测区，那么  $m$  个区的资源总量为

$$M^*=mM$$

其中， $M$  为原模型资源量。

### (3)不同母体资源总量预测

同种矿产资源有不同的矿床类型，有时不同类型矿床资源量具有不同的资源量分布模型。对这种矿床资源总量的预测应采用不同母体的资源总量预测方法。比如进行大区域资源量预测（如全国范围），由于各地区的成矿地质环境不同，导致相同矿种的矿产资源量在不同地区具有不同的分布模型。在这种情况下，人们常采用不同的模型模拟不同地区的资源量分布。这种用不同模型来分别模拟不同地区的资源量分布，最后将其累加起来估算大区域资源量的预测方法，就是一种多母体的资源量预测。这种预测可采用如下的预测模型：

$$M^*=m_1M_1+\cdots+m_tM_t$$

其中， $M^*$  为总资源量， $M_i$  表示第  $i$  个母体的资源量， $m_i$  为第  $i$  个母体中未知成矿区数目。

## 2. 资源参数分布的模拟

资源预测中资源参数可以在模型单元中取得观测值，它们一般为连续型随机变量。根据参数的观测值模拟参数分布有两种方法：①用一定的理论分布函数进行拟合；②根据频率直方图构造适当的分布函数。

### (1)用理论分布拟合资源参数的分布

根据参数的实际观测值，进行适当的分组，作出频率直方图。根据直方图的峰度，偏度等特征，选用特定的理论分布来代替参数分布。选择拟合程度较好的理论分布作为参数的分布。常用的理论分布模型有正态分布、负二项分布或普阿松分布等。

理论分布的选配必须进行显著性检验，只有在理论分布与实测结果没有显著差异时才能使用。

用理论分布曲线进行拟合，无疑会给问题带来方便，特别是比较容易计算概率分布的数字特征。但是选择到合适的理论曲线也并非易事。而且还会受直方图

分组等人为因素影响，造成拟合结果的不同。

## (2)构造函数模拟资源参数的分布

用数学方法构造概率分布函数  $F(x)$ ，根据系数的频率直方图，寻找适当函数  $F(x)$ ，使其满足密度函数的条件，用它来拟合样本频率直方图。这种方法无须事先考虑参数的分布形式，而且方法统一、计算简单。

构造  $F(x)$ 来拟合直方图的算法有多种。比如采用样条函数即为一种方法，以下介绍该方法。

设样本的频率直方图共有  $N$  个柱，各柱高度为  $y_j$ ，宽度为  $h$ ，组中值为  $x_j$ 。二次样条函数的计算公式为：

$$F(x) = \sum_{j=0}^N y_j \Omega\left(\frac{x-x_j}{h}\right)$$

其中， $\Omega(t) = \Omega\left(\frac{x-x_j}{h}\right)$  为基本样条函数，其计算公式为

$$\Omega(t) = \begin{cases} 0 & |t| \geq \frac{3}{2} \\ -t^2 + \frac{3}{4} & \frac{1}{2} \leq |t| < \frac{3}{2} \\ \frac{1}{2}t^2 - \frac{3}{2}|t| + \frac{9}{8} & |t| < \frac{1}{2} \end{cases}$$

可以证明样条函数  $F(x)$ 满足密度函数条件。而且能对参数频率直方图进行拟合，因此， $F(x)$ 可用来构造分布函数。

## 3. 资源量分布的抽样模拟

### (1)随机数

蒙特卡洛方法进行分布函数的模拟要使用随机数来构造抽样序列。随机数的产生是在计算机上应用适当的数学方法计算出来的。由于受计算机字节长度限制而且有一定的周期，因而不是真正的随机数，这样产生的随机数被称为“伪随机数”。如果随机数满足：分布均匀性、随机性和独立性；有足够长的周期。能够满足实际问题的需要。这时伪随机数可以和真正的随机数一样使用。

常用产生随机数(伪随机数)方法是乘同余法，该方法的计算公式为

$$x_{n+1} = \lambda x_n (\text{Mod } m)$$

这是一个递推式。给定  $x_0$  以后，就可以算出  $x_1, x_2, \dots$ ，如已计算了  $x_n$ ，

那么, 将  $x_n$  乘以常数  $\lambda$ , 用  $m$  来除, 取其余数即为  $x_{n+1}$ 。将所产生的随机数变换到  $(0, 1)$  上去, 即形成在  $(0, 1)$  上均匀分布的随机序列。其中,  $m$ 、 $\lambda$ 、 $x_0$  是选择的常数, 它们的选择对产生伪随机数的性质是有一定影响的。对所产生的随机数的性质必须进行统计检验, 以便确定其是否满足要求。

## (2) 抽样模拟

所谓抽样, 就是在某个随机变量分布已知的情况下, 通过取随机数, 实现在该变量中一次次取值的过程。例如, 现在准备在品位  $C$  的分布下抽样, 为此将  $C$  的取值分成  $n$  个互不相交的小区间, 则品位  $C$  落在各个小区间上为事件  $C_1, C_2, \dots, C_n$ , 而相应的概率为  $p_1, p_2, \dots, p_n$ 。若令  $p_k = \sum_{i=1}^k p_i$  和  $p^0=0$ , 那么概率  $p^k$  表示了前  $k$  个概率之和, 显然有  $p^k - p^{k-1} = p_k$  和  $\sum_{i=1}^n p_i = p^n = 1$ 。现取  $(0, 1)$  上均匀分布的随机数  $r$ , 若  $r$  落在  $(p^{k-1}, p^k)$  上, 就说事件  $C_k$  发生 (即取得了一个品位为  $C=C_k$  的样品), 其概率为  $p_k$ , 这样就使一个随机数  $r$  与  $C$  的一个取值  $C_k$  对应起来, 从而完成了一次抽样。

不同的抽样方式, 产生不同的随机抽样结果, 下面以三维模型说明抽样过程 (图 8-11)。

中矿数智 中国地质科学院矿产资源研究所 战略合作伙伴

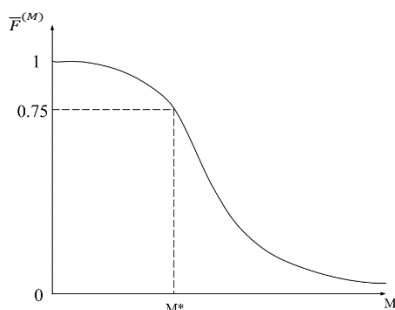


图 8-11 资源量分布密度函数示意图

仍以三维预测模型  $M=T \times C \times L$  为例, 式中参数  $T$ 、 $C$ 、 $L$  的分布已经在前面做出, 那么对每个预测样品金属储量估计值可由下述抽样过程模拟出来。先取一个  $(0, 1)$  上均匀分布的随机数  $r_1$ , 在  $T$  的分布中抽得一个矿石量  $T_1$ , 然后再取随机数  $r_2$ , 在  $C$  中抽得一个品位  $C_1$ , 第三次取  $r_3$  在  $L$  中抽得  $L_1$ , 将这三个值相乘, 便得到一个预测样品金属量的随机值  $M_1=T_1 \times C_1 \times L_1$ , 于是完成了一轮抽样。依次做下去, 如进行了 1000 抽样, 便有 1000 个金属量  $M_1, M_2, \dots, M_{1000}$ , 把这 1000 个数分组求频率, 进行统计整理便得到资源量的概率分布。

### (3)资源量的估计

通过抽样模拟出了资源量的分布密度  $p(M)$ 。相应可求出分布函数  $F(M)$ ，为了便于解释，可采用  $\bar{F}(M)=1-F(M)$ ，它是单调递减函数。根据这条曲线，就可以估计到任何概率意义下的资源量。例如，若以图中横轴代表金属量，单位为吨，纵轴代表  $F(M)$ 。则查得纵轴上 0.75 对应的  $M^*$ ，读作：资源量大量  $M^*$  吨的可能性不超过 75%。或者称 75% 概率下最大资源量为  $M^*$  吨。

分布曲线  $\bar{F}(M)$  直观地反映了资源的概率分布规律。不同概率模型，它所代表的意义也不相同，它可以是一个矿区、矿田、矿带的资源量分布模型，也可是一个特定研究区的资源量分布模型。

## 第八节 逻辑信息法

逻辑信息法是由前苏联学者提出的一种处理定性数据的方法。该方法从变量赋值、计算到成果解释，有一套完整的系统。它用于矿产资源预测可以起到既有定位又有定量的作用。它的基本思想是：通过选择各种规模的已知矿床作模型，据此研究地质变量对矿床规模的区分意义，并给出度量以形成找矿标准，用对象权表现各级矿床规模特征。预测时，用预测单元的变量取值，算得它的对象权，再根据对象权的大小估计资源量的可能取值。

### 8.1 逻辑信息法的基本原理

#### 1. 方法实施的基本步骤

##### (1)选择地质变量建立标志总体

列出与研究对象有关的各种地质因素。

##### (2)建立地质对象的原始数据

根据各个地质对象的各个标志的状态，赋予各个标志以二态变量值。即在某地质对象中该标志出现时，赋予数值 1；而在某地质对象中该标志不出现时，则赋数值 0。如对象的个数为  $n$ ，标志的个数为  $p$ ，则原始数据表为  $n \times p$  阶矩阵。

##### (3)选取标准对象（或称模型对象）形成变序列

选取若干个研究程度较高的对象作为标准对象。关于这些标准对象的某种所要研究的性质（特征）都已查明。例如所要考察的性质为矿床模型的大小，则这些标准对象应已查明了储量。然后用这些标准对象的性质和标志来建立变异



序列。

(4)进行各种数学运算

这是方法中最主要的部分。首先应用组合分析计算出各个标志的权系数，根据权系数对标志进行筛选。其次，应用逻辑运算，计算各个标志的信息权。它表示该标志重要性的程度。最后，应用信息权与权系数，计算标志分权，它表明该标志对特征所起的作用的大小和方向。

(5)检验各个标志分权

有了多个标志分权之后，我们可以利用各个标志分权来计算各个标准对象的分权总量。如果标准对象的分权总量的次序与标准对象中所查明的特征的变化顺序完全一致，说明所得到的权是正确的，可应用这些分权对未知对象进行预测和评价。

(6)应用所得到的各个标志的分权对未知对象进行预测和评价。

(7)对标志分权的意义进行地质解释。

2. 基本原理及计算方法

(1)计算标志的权系数

标志的权系数是用变异序列法求得的。变异序列是将标准单元按储量由大到小（或由小到大）的顺序排列。这就构成了上升的（或下降的）变异序列。

构成变异序列的目的是想从这些标志中查明这个特征（例如资源量）之所以有变化的原因；即找出资源变异与标志之间的联系。从变异序列中找出控制这种变异的因素，就叫做变异序列法。

表 8-1 模型单元原始数据表

单元 编号	地 质 标 志															矿床 规模
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	
1	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0	1	0	1	0	0	矿 点
2	0	1	0	1	1	1	0	0	0	1	0	0	1	1	1	
3	0	0	0	0	1	1	1	1	0	0	1	0	1	0	0	小 矿
4	0	1	1	0	0	0	1	1	0	1	0	0	1	1	1	
5	1	0	1	0	1	1	1	1	1	0	1	0	1	0	1	中 矿
6	0	0	0	0	1	0	1	1	0	0	1	0	1	1	0	
7	0	0	1	0	1	0	1	0	0	0	1	0	1	0	1	大 矿
8	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	1	0	

设有标准单元  $N$  个，变量  $M$  个，按资源规模，单元可分成  $n$  组，每组单元

$S$  个 ( $N=n \cdot S$ )。将样品由大到小 (或由小到大) 按资源规模排列。形成原始数据矩阵  $\mathbf{X}_{N \times M}$ 。下面举例说明方法的计算过程。

设有 8 个矿床, 按规模分为矿点、小矿、中矿、大矿四组。每组两个矿床, 原始变量 15 个, 数据见表 8-1。

若从每一组单元中选择一个单元和所有变量组成子矩阵  $\mathbf{Y}_{n \times M}$ , 那么矩阵  $\mathbf{Y}$  中的每一列就构成了一个由 0 和 1 组成的变异序列, 共有  $S \times n$  种选择方法, 因此, 对于每个变量来说都有  $S \times n$  种变异序列, 这种变异序列完全由元素 1 和 0 的构形所表现。为计算权系数, 采用以下方法。

给出位移帕斯卡三角形, 它是  $(1+x)^{L-1}$  阶二项式的展开系数。

用这个表来计算变量的权系数  $p^*(1)$  和  $p^*(0)$ , 其中  $p^*(1)$  表示某变异序列中取 1 的权, 而  $p^*(0)$  则表示取 0 的权。

计算  $p^*(1)$  的方法是: 若第  $i$  个 1 出现在第  $j$  个位置上, 则在位移帕斯卡三角形中查出第  $i$  列第  $j$  行的数, 将变量序列中全部 1 查完, 将得数相加, 就是  $p^*(1)$  的值。 $p^*(0)$  的查法与此相同。例如变异序列 (0101),  $p^*(1)=1+2=4$ ,  $p^*(0)=0+1=1$ 。用这种方法算得的  $p^*(1)$  和  $p^*(0)$ , 称为变量权。 $p^*(1)$  与  $p^*(0)$  有如下性质: 记变异序列中元素 1 的个数为  $m$ , 0 的个数为  $r$ 。对于给定  $(m, r)$ , 有

$$\max p^*(1) = \max p^*(0) = L$$

而且

$$p^*(1) + p^*(0) = L$$

式中,  $L$  称为参数  $(m, r)$  给定时标志的最大标志权。

取相对标志权系数为

$$\bar{p}^*(1) = \frac{p^*(1)}{L} \quad \text{和} \quad \bar{p}^*(0) = \frac{p^*(0)}{L}$$

$\bar{p}^*(1)$  表示标志存在时对资源变异起正作用的程度; 而  $\bar{p}^*(0)$  表示标志不存在时对资源变异起反作用的程度。因此, 当  $\bar{p}^*(1) > \bar{p}^*(0)$  时, 说明标志的存在有利于出现大矿床, 相反, 当  $\bar{p}^*(1) < \bar{p}^*(0)$  时, 则说明标志的存在有利出现小矿, 或者说明不利出现大矿。可以利用这种相对权系数对标志进行筛选。由于选择不同的变异序列, 得到相应不同的权系数。因此, 对于一个变量来说, 它的全部变异序列算得的变量权可有如下三种关系:

①所有的  $p^*(1) > p^*(0)$  或所有的  $p^*(0) > p^*(1)$ ;

②某些  $p^*(1) > p^*(0)$ , 而另些  $p^*(1) = p^*(0)$ , 或者某些  $p^*(1) < p^*(0)$ , 而另些  $p^*(1) = p^*(0)$ ;

③某些  $p^*(1) > p^*(0)$ , 而另些  $p^*(1) < p^*(0)$ 。

若令  $f = p^*(1) - p^*(0)$ , 上述关系可改写为

①全部  $f > 0$  或  $f < 0$ ;

②部分  $f > 0$  而另部分  $f = 0$ , 或者部分  $f < 0$  而另部  $f = 0$ ;

③部分  $f > 0$  而另部分  $f < 0$ , 或者全部  $f = 0$ 。

可以看出, 若①、②中的任何一条成立, 就说明某变量  $x$  的变量权与样品序列方向有关。即  $x$  的存在 (或不存在) 对矿床规模有区分作用; 而③若成立, 说明变量  $x$  的存在与矿床的规模无关。因此规定: 若①、②中任一条件成立, 选入变量  $x$  参加模型, 反之若③成立, 将变量  $x$  剔除。

表 8-2 位移帕斯卡三角形

	1	2	3	4	5	6	7
1	0						
2	1	0					
3	2	1	0				
4	3	3	1	0			
5	4	6	4	1	0		
6	5	10	10	5	1	0	
7	6	15	20	15	6	1	0
8	7	21	35	35	21	7	1

表 8-3 筛选后的变量数据表

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1
2	0	1	0	1	1	1	0	0	0	1	0
3	0	0	0	0	1	1	1	1	0	0	1
4	0	1	1	0	0	0	1	1	0	1	0
5	1	0	1	0	0	1	1	1	1	0	1
6	0	0	0	0	1	0	1	1	0	0	1
7	0	0	1	0	1	1	0	0	0	0	1
8	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1

在实际工作中, 将一变量的全部变异序都找出来并检查一遍所有的变量权是相当麻烦的, 特别是当变异序列较长的时候, 实现起来很困难。因此, 相应于上

述准则，给出下面简单的判定方法。

首先，在变量  $x$  中挑出这样两个序列  $u$  和  $v$ ， $u$  的上半部尽可能地集中 0，下半部尽可能集中 1，而  $v$  中 0 和 1 的集中与  $u$  相反，可见这是变量  $x$  的所有变异序列中两个极端的情形。计算  $u$  和  $v$  的变量权，如果有  $f_u \cdot f_v \geq 0$  且  $f_u + f_v \neq 0$ ，则将变量  $x$  选入，否则剔除。这条准则实际上与前面的条件是等价的。因为  $u$ 、 $v$  是两个方向性最可能不一致的序列，如果算得的  $f_u$  和  $f_v$  符号一致，则说明再没有能使  $f$  的符号不一致的序列了，所以根据这一点就可以将  $x$  选入；当算法  $f_u$  和  $f_v$  符号相反时，即满足了剔除的条件③，因此无须研究其它变序列；至于  $f_u = f_v = 0$  只出现在变量  $x$  取值全 0 或全 1 的情况下，变量被剔除的理由是不言而喻的。

按照以上原则进行变量筛选，得到与资源变异有关的重要变量组合，利用这些重要变量参加计算，如前面举例中，经过筛选后保留变量 11 个见表 8-3。

如果每组样品数  $S$  大于 1，比如上例中每组样品数为 2，为求标志的权系数，需对位移帕斯卡三角形进行改进。设每组有 2 个样品。相应地将位移帕斯卡三角形中的相应行和列重复 2 次，改进后的位移帕斯卡三角形有如下形式，见表 8-4。

计算  $\bar{p}^*(1)$  和  $\bar{p}^*(0)$  的方法与前面所述的方法完全相同。上例中的变量权见表 8-5。

## (2) 计算标志的信息权

变量权是考虑单一标志对资源变异作用及方向的度量，它反映的信息还不够全面。有必要研究标志在整个标志中对资源变异相对作用大小。这就是信息权反映的标志内容。

表 8-4 改进后的位移帕斯卡三角形

1	0	0									
2	0	0									
3	1	1	0	0							
4	1	1	0	0							
5	2	2	1	1	0	0					
6	2	2	1	1	0	0					
7	3	3	3	3	1	1	0	0			
8	3	3	3	3	1	1	0	0			
9	4	4	6	6	4	4	1	1	0	0	
	4	4	6	6	4	4	1	1	0	0	

表 8-5 标志权一览表

标志 权	标 志	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
$p^*$	1	5	1	9	0	5	1	6	2	5	1	5
	0	1	5	1	3	1	9	0	6	1	5	1
$\bar{p}^*$	1	0.833	0.167	0.9	0	0.833	0.1	1	0.25	0.833	0.167	0.833
	0	0.167	0.833	0.1	1	0.167	0.9	0	0.75	0.167	0.833	0.167

### ①简化标志及区分标志

用筛选保留下的重要变量，重新排列形成只含重要变量的数据表后，表中有些标志的变异序列是完全相同的（或是完全相反的），将这种标志合并为一个新的标志，形成互不相同（相反）的标志表，将合并的标志号及标志个数记下来，以备以后查找。这个新表，叫做简化标志表。上例中的简化标志见表 8-6。

简化标志形成之后，考虑各个标志对资源规模的区分能力，为此，考查第 1 和第 3 号单元，它们在标志⑤和⑦上取不同的值，于是(5, 7)就是这对单元的区分标志。由全部区分标志组成的表，称为区分标志一览表，见表 8-7。

对区分标志表进行加工，找出不可相互代替的标志组，首先找出最短的标志组，去掉包含较短标志组的较长标志组，使剩下的区分标志组不包含其它的区分标志组。如上例中剩下的标志组列于表 8-8。

### ②做树枝图，求最小区分标志组合

区分标志组合表中，每对单元均有相应的区分标志。为了研究变量对所有单元对的区分能力，需要求出每个变量在区分所有单元对中的作用。为此采用树枝图的方法，通过求最小标志组合来实现。

表 8-6 简化标志表

样品 原变量号	标 志							
	1	2	3	4	5	6	7	8
1	0	0	0	0	0	1	0	1
2	0	1	0	1	1	1	0	0
3	0	0	0	0	1	1	1	1
4	0	1	1	0	0	0	1	1
5	1	0	1	0	1	1	1	1
6	0	0	0	0	1	0	1	1
7	0	0	1	0	1	0	1	0
8	0	0	1	0	1	0	1	0

代 表	10
变量号	9
	11

设区分标志表共有  $g$  行，约定：表中每一行，即一组区分标志称为一阶；阶中的每一标志号称为一个点。要根据区分标志表来做树枝图。所谓树枝，就是根据一定规则在每阶中各取一点所做成的序列，显然它也是一个标志组，为了与区分标志表中的行标志组区别，把它称为区分标志组合。

为方便，我们还约定：一阶中某点在其以前各阶中从未出现过，此点为首次点。各点均为首次点的阶，称为首次阶；一阶中恰有一点在本树枝中出现过，此点为  $Q$  型重复点，此阶与前面被重复的点所在的阶皆称  $Q$  型阶；一阶中有两个以上的点已在本枝中出现，此点称  $S$  型重复点，相应的阶称为  $S$  型阶；上述情形以外，一阶中有除本阶外以前各阶出现的点，此阶称等价阶，点称等价点。

表 8-7 区分标志一览表

单元号	区分标志号						单元号	区分标志号					
1—3	5	7					3—5		1	3			
1—4	2	3	6	7			3—6		6				
1—5	1	3	5	7			3—7		3	6	8		
1—6	5	6	7				3—8	1	3	6	8		
1—7	3	5	6	7	8		4—5	1	2	5	6		
1—8	1	3	5	6	7	8	4—6		2	3	5		
2—3	2	4	7	8			4—7		2	5	8		
2—4	3	4	5	6	7	8	4—8	1	2	5	8		
2—5	1	2	3	4	7	8	5—7		1	6	8		
2—6	2	4	6	7	8		5—8		6	8			
2—7	2	3	4	6	7		6—7		3	8			
2—8	1	2	3	4	6	7	6—8		1	3	8		

表 8-8 区分标志表

单元对	区分标志号				单元对	区分标志号			
3—6	6				4—6	2	3	5	
3—5	1	3			4—7	2	5	8	
6—7	3	8			2—3	2	4	7	8
1—3	5	7							

③做树枝图的连点规则

设所考虑的点  $R$  在第  $i$  阶上。按次序考查：

- a. 若  $R$  为首次阶中点，连；否则



- b. 若 R 为 S 阶中点, 不连, 枝在本阶中通过; 否则
- c. 若 R 为 Q 阶中点, 不连, 枝在本阶中 Q 型点通过并记下此 Q 型点; 否则
- d. 若 R 为等价阶中点, 依次看: ①若 R 为首次点, 连; ②若 R 为等价点, 再看本枝中是否有 Q 型点, 没有则不能连, 若枝中有 Q 型点但不满足③Q 阶上至少一阶有 R 及④Q 阶上至少一阶无 R 的条件, 都不能连, 否则继续看, ⑤若非 Q 非 S 阶上全无 R, 连; ⑥若非 Q 非 S 的第 K 阶上有 R, 但本枝第 k 阶上顶点 (树枝在 k 阶上所连的点) 加上 R 所在第 i 阶上全部等价点未包含 i 阶以前的某阶, 连, 否则不连。等价点的连点规则用逻辑框图表示见图 8-12。

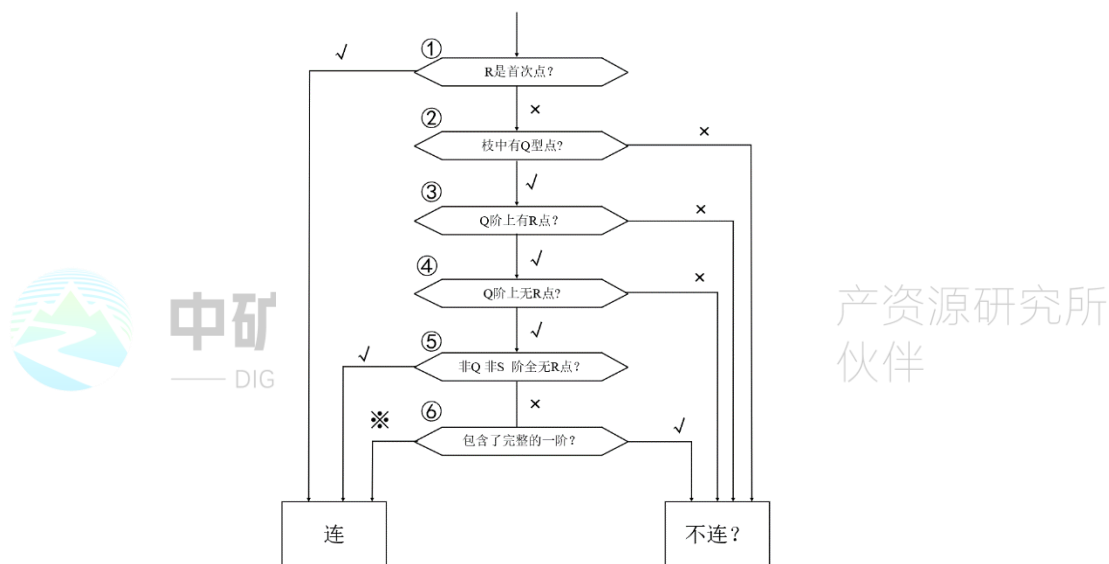


图 8-12 等价点的连点规则逻辑框图

一个完整的树枝必须有“根”有“梢”，即它或取点或不取点必在各阶都通过，凡遇到树枝在某阶上过不去的情况，将该树枝废掉，重新做下一枝。举例如下：

根据区分标志表来做树枝，说明上述规则的具体用法。为举例需要，把表中各行点的位置作了一些变动，这种调整对树枝没有影响。做树枝时按由上到下由左至右的顺序，做完一枝再做下一枝。

下面开始做第一枝。

- a. 先看第 I 阶，它只有一个点⑥，显然是首次阶，取⑥。b. 再看第 II 阶，

它的点③、①在前一阶上未出现，它也是首次阶，故取出③与⑥相连。c. 第 III 阶上由于有一点③已在本枝⑥—③中出现过，因而是 Q 型阶，树枝从 Q 型点③上通过并记下此点，树枝变为⑥—③—③。

d. 第 IV 阶上，两个点⑤、⑦前面三阶中都未出现过，故它是首次阶。取⑦与树枝相连，变成⑥—③—③—⑦。

e. 第 V 阶又是一个 Q 型阶，树枝在 Q 型点③通过，成为⑥—③—③—⑦—③。

f. 第 VI 阶上点已在前面阶中出现过，但都未在枝上出现，因此它是等价阶。按等价阶连点规则逐点看：⑧是等价点，而本枝中有 Q 型点③，满足图 3-11 中判断条件第 2 框；又 Q 型阶和 III 阶上有⑧，满足判断条件第 3 框；并且 Q 型阶第 V 阶上没有⑧，满足第 4 框条件，非 Q 非 S 的第 I、第 IV 两阶上都没有⑧，满足第 5 框条件，至此可知⑧能连，于是树枝成为⑥—③—③—③—⑦—③—⑧。

g. 第 VII 阶上有两个点⑦和⑧在本枝中出现，这是一个 S 型阶，树枝通过此阶，用 0 补位，树枝为⑥—③—③—⑦—③—⑧—①。至此已通过了全部 7 阶，第一枝树枝完成了。图中左边的实线连成的就是这一枝。

再做第二枝。从第一枝的树梢往树根方向查，在第一个遇到的非 Q 非 S 型点所在的上一个顶点上，是可能生新枝的地方，从这里开始考虑继续做第二枝。由此，查出第一个非 Q 非 S 型点是第 VI 阶上的⑧，它的上一个点是③，把③连同第一枝的枝干一同取来，取用⑥—③—③—⑦—③来生成第二枝。由于第 VI 阶对这段树枝是等价阶，且阶上的第 1 个点⑧已被连，所以现在考虑由树枝⑥—③—③—⑦—③向第 V、VI 阶第 2 点⑤能否连。⑤是等价点，两枝中有 Q 型点，并且 Q 型阶的第 V 阶上有⑤而第 II 阶上没有⑤，它已满足判断条件 2、3、4 框，但下一条件它却不满足：非 Q 非 S 阶上不是全没有⑤，因为第 VI 阶上有⑤，因此取来第 VI 阶上枝中顶点⑦加上第 VI 阶上的两个等价点②和⑧；此标志组未包含第 VI 阶以上任何阶，满足判断条件第 5 框，故连。于是树枝变成⑥—③—③—⑦—②—⑤，第 VII 阶上⑦已在本枝出现，故是 Q 型阶，树枝在 Q 点通过成为⑥—③—③—⑦—②—⑤—⑦。做第三枝仍从第 V 阶的点③往下看，取树干⑥—③—③—⑦—③，第 VI 阶上第 3 点②也是等价点，按判断条件第 2 框满

足；枝中有 Q 型点。第 3 框满足，Q 型阶第 V 阶上有②；第 4 框也满足，Q 型阶第 III 阶上没有②。由于非 Q 非 S 的第 I、第 VI 两阶上都没有②，满足第 5 框条件，因此点②能连，树枝变成⑥—③—③—⑦—③—②。接要考查第 VII 阶，由于此阶上点②、⑦已在本枝中出现，故它是 S 型阶，因此树枝通过此阶，变成⑥—③—③—⑦—③—②—◎至此，枝上已有 7 个点，这一枝也做完了。

按上述方法依次做下去，就能做出全部树枝。各个树枝的连法表示在图 8-13 (a) 中，从最下面一阶开始，顺着往上即可查得 9 个树枝。这些树枝见图 8-13 (b)。

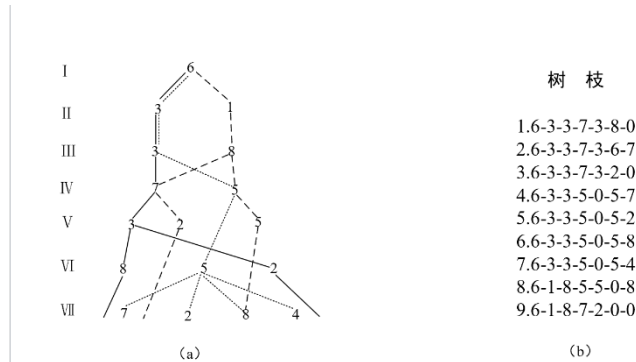


图 8-13 树枝图

这些标志组合是用以区分所有不同规模的地质单元所必需的最低限度的标志组合，我们称之为最小区分标志组合。所谓最低限度是指，如果从这个标志组合中去掉其中任意一个标志，则会发生至少有两上不同规模的单元的标志序列是相同（或相反的），这种最小区分标志组合在一个标准单元数据表中常常不只一个。例如本例中就有 9 个，见表 8-9。

做树枝图的意义就在于确定最小区分标志组合，每一树枝上的结点联合起来，就是一个最小区分标志组合。

有了最小区分标志组合之后，就可以计算标志的信息权。标志的信息权就是标志  $k$  的最小区分标志组合的个数与全部最小区分标志组合个数之比值。也就是

$$\text{信息权 } p_k = \frac{\text{含有标志 } k \text{ 的最小区分标志组合数}}{\text{全部最小标志组合数}}$$

信息权  $p_k$  表示标志  $k$  在区分资源规模的重要性的程度，在计算标志  $k$  的最小区分标志组合数时，应把标志  $p_k$  代表原标志的个数作为由最小区分标志组合中所查的标志  $k$  的最小区分标志组合数的倍数。对于最小区分标志组合总数也采取相应的计算原则。

表 8-9 最小区分标志组合表

	最小区分标志组合	代表数
1	⑥ ③ ⑦ ⑧	1
2	⑥ ③ ⑦ ②	3
3	⑥ ③ ⑤ ⑦	1
4	⑥ ③ ⑥ ②	3
5	⑥ ③ ⑥ ⑧	1
6	⑥ ③ ⑥ ④	1
7	⑥ ① ⑧ ⑤	2
8	⑥ ① ⑧ ⑦ ②	6
9	⑥ ③ ⑦ ⑤	1
总计		19

(3)计算标志分权

我们已求标志  $k$  的两个权系数  $\bar{p}_k^*(1)$  和  $\bar{p}_k^*(0)$ ，以及它的信息权  $p_k$ ，则标志  $k$  的两个标志分权为

$$^*p_k(1) = \bar{p}_k^*(1) p_k \text{ 和 } ^*p_k(0) = \bar{p}_k^*(0) p_k$$

这两个分权  $^*p_k(1)$ 和 $^*p_k(0)$ 分别是标志对区分资源规模的正作用大小和正作用方向的综合指标及负作用大小和负作用方向的综合指标。或者说分权 $^*p_k(1)$ 和 $^*p_k(0)$ 定量地反映了标志  $k$  的作用方向。本例中标志分权见表 8-10。

表 8-10 标志分权表

标志号		1	2	3	4	5	6	7	8
标志分权	$^*p(1)$	0.176	0.035	0.521	0	0.395	0.1	0.632	0.083
	$^*p(0)$	0.035	0.176	0.053	0.053	0.079	0.9	0	0.395

(4)求对象权

求单元的对象权是在简化前的原标志表上进行的。

首先求出标志分权的差  $r_k = \hat{p}_k(1) - \hat{p}_k(0)$ ，规定若  $r_k \geq 0$  则把第  $k$  个标志中的 1 变为  $r_k$ ，0 不动；若  $r_k < 0$ ，则把标志中的 0 改为  $|r_k|$ ，1 改为 0。对第  $k$  个标志所代表的相同标志，改值方法相同；而对相反标志，改值方法也相反，即若  $r_k \geq 0$ ，将相反标志中的 0 改为  $r_k$  而将 1 改为 0，反之亦然。改值之后每个标志都有两种取值，它们表示该标志存在或不存在时的得分。接单元把标志得分相加，即得到单元的对象权，记为 I。表 3-11 中根据标志分权计算的 11 个标志取 1 和取 0 时的得分，表 8-12 是对象权计算表。

表 8-11 标志得分数

标志号		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
得	1	0.147	0	0.463	0	0.316	0	0.632	0	0.141	0	0.141
分	0	0	0.141	0	0.053	0	0.8	0	0.312	0	0.141	0

表 8-12 对象权计算表

单元	1	2	3	4	5	6	7	8
对象权	0.476	0.628	1.424	1.948	2.469	2.224	2.999	3.218

## (5)对未知单元的预测评价

单元对象权是对矿床规模特点的一种数学表征,因此根据标准单元即矿床的储量,可以确定相应的对象权分级界限。例如表 8-12,我们大体上可以做这样的划分:

矿床规模	对象权 I
矿 点	<1
小 矿	1~2
中 矿	2~2.7
大 矿	>2.7

用纵轴代表对象权,横轴代表矿床,建立坐标系,我们还可将标准单元按其对象权值标绘在坐标系中,点和点之间用线相联,于是形成一条折线,称之为标准对象权曲线(图 8-14)。这样,一个矿床定量预测模型就建立起来了。应用这个模型进行预测,就是根据算得的预测单元对象权大小,排入标准单元序列中,从而估计出它的矿化规模。

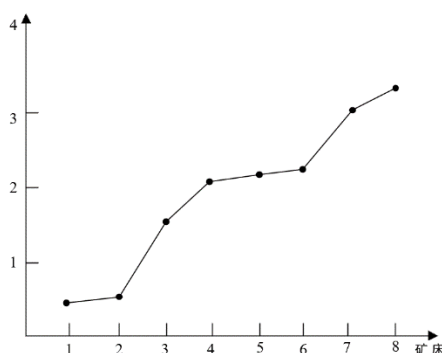


图 8-14 标准对象权曲线

## 3. 方法使用中若干注意事项

## (1)研究对象等级的划分

逻辑信息法研究的是地质对象某个特性(例如矿床储量)阶梯式变化的制约

规律。这种阶梯式变化可以表现为大矿、中矿、小矿等等。但是对于不同矿种，不同地区，控制大、中、小矿床的地质标志组合是不同的，大、中、小矿床储量分界点也是有差异的。为了使不同地质变量组合与不同等级矿床客观地对应起来，在运用逻辑信息法之前，一般需要运用数学方法对研究对象变异序列的级次进行客观地划分，这往往是提高方法应用效果的途径之一，划分研究对象等级的方法通常可利用最优分割法完成。

### (2)标准对象的选择

标准对象的选择在逻辑信息法中具有举足轻重的地位。由于众多地质对象的某一性质（例如储量）常常是通过几个标准对象的特性体现出来，因此模型中选择的对象是否可靠（测量数值）对预测结果影响很大。解决这一问题通常采用数量化理论 II、IV。

### (3)合理确定变异序列的数目

变异序列的多少对模型也有一定的影响。一般来说变异序列个数多，要求组内对象相似性强，组间变异性大，使地质标志筛选趋于严格。这种情况对于数据水平较高时是好的，但在数据水平不高的情况下，可能将大量标志剔除掉，从而使预测模型地质意义不完整，结果发生畸变。因此，要结合数据水平及随机因素干扰强弱，合理确定变异序列数目。

表 8-13 对象权计算表

样 品	标 志 权											对 象 权
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	
1	0	0.141	0	0.053	0	0	0	0	0	0.141	0.141	0.476
2	0	0	0	0	0.316	0	0	0.312	0	0	0	0.628
3	0	0.141	0	0.053	0.316	0	0.632	0	0	0.141	0.141	1.424
4	0	0	0.436	0.053	0	0.8	0.632	0	0	0	0	1.948
5	0.141	0.141	0.436	0.053	0.316	0	0.632	0	0.141	0.141	0.141	2.169
6	0	0.141	0	0.053	0.316	0.8	0.632	0	0	0.141	0.141	2.224
7	0	0.141	0.436	0.053	0.316	0.8	0.632	0.312	0	0.141	0.141	2.999
8	0.141	0.141	0.436	0.053	0.316	0.8	0.632	0.312	0.141	0.141	0.141	3.281



## 综合参考文献

- [1] Wyborn L A I, Heinrich C A, Jaques A L. Australian proterozoic mineral systems: essential ingredients and mappable criteria. In: Hallenstein, P.C. (Ed.), Australian Mining Looks North — the challenges and choices. Australian Institute of Mining and Metallurgy Publication Series 5, 1994.
- [2] Jessell M. Three-dimensional geological modelling of potential-field data. Computers & Geosciences, 2001, 27(4):455-465.
- [3] Ye C, Wang H Z, Zheng K J, et al. 2022. Constrained Truth Discovery. Ieee Transactions on Knowledge and Data Engineering, 34(1): 205-218.
- [4] Trisedya B D, Weikum G, Qi J Z, et al. 2019. Neural Relation Extraction for Knowledge Base Enrichment. 57TH ANNUAL MEETING OF THE ASSOCIATION FOR COMPUTATIONAL LINGUISTICS (ACL 2019): 229-240.
- [5] Cui H, Abdelzaher T, Kaplan L, et al. 2018. Recursive Truth Estimation of Time-Varying Sensing Data from Online Open Sources. 14th Annual International Conference on Distributed Computing in Sensor Systems (DCOSS): 25-34.
- [6] Marshall J, Argueta A, Wang D, et al. 2017. A Neural Network Approach for Truth Discovery in Social Sensing. IEEE 14th International Conference on Mobile Ad-Hoc and Sensor Systems (MASS): 343-347.
- [7] Broelemann K, Gottron T, Kasneci G, et al. 2017. LTD-RBM: Robust and Fast Latent Truth Discovery Using Restricted Boltzmann Machines. IEEE 33rd International Conference on Data Engineering (ICDE): 143-146.
- [8] Knox-Robinson C M. 2000. Vectorial fuzzy logic: a novel technique for enhanced mineral prospectivity mapping, with reference to the orogenic gold mineralisation potential of the Kalgoorlie Terrane, Western Australia. Australian Journal of Earth Sciences, 47(5): 929-941
- [9] Ye S T, Wang J J, Fan H J, et al. 2021. Probabilistic model for truth discovery with mean and median check framework. Knowledge-Based Systems, 233.
- [10] Burns K L. Lithologic topology and structural vector fields applied to subsurface predicting in geology//Proc. of GIS/LIS. 1988, 88.

- [11]Egenhofer M J. A Formal Definition of Binary Topological Relationships// Foundations of Data Organization and Algorithms, 3rd International Conference, FODO 1989, Paris, France.
- [12]Ye C, Li Q, Zhang H, et al. 2019. AutoRepair: an automatic repairing approach over multi-source data. Knowledge and Information Systems, 61(1): 227-257.
- [13]Gjoystdal H, Reinhardsen J E, Astebol K. Computer representation of 3-D geological structures using a new "solid modeling" technique. Geophysical Prospecting, 1985, 33(8):1195-1211.
- [14] Hoppe H, Deroose T, Duchamp T, et al. Surface reconstruction from unorganized points. ACM SIGGRAPH Computer Graphics, 1992, 26(2):71-78.
- [15] Song S X, Zhu H, Wang J M, et al. 2016. Constraint-Variance Tolerant Data Repairing. ACM SIGMOD International Conference on Management of Data: 877-892.
- [16] Mallet J L. Discrete modeling for Natural Objects. Mathematical Geology, 1997, 29(2):199-219.
- [17] Kemp E A D. Visualization of complex geological structures using 3-D Bézier construction tools. Computers & Geosciences, 1999, 25(5):581-597.
- [18] Amenta N, Bern M, Eppstein D. Optimal Point Placement for Mesh Smoothing. Journal of Algorithms, 1998, 30(2):302-322.
- [19] Gerritsen B H M, Werff K V D, Veltkamp R C. Modelling natural objects with -complexes. Computer-Aided Design, 2002, 34(12):881-897.
- [20] Hoffman K S, Neave J W, Klein R T. Structural model to reservoir grid — An improved workflow. Seg Technical Program Expanded Abstracts, 2003, 22(1):1781.
- [21] Caumon G, Collon-Drouaillet P, Le Carlier De Veslud C, et al. Surface-Based 3D Modeling of Geological Structures. Mathematical Geosciences, 2009, 41(8):927-945.
- [22] Si H. Constrained Delaunay tetrahedral mesh generation and refinement. Finite Elements in Analysis and Design, 2010, 46(1-2):33-46.
- [23] Dong X L, Gabrilovich E, Murphy K, et al. 2015. Knowledge-Based Trust: Estimating the Trustworthiness of Web Sources. Proceedings of the Vldb Endowment, 8(9): 938-949.

- [24] 毛小平, 吴冲龙. 水电工程中三维建模的思考. 中国地质学会学术年会, 2015.
- [25] 吴立新, 史文中, Gold C. 3D GIS 与 3D GMS 中的空间构模技术 Spatial Modeling Technologies for 3D GIS and 3D GMS. 地理与地理信息科学, 2003, 19(1):5-11.
- [26] 武强, 徐华. 数字矿山中三维地质建模方法与应用. 中国科学:地球科学, 2013(12):1996-2006.
- [27] Meng C S, Jiang W J, Li Y L, et al. 2015. Truth Discovery on Crowd Sensing of Correlated Entities. 13th ACM Conference on Embedded Networked Sensor Systems (SenSys): 169-182.
- [28] 刘刚, 吴冲龙, 何珍文, 翁正平, 朱庆, 张叶廷, 李晓明. 地上一体化的三维空间数据库模型设计与应用. 地球科学(中国地质大学学报), 2011, 36(02):367-374.
- [29] 何珍文, 吴冲龙, 刘刚, 等. 地质空间认知与多维动态建模结构研究. 地质科技情报, 2012, 31(6):46-51.
- [30] Li N, Leon B, Li X H, et al. An improved buffer analysis technique for model-based 3D mineral potential mapping and its application. Ore Geology Reviews, 2016, 76:94-107.
- [31] Collon P, Botella A, Caumon G, et al. 3D modelling in salt tectonic context: The Crocodile minibasin in Sivas (Turkey). Egu General Assembly Conference. 2017.
- [32] Wu F, Yang S, Zheng Z Z, et al. 2021. Fine-Grained User Profiling for Personalized Task Matching in Mobile Crowdsensing. Ieee Transactions on Mobile Computing, 20(10): 2961-2976.
- [33] Frank T, Tertois A L, Mallet J L. 3D-reconstruction of complex geological interfaces from irregularly distributed and noisy point data. Computers and Geosciences, 2007, 33(7):932-943.
- [34] Lin W C, Chen S Y, Chen C T. A new surface interpolation technique for reconstructing 3D objects from serial cross-sections. Computer Vision Graphics & Image Processing, 1989, 48(1):124-143.
- [35] Chen J S, Lin W C. A new surface interpolation technique for reconstructing 3-D objects from serial cross sections. International Conference on Pattern Recognition.

IEEE, 1989.

[36] Savchenko V V, Pasko A A, Okunev O G, et al. Function Representation of Solids Reconstructed from Scattered Surface Points and Contours. Comput Graph Forum. 1995.

[37] Hoppe H. View-dependent refinement of progressive meshes. Conference on Computer Graphics & Interactive Techniques. 1997.

[38] Lajaunie C. Foliation fields and 3D cartography in geology: principles of a method based on potential interpolation. Math. Geology, 1997, 29.

[39] Calcagno P, JeanPaul C, Courrioux G, et al. Geological modelling from field data and geological knowledge - Part I. Modelling method coupling 3D potential-field interpolation and geological rules. Physics of the Earth & Planetary Interiors, 2011, 171(1):147-157.

[40] Hillier M J, Schetselaar E M, De Kemp E A, et al. Three-Dimensional Modelling of Geological Surfaces Using Generalized Interpolation with Radial Basis Functions. Mathematical Geosciences, 2014, 46(8):931-953.

[41] Carmichael T, Ailleres L. Method and analysis for the upscaling of structural data. Journal of Structural Geology, 2016, 83:121-133.

[42] 毕林,赵辉,李亚龙.基于 Biased-SVM 和 Poisson 曲面矿体三维自动建模方法.中国矿业大学学报,2018,47(05):1123-1130.

[43] Zhang D, Han R G, Wang D, et al. 2016. On Robust Truth Discovery in Sparse Social Media Sensing. 4th IEEE International Conference on Big Data (Big Data): 1076-1081.

[44] Lindsay M, Perrouy S, Jessell M, et al. Inversion and Geodiversity: Searching Model Space for the Answers. Mathematical geosciences, 2014, 46(8):971-1010.

[45] Thore P, Shtuka A, Lecour M, et al. Structural uncertainties: Determination, management, and applications. GEOPHYSICS, 2002, 67(3):840-852.

[46] Jones R R, Mccaffrey K J W, Wilson R W, et al. Digital field data acquisition: towards increased quantification of uncertainty during geological mapping. Geological Society, London, Special Publications, 2004, 239(1):43-56.

[47] Bowden R A. Sources of uncertainty in the estimation and reporting of results

- from down hole gamma-ray and prompt fission neutron logging for uranium. Australasian Institute of Mining and Metallurgy Publication Series. 2007.
- [48] Bond C E, Philo C, Shipton Z K. When There isn't a Right Answer: Interpretation and reasoning, key skills for twenty-first century geoscience. *International Journal of Science Education*, 2011, 33(5):629-652.
- [49] Carmichael T, Ailleres L. Method and analysis for the upscaling of structural data. *Journal of Structural Geology*, 2016, 83:121-133.
- [50] Caumon G, Tertois A L, Zhang L. Elements for stochastic structural perturbation of stratigraphic models. *Proceedings of Petroleum Geostatistics*. 2007. EAGE.
- [51] Dong X L, Gabrilovich E, Heitz G, et al. 2014. From data fusion to knowledge fusion. *Proceedings of the Vldb Endowment*, 7(10): 881-892.
- [52] Viard T, Caumon G, Bruno L. Adjacent versus coincident representations of geospatial uncertainty: Which promote better decisions?. *Computers & Geosciences*, 2011, 37(4):511-520.
- [53] Wellmann J F, Horowitz F G, Schill E, et al. Towards incorporating uncertainty of structural data in 3D geological inversion. *Tectonophysics*, 2010, 490(3):141-151.
- [54] Lindsay M D, Laurent A, Jessell M W, et al. Locating and quantifying geological uncertainty in three-dimensional models: Analysis of the Gippsland Basin, southeastern Australia. *Tectonophysics*, 2012, 546-547.
- [55] Wellmann J F, Regenauer-Lieb K. Uncertainties have a meaning: Information entropy as a quality measure for 3-D geological models. *Tectonophysics*, 2012, 526:207-216.
- [56] Giraud J, Pakyuz-Charrier E, Jessell M, et al. Uncertainty education through geologically conditioned petrophysical constraints in joint inversion conditioned petrophysical constraints. *Geophysics*, 2017, 82:19-34.
- [57] Evren P C, Giraud Jérémie, Vitaliy O, et al. Drillhole uncertainty propagation for three-dimensional geological modeling using Monte Carlo. *Tectonophysics*, 2018:16-39.
- [58] Li N, Song X, Xiao K, et al. Part II: A demonstration of integrating multiple-scale 3D modelling into GIS-based prospectivity analysis: a case study of the Huayuan-

- Malichang district, China. *Ore Geology Reviews*, 2018(95):292-305.
- [59] Li Q, Li Y, Gao J, et al. 2014. Resolving conflicts in heterogeneous data by truth discovery and source reliability estimation.
- [60] Croitoru I, Bogolin S-V, Leordeanu M. 2019. Unsupervised Learning of Foreground Object Segmentation. *International Journal of Computer Vision*, 127(9): 1279-1302.
- [61] He Z, Quan C, Wang S, et al. 2020. A Comparative Study of Unsupervised Deep Learning Methods for MRI Reconstruction. *Investigative Magnetic Resonance Imaging*, 24(4): 179-195.
- [62] Mao X, Zhang B, Deng H, et al. Three-dimensional morphological analysis method for geologic bodies and its parallel implementation. *Computers & Geosciences*, 2016, 96:11-22.
- [63] Love B C. 2002. Comparing supervised and unsupervised category learning. *Psychonomic Bulletin & Review*, 9(4): 829-835.
- [64] Zhao X, Jia M. 2020. A novel unsupervised deep learning network for intelligent fault diagnosis of rotating machinery. *Structural Health Monitoring*, 19(6): 1745-1763.
- [65] Yuan F, Li X, Zhang M, et al. Three-dimensional weights of evidence-based prospectivity modeling: A case study of the Baixiangshan mining area, Ningwu Basin, Middle and Lower Yangtze Metallogenic Belt, China. *Journal of Geochemical Exploration*, 2014, 145:82-97.
- [66] Li N, Xiao K, Sun L, et al. Part I: A resource estimation based on mineral system modelling prospectivity approaches and analogical analysis: a case study of the MVT Pb-Zn deposits in Huayuan district, China. *Ore Geology Reviews*, 2018(101):966-984.
- [67] Fang X S, Sheng Q Z, Wang X Z, et al. 2019. SmartVote: a full-fledged graph-based model for multi-valued truth discovery. *World Wide Web-Internet and Web Information Systems*, 22(4): 1855-1885.
- [68] Perrouty S, Lindsay M D, Jessell M W. 3D modeling of the Ashanti Belt, southwest Ghana: Evidence for a litho-stratigraphic control on gold occurrences within the Birimian Sefwi Group. *Ore Geology Reviews*, 2014, 63:252-264.
- [69] Xiao K, Li N, Porwal A, et al. GIS-based 3D prospectivity mapping: A case study



- of Jiama copper-polymetallic deposit in Tibet, China. *Ore Geology Reviews*, 2015, 71:611–632.
- [70] Li X, Yuan F, Zhang M, et al. Three-dimensional mineral prospectivity modeling for targeting of concealed mineralization within the Zhonggu iron orefield, Ningwu Basin, China. *Ore Geology Reviews*, 2015, 71:633-654.
- [71] Wang G W, Li R X, Carranza E J, et al. 3D geological modeling for prediction of subsurface Mo targets in the Luanchuan district, China. *Ore Geology Reviews*, 2015, 71(1):592-610.
- [72] Fang X S, Sheng Q Z, Wang X Z, et al. 2020. From Appearance to Essence: Comparing Truth Discovery Methods without Using Ground Truth. *Acm Transactions on Intelligent Systems and Technology*, 11(6).
- [73] 肖克炎,陈学工,李楠,邹伟,孙莉.地质矿产勘探评价三维可视化技术及探矿者软件开发.矿床地质,2010,29(S1):758-760.
- [74] Mukherjee S, Weikum G, Danescu-Niculescu-Mizil C, et al. 2014. People on Drugs: Credibility of User Statements in Health Communities. 20th ACM SIGKDD International Conference on Knowledge Discovery and Data Mining (KDD): 65-74.
- [75] Wang S, Wang D, Su L, et al. 2014. Towards Cyber-physical Systems in Social Spaces: The Data Reliability Challenge. 35th IEEE Real-Time Systems Symposium (RTSS): 74-85.
- [76] Cui H, Abdelzaher T, Kaplan L, et al. 2019. A Semi-Supervised Active-learning Truth Estimator for Social Networks. *World Wide Web Conference (WWW)*: 296-306.
- [77] Cox L A, Jr. 1982. Artifactual uncertainty in risk analysis: *Risk Analysis*, v. 2, p. 121-135.
- [78] Brown W M, Gedeon T D, Groves D I, et al. Artificial neural networks: A new method for mineral prospectivity mapping. *Journal of the Geological Society of Australia*, 2000, 47(4):757-770.
- [79] Abedi M, Norouzi G H, Bahroudi A. Support vector machine for multi-classification of mineral prospectivity areas. *Computers & Geosciences*, 2012, 46(3): 272-283.
- [80] Leite E P, Filho C R D S. Artificial neural networks applied to mineral potential

mapping for copper-gold mineralizations in the Carajás Mineral Province, Brazil. *Geophysical Prospecting*, 2010, 57(6):1049-1065.

[81] 阴江宁,肖克炎,李楠,邹伟.BP 神经网络在化探数据分类中的应用.地质通报,2010,29(10):1564-1571.

[82] Chang C Y, Chen S J, Tsai M F. Application of support-vector-machine-based method for feature selection and classification of thyroid nodules in ultrasound images. *Pattern Recognition*, 2010, 43(10):3494-3506.

[83] Zuo R, Carranza E J M. Support vector machine: A tool for mapping mineral prospectivity. *Computers & Geosciences*, 2011, 37(12):1967-1975.

[84] Phillips S J, Miroslav D. Modeling of species distributions with Maxent: new extensions and a comprehensive evaluation. *Ecography*, 2008, 31(2):161-175.

[85] Vincenzi S, Zucchetta M, Franzoi P, et al. Application of a Random Forest algorithm to predict spatial distribution of the potential yield of *Ruditapes philippinarum* in the Venice lagoon, Italy. *Ecological Modelling*, 2011, 222(8):1471-1478.

[86] Rodriguez G, Sanchez C, Chica O, et al. Machine learning predictive models for mineral prospectivity: An evaluation of neural networks, random forest, regression trees and support vector machines. *Ore Geology Reviews*, 2015, 71: 804-818.

[87] Hariharan S, Tirodkar S, Porwal A, et al. Random Forest-Based Prospectivity Modelling of Greenfield Terrains Using Sparse Deposit Data: An Example from the Tanami Region, Western Australia. *Natural Resources Research*, 2017. 26(4): 489-507.

[88] Ding H, Gao J, Xu J H. Finding Global Optimum for Truth Discovery: Entropy Based Geometric Variance. 32nd International Symposium on Computational Geometry (SoCG 2016), 2016.

[89] 陈永良,周斌,李学斌.基于 Boltzmann 机的矿产靶区预测.地球物理学进展,2012,27(1): 179-185.

[90] Hinton G E, Salakhutdinov R R.2006. Reducing the dimensionality of data with neural networks. *Science*, 313(5786):504-507.

[91] Chen Y, Wei W. Mapping mineral prospectivity using an extreme learning machine regression. *Ore Geology Reviews*, 2017, 80:200-213.

- [92] Liu Y, Zhou K, Xia Q. A MaxEnt Model for Mineral Prospectivity Mapping. *Natural Resources Research*, 2018, 27(3):299-313.
- [93] Liu Y, Zhou K, Zhang N, et al. Maximum entropy modeling for orogenic gold prospectivity mapping in the Tangbale-Hatu belt, western Junggar, China. *Ore Geology Reviews*, 2018, 100:133-147.
- [94] Xiong Y, Zuo R. Recognition of geochemical anomalies using a deep autoencoder network. *Computers & Geosciences*, 2016:75-82.
- [95] 刘艳鹏,朱立新,周永章.卷积神经网络及其在矿床找矿预测中的应用——以安徽省兆吉口铅锌矿床为例. *岩石学报*, 2018, 34(11):3217-3224.
- [96] Wang Z, Qu H, Wu Z, et al. Formal representation of 3D structural geological models. *Computers & Geosciences*, 2016, 90:10-23.
- [97] Bárdossy G, Fodor J. 2001. Traditional and New Ways to Handle Uncertainty in Geology. *Natural Resources Research*, 10(3): 179-187.
- [98] Mccuaig T C, Beresford S, Hronsky J. 2010. Translating the mineral systems approach into an effective exploration targeting system. *Ore Geology Reviews*, 38(3): 128-138.
- [99] Zuo R G, Zhang Z J, Zhang D J, et al. 2015. Evaluation of uncertainty in mineral prospectivity mapping due to missing evidence: A case study with skarn-type Fe deposits in Southwestern Fujian Province, China. *Ore Geology Reviews*, 71: 502-515.
- [100] Wang Z Y, Yin Z, Caers J, et al. 2020. A Monte Carlo-based framework for risk-return analysis in mineral prospectivity mapping. *Geoscience Frontiers*, 11(6): 2297-2308.
- [101] Liu Y, Carranza E J M. Uncertainty Analysis of Geochemical Anomaly by Combining Sequential Indicator Co-simulation and Local Singularity Analysis. *Natural Resources Research*.
- [102] Liu Y, Cheng Q M, Carranza E J M, et al. 2019. Assessment of Geochemical Anomaly Uncertainty Through Geostatistical Simulation and Singularity Analysis. *Natural Resources Research*, 28(1): 199-212.
- [103] Jessell M W, Aillères L, E K. 2014. Next generation three the answers. *Math.*

- Gemodeling and inversion. SEG Special Publication, 18:261 - 272.
- [104] Dominy S C. 2002. Errors and Uncertainty in Mineral Resource and Ore Reserve Estimation: The Importance of Getting it Right. *Exploration & Mining Geology*, 11(1-4): 77-98.
- [105] Dong X L, Berti-Equille L, Srivastava D. 2018. Integrating conflicting data: the role of source dependence. *Proceedings of the Vldb Endowment*, 2(1): 550-561.
- [106] Yin X X, Han J W, Yu P S. 2008. Truth discovery with multiple conflicting information providers on the Web. *IEEE Transactions on Knowledge and Data Engineering*, 20(6): 796-808.
- [107] Carranza E J M, Hale M. 2003. Evidential belief functions for data-driven geologically constrained mapping of gold potential, Baguio district, Philippines. *Ore Geology Reviews*, 22(1-2): 117-132.
- [108] 肖克炎, 李楠, 孙莉, et al. 2012. 基于三维信息技术大比例尺三维立体矿产预测方法及途径. *地质学刊*, 36(03):229-236.
- [109] 左仁广, 夏庆林. 2009. 矿产资源潜力预测不确定性评价. *地球物理学进展*, 24(1): 315-320.
- [110] Singer D A, Kouda R. 1996. Application of Feedforward Neural Network in the Search for Kuroko Deposits in the Hokuroku District, Japan. *Mathematical Geology* 28(8), 1017-1023.
- [111] An P, Moon, W.M., Bonham-Carter, G.F.,. 1994. Uncertainty management in integration of exploration data using the belief function. *Natural Resources Research*, 3(1):60-71.
- [112] An P, Moon W M, Bonham-Carter G F. 1994. An object-oriented knowledge representation structure for exploration data integration. *Nat Resour Res*, 3(3), 132-145.
- [113] Wyborn L a I, Heinrich C A, Jaques A L. 1994. Australian Proterozoic mineral systems: essential ingredients and mappable criteria. . In: Hallenstein, P.C. (Ed.), *Australian Mining Looks North — the challenges and choices*. Australian Institute of Mining and Metallurgy Publication Series 5.
- [114] Bonham-Carter G F, Agterberg F P. 1989. Weights of evidence modelling: a new approach to mapping mineral potential. *Geological Survey of Canada*, 89, 171-

183.

[115] Porwal A, Carranza E, Hale M. 2003. Knowledge-Driven and Data-Driven Fuzzy Models for Predictive Mineral Potential Mapping. *Natural Resources Research*, 12(1): 1-25.

[116] Porwal A, Carranza E J M, Hale M. 2006. Bayesian network classifiers for mineral potential mapping. *Computers & Geosciences*, 32(1): 1-16.

[117] Porwal A, Gonzalez-Alvarez I, Markwitz V, et al. 2010. Weights-of-evidence and logistic regression modeling of magmatic nickel sulfide prospectivity in the Yilgarn Craton, Western Australia. *Ore Geology Reviews*, 38(3): 184-196.

[118] Joly A, Porwal A, Mccuaig T C, et al. 2015. Mineral systems approach applied to GIS-based 2D-prospectivity modelling of geological regions: Insights from Western Australia. *Ore Geology Reviews*, 71: 673-702.

[119] Wang N, Zhou W, Song Y, et al. 2021. Unsupervised Deep Representation Learning for Real-Time Tracking. *International Journal of Computer Vision*, 129(2): 400-418.

[120] 陈建平, 吕鹏, 吴文, et al. 2007. 基于三维可视化技术的隐伏矿体预测. *地学前缘*, (05):54-62.

[121] Mann C J. 1993. Uncertainty in geology. in Davis, J. C., and Herzfeld, U. C., eds., *Computers in geology – 25 years of progress*: Oxford Univ. Press, Oxford, p. 241–254.

[122] 王冬, 王晓华. 三维 GIS 中海量模型调度与存储. *地理空间信息*, 2012, 10(01):109-111+4.

[123] 王润怀. 矿山地质对象三维数据模型研究. 西南交通大学, 2007.

[124] 刘亚静, 李梅. 表面—体元一体化矿体三维模型算法研究及其实现. *工矿自动化*, 2013, 39(009):63-67.

[125] 龚健雅, 夏宗国. 矢量与栅格集成的三维数据模型. *武汉测绘科技大学学报*, 1997, 22(001):7-15.

[126] 李冬梅. 三维 GIS 中的矢栅一体化技术的研究与设计. 沈阳工业大学, 2007.

- [127] 吴政, 李成名, 武鹏达,等. Oracle 数据库矢栅数据一体化存储与管理. 测绘学报, 2017(5).
- [128] 孙卡,吴冲龙,刘刚,何珍文,翁正平. 地质空间三维实体的面向对象存储模型.中国地质学会数学地质与地学信息专业委员会,2009:4.
- [129] 王想红,屈红刚,王占刚.基于 Geo3DML 的三维地质模型数据管理研究.中国矿业,2016,25(S2):100-103.
- [130] 屈红刚,王占刚,吴自兴,张永波,花卫华,李景朝,李魁星,鲍晓明,孙莉,王想红. Geo3DML:三维地质模型数据交换格式. 中国地质学会数学地质和地学信息专业委员会,2014:2.
- [131] Krivtsov V, Vigy O, Legg C, et al. Fuel modelling in terrestrial ecosystems: An overview in the context of the development of an object-orientated database for wild fire analysis. ECOLOGICAL MODELLING, 2009, 220(21):2915-2926.
- [132] 李海生,赖龙,蔡强,毛典辉,陈谊.Hadoop 环境下三维模型的存储及形状分布特征提取.计算机研究与发展,2014,51(S2):18-29.
- [133] Science - Applied Sciences; Reports on Applied Sciences Findings from China University of Geosciences Provide New Insights (A Clustering-Based Bubble Method for Generating High-Quality Tetrahedral Meshes of Geological Models). Science Letter,2020.
- [134] Computers - Cloud Computing; New Cloud Computing Study Findings Have Been Reported by Researchers at Concordia University (A Dynamic and Failure-aware Task Scheduling Framework for Hadoop) . Computer Technology Journal,2020.
- [135] Computers - Cloud Computing; Study Results from Sichuan University Broaden Understanding of Cloud Computing (Phase-reconfigurable Shuffle Optimization for Hadoop Mapreduce) . Computer Technology Journal,2020.
- [136] Alsuwaiyel M H.2004.算法设计技巧与分析.吴伟昶等译.北京:电子工业出版社
- [137] Brian W Kernigham. 2005. 程序设计和实现.裘宗燕译.北京:机械工业出版社
- [138] Kang-tsung Chang.2003. 地理信息系统导论.陈健飞等译.北京:科学出版社



- [139] Richard A Johnson, Dean W Wichern. 2001. 实用多元统计分析(第四版). 陆璇译. 北京: 清华大学出版社
- [140] Robert Sedgewick. 2003. C++算法(第三版). 林琪译. 北京: 清华大学出版社
- [141] Sartaj Sahni. 2004. 数据结构算法与应用—C++语言描述. 汪诗林, 孙晓东译. 北京: 机械工业出版社
- [142] 陈华福. 2001. 最新统计电算化教程: Excel 2000 在统计学中的应用. 北京: 冶金工业出版社
- [143] 陈平雁, 黄浙明. 2000. SPSS 8.0 统计软件应用教程. 北京: 人民军医出版社
- [144] 程朋根, 龚健雅, 跬海刚. 2000. GIS 中地图符号设计系统的设计与实现. 中国图象图形学报, 5(12): 1006~1011
- [145] 孙家广, 杨长贵. 1994. 计算机图形学(新版). 北京: 清华大学出版社
- [146] 孙文爽, 陈兰祥. 1994. 多元统计分析. 北京: 高等教育出版社
- [147] 王家耀. 2004. 空间信息系统原理. 北京: 科学出版社
- [148] 王学仁, 王松桂. 1990. 实用多元统计分析. 上海: 上海科学技术出版社
- [149] 吴立新, 史文中. 2003. 地理信息系统原理与算法. 北京: 科学出版社
- [150] 薛胜, 潘懋, 王勇. 2003. 多边形叠置分析算法研究. 计算机工程与应用, 2: 57~60
- [151] 严蔚敏, 吴伟民. 2002. 数据结构(C 语言版). 北京: 清华大学出版社
- [152] 张宏, 温永宁, 刘爱利等. 2006. 地理信息系统算法基础. 北京: 科学出版社
- [153] 周培德. 2005. 计算几何--算法设计与分析(第二版). 北京: 清华大学出版社
- [154] 朱述龙, 张占睦. 2000. 遥感图象获取与分析. 北京: 科学出版社
- [155] 左孝凌, 李为鉴, 刘永才. 1990 年. 离散数学. 上海: 上海科学技术文献出版社
- [156] 毛启明. 地质图三维可视化研究与实现. 浙江大学, 2006.
- [157] 罗智勇. 面向地质勘查的三维可视化系统研制与开发. 成都理工大学, 2008.
- [158] 肖克炎, 李楠, 孙莉, 邹伟, 李莹. 基于三维信息技术大比例尺三维立体矿产预测方法及途径. 地质学刊, 2012, 36(03): 229-236.
- [159] 陈述彭, 鲁学军, 周成虎. 地理信息系统导论. 北京: 科学出版社. 1999.
- [160] 陈建平, 于萍萍, 史蕊, 于淼, 张顺昌. 区域隐伏矿体三维定量预测评价方法

研究.地学前缘,2014,21(05):211-220.

[161] 吴冲龙, 何珍文, 翁正平,等. 地质数据三维可视化的属性、分类和关键技术. 地质通报, 2011, 30(5):642-649.

[162] 曹代勇等. OpenGL 在三维地质模型可视化中的应用. 中国煤田地质. 2000.

[163] 唐泽圣. 三维数据场可视化. 北京: 清华大学出版社. 1999.

[164] 毛先成. 地质体三维形态分析方法与应用// 第十届全国数学地质与地学信息学术研讨会论文集. 2011.

[165] 陈建平,吕鹏,吴文,赵洁,胡青.基于三维可视化技术的隐伏矿体预测.地学前缘,2007(05):54-62.

[166] 毕林,刘晓明,陈鑫,等.一种基于矿体轮廓线的三维建模新方法.武汉大学学报(信息科学版),2016,41(10):1359-1365.

[167] Turner Whitted. An improved illumination model for shaded display. ACM SIGGRAPH Computer Graphics,1979,13(2).

[168] 熊义辉,汪新庆,李国庆.地层时空拓扑关系的计算机自动检查设计与实现.国土资源遥感,2016,28(01):197-202.

[169] Li N, Song X, Li C, et al. 3D Geological Modeling for Mineral System Approach to GIS-Based Prospectivity Analysis: Case Study of an MVT Pb–Zn Deposit. Natural Resources Research, 2018, 1-25.

[170] Clark,Isobel. Practical geostatistics.Applied Science,1979

[171] David.Geostatistical ore reserve estimation. Elsevier Scientific Pub.Co, 1977Liao.Issues exposed during mineral resources development management in China.Mineral Resources & Geology,2006

[172] Mines. Principles of a resource/reserve classification for minerals. Circular,1980

[173] Qin, Liu.Emanation Sedimentary Metallogenic Series and Models of the Proterozoic Rift inthe Kangdian Axis .Acta Geologica Sinica,2000,74(3):466-472

[174] Salomon..A fortran IV program which determines that region of a polygon within apolygonal boundary. Computers & Geosciences,1978,4(1):53-63

[175] Zhao, Pan,Tian, et al. Implementation of the Section Method in the Reserve

EstimationSystem for Solid Mineral Resources.Geology & Exploration,2010,46(3):547-552

[176] 陈国旭.传统资源储量估算信息化研究现状及发展方向.金属矿山, 2013,42(5):105-109

[177] 国土资源部矿产资源储量司.固体矿产地质勘查规范的新变革.地质出版社,2003

[178] 国家市场监督管理总局,国家标准化管理委员会,2020.固体矿产资源储量分类: GB/T 17766-2020

[179] 刘勇强.基于地质统计学的可视化储量估算系统研究.中国地质科学院,2012.

[180] 李晓晖,袁峰,张明明,等.基于 Surpac 的垂直断面资源储量估算方法研究与实现.吉林大学学报(地),2015,45(1):156-165

[181] 李裕伟.多边形法矿产储量估计.地质与勘探,2013,49(4):630-633

[182] 中华人民共和国自然资源部,2020.固体矿产资源量估算规程.第1部分:通则: DZ/T 0338.1—2020 [S].北京:地质出版社

[183] 中华人民共和国自然资源部,2020.固体矿产资源量估算规程.第2部分:几何法: DZ/T 0338.2—2020 [S].北京:地质出版社

[184] 中华人民共和国自然资源部,2020.固体矿产资源量估算规程.第3部分:地质统计学法: DZ/T 0338.3—2020 [S].北京:地质出版社

[185] 中华人民共和国自然资源部,2020.固体矿产资源量估算规程.第4部分:SD法: DZ/T 0338.4—2020 [S].北京:地质出版社

[186] 张钦礼,王新民,刘保卫.矿产资源评估学.中南大学出版社,2007

[187] 赵鹏大等.矿产勘查理论与方法.中国地质大学出版社,2001

[188] 肖克炎,叶天竺,李景朝,等.矿床模型综合地质信息预测资源量的估算方法.地质通报, 2010, 29(10):9.

[189] 肖克炎,丁建华,刘锐.美国"三步式"固体矿产资源潜力评价方法评述.地质论评, 2006, 52(6):6.

[190] 肖斌,赵鹏大,侯景儒,山东归来庄金矿床金异常分布及其时空演化的地质统计学研究.现代地质, 1999.

- [191] 郑大瑜, 朱裕生, 吕古贤,等. 金属矿山资源评价的涵义与划分. 资源. 产业, 2004, 6(4):4.
- [192] 赵鹏大, 李紫金, 胡光道. 重点成矿区三维立体矿床统计预测:以安徽月山地区为例. 中国地质大学出版社, 1992.
- [193] Singer D A. Basic concepts in three-part quantitative assessments of undiscovered mineral resources. *Nonrenewable Resources*, 1993, 2(2):69-81.
- [194] 赵鹏大, 张寿庭, 陈建平, 危机矿山可接替资源预测评价若干问题探讨. 成都理工大学学报(自然科学版), 2004. 31(2): p. 111-117.
- [195] 程朋根, 龚健雅, 史文中, 基于似三棱柱体的地质体三维建模与应用研究. 武汉大学学报(信息科学版), 2004. 29(6): p. 602-607.
- [196] Gong, J., P. Cheng, and Y. Wang, Three-dimensional modeling and application in geological exploration engineering. *Computers and Geosciences*, 2004. 30(4): p. 391-404.
- [197] Cheng, Q.M. and F.P. Agterberg, Fuzzy weights of evidence method and its application in mineral potential mapping. *Natural Res.*, 1999, 8(1): p. 27-36.
- [198] Singer D A, Cox D P. Application of mineral deposit models to resource assessments, in United States Geological Survey, Yearbook Fiscal Year 1987, U.S. Geological Survey of Canada, 1988. p. 55-57.
- [199] Cheng Q M, Agterberg F P. Fuzzy Weights of Evidence Method and Its Application in Mineral Potential Mapping. *Natural Resources Research*, 1999. 8, 27-35.
- [200] Singer D A. The Relationship of estimated number of undiscovered deposits to grade and tonnage models in three-part mineral resource assessments. Intern. Assoc Math. Geology Annual Conference, Mount Tremblant, Quebec, Canada, 1994. p. 325-326.
- [201] Agterberg F P, Bonharn-Carter G F. Weights of Evidence Modeling And Weighted Logistic Regression For Mineral Potential Mapping. 1994.
- [202] Singer D A. Basic concepts in three-part quantitative assessments of undiscovered mineral resources. *Non-renewable Resources*, 1993. 2, 69-81.