

# 海洋工程波浪力学

中国海洋大学工程学院海洋工程系  
王树青

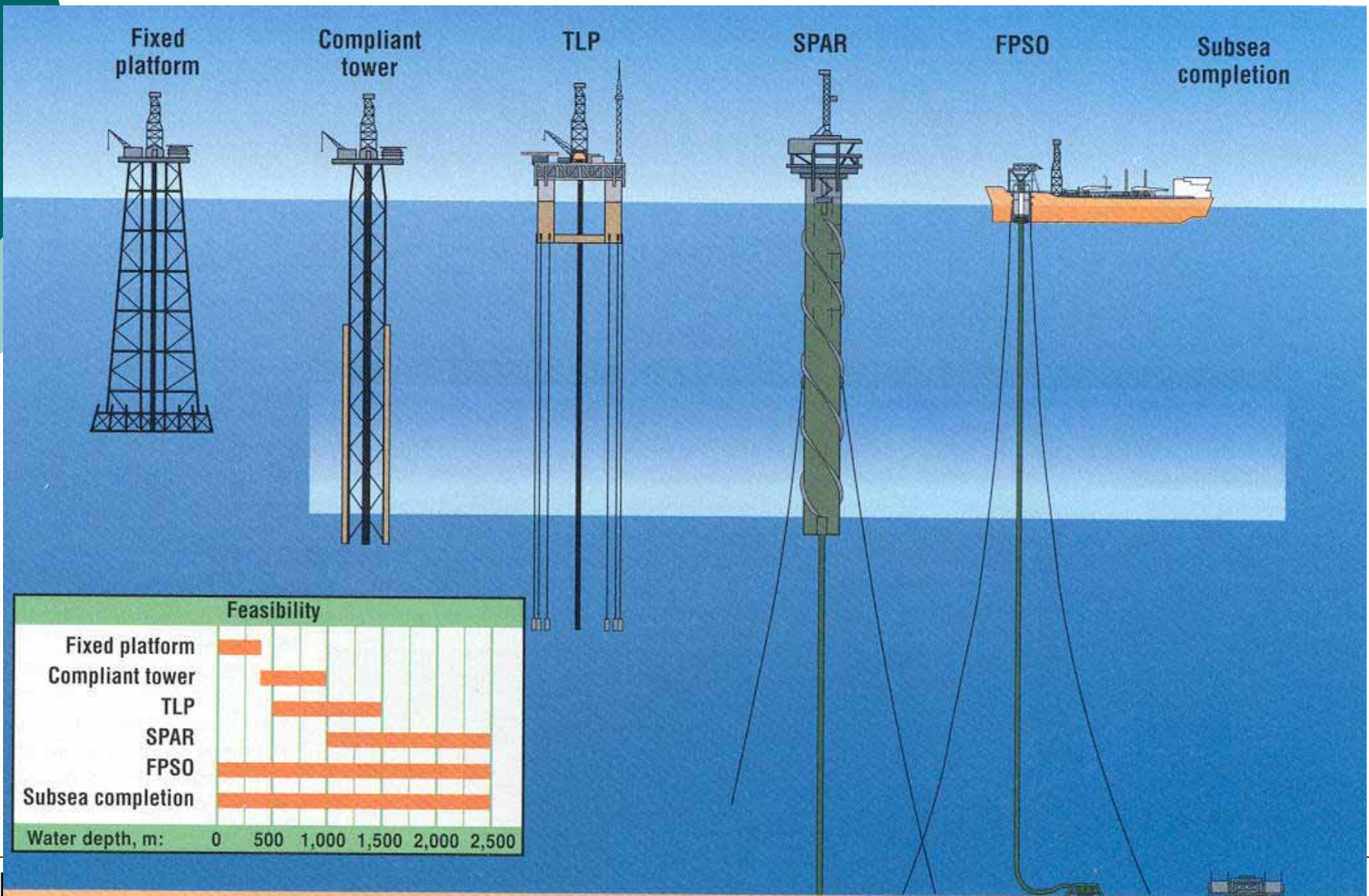
# 目 录

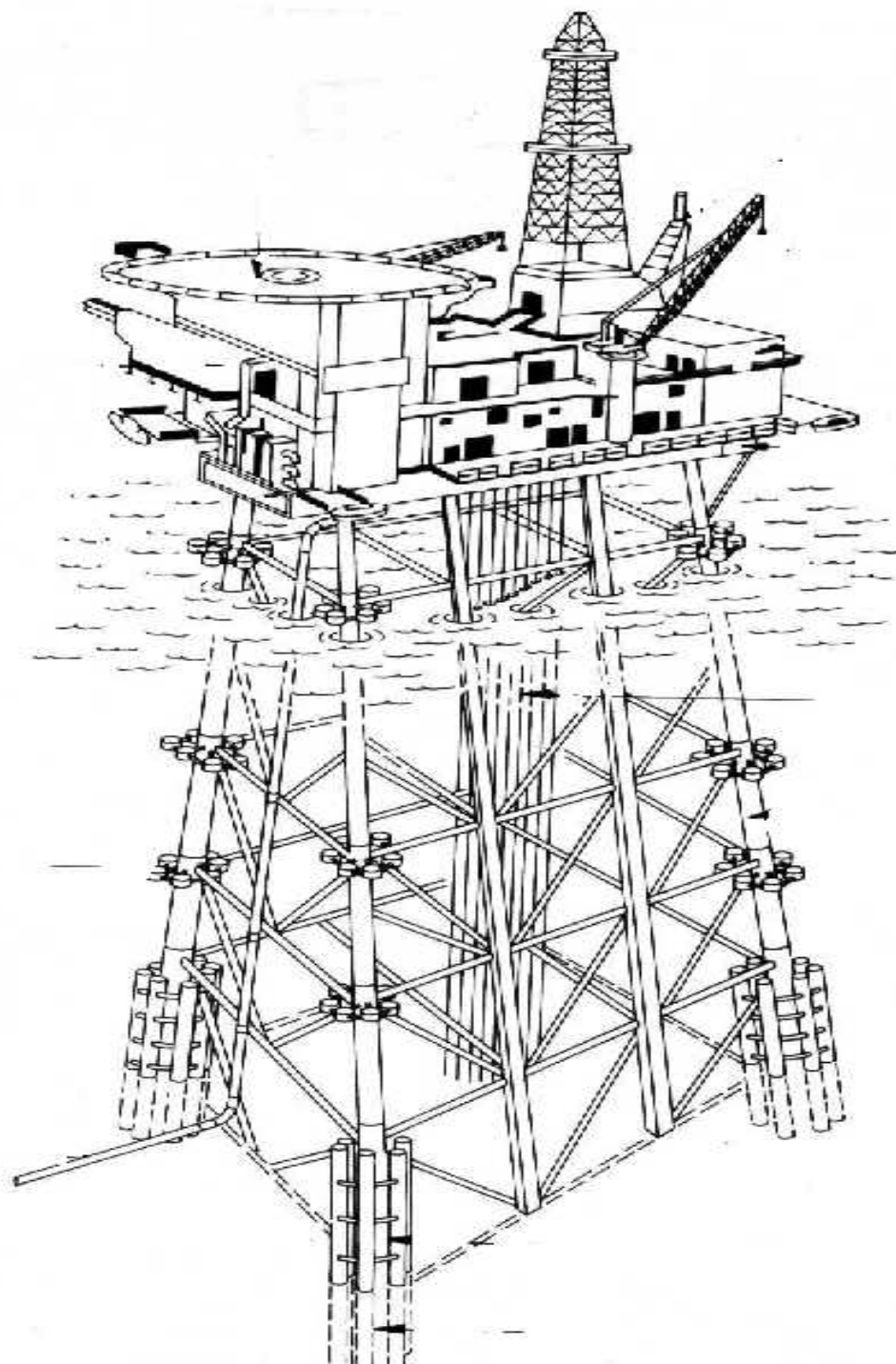
- 第一章 液体表面波基本方程
- 第二章 小振幅波（线性波）理论
- 第三章 有限振幅波（非线性波）理论
- 第四章 小尺度结构上的波浪力
- 第五章 大尺度结构上的波浪力
- 第六章 随机波浪和随机波浪力

# 第四章 小尺度结构上的波浪力

- 4.1 绕流力
- 4.2 作用在直立柱体上的波浪力
  - 4.2.1 Morison方程
  - 4.2.2 单柱体上的波浪力
  - 4.2.3 单柱体上的横向力
  - 4.2.4 群柱上的波浪力
  - 4.2.5 拖曳力系数、惯性力系数
- 4.3 作用在倾斜柱体上的波浪力
- 4.4 作用在海底管道上的波浪力

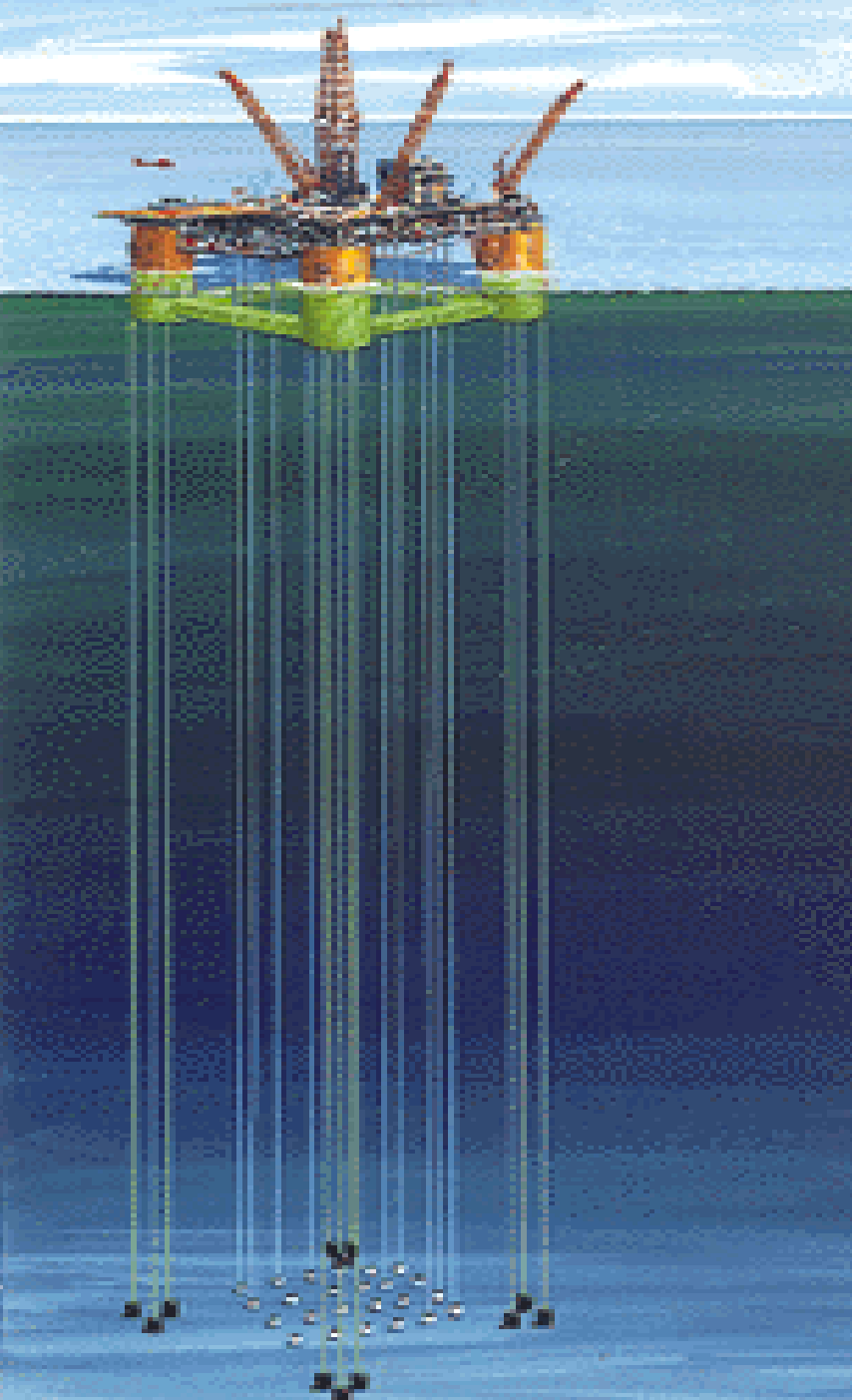
# OFFSHORE STRUCTURES



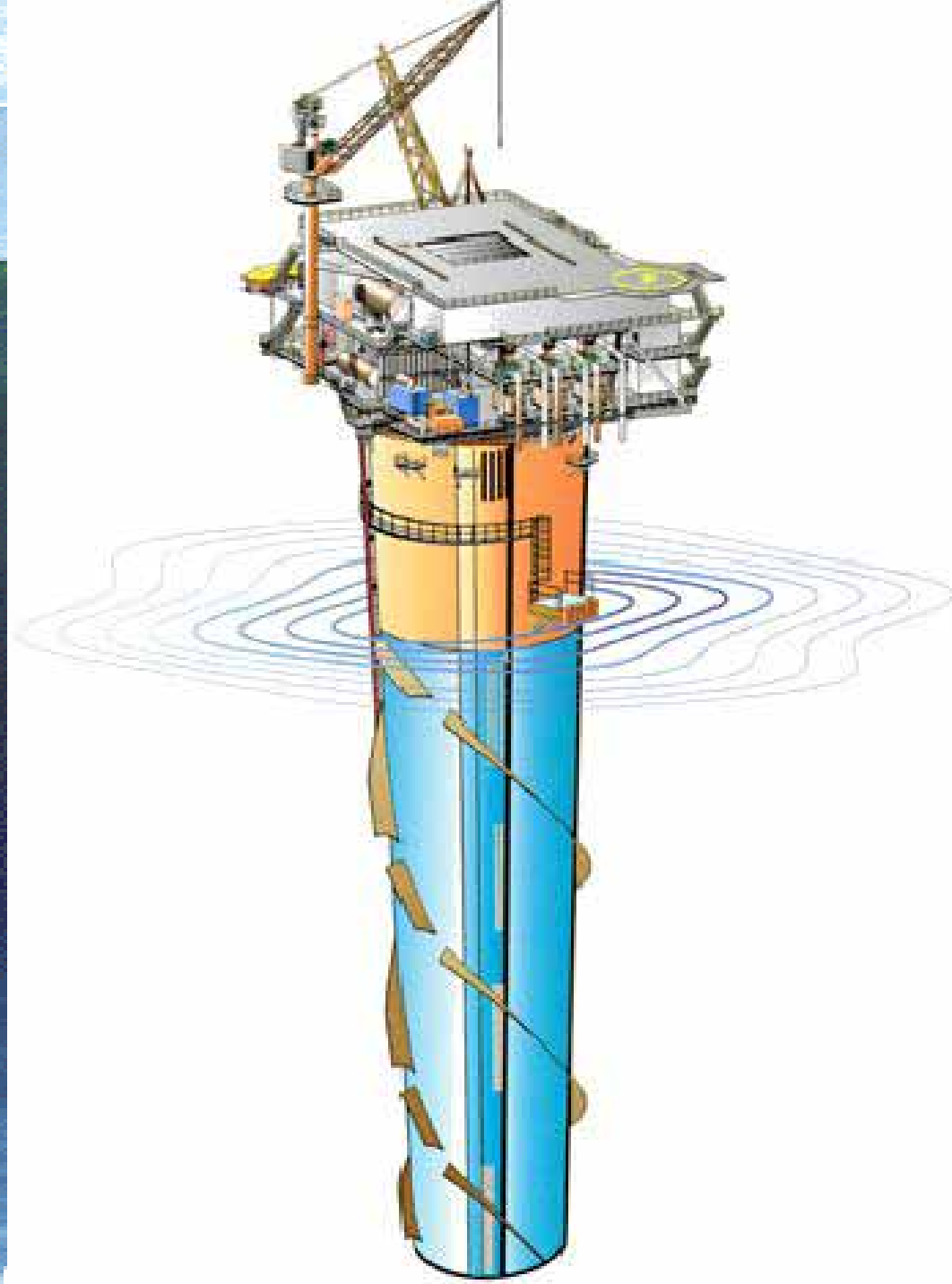








PM ILLUSTRATION BY ED VA



# 简介

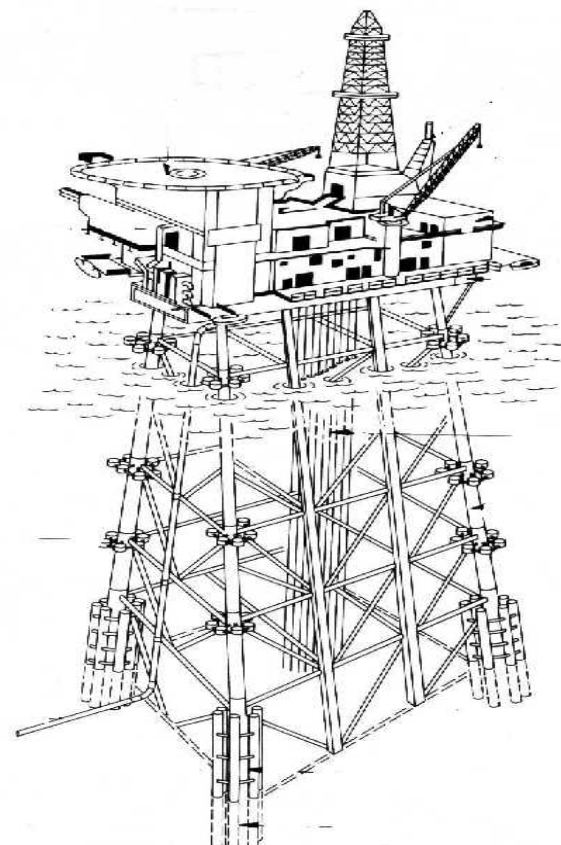
- ❖ 波浪对固定海洋结构物的作用主要是以下四种效应：
- (1) 由于流体的粘滞性而引起的粘滞效应；
  - (2) 由于流体的惯性以及结构物的存在，使结构物周围的波动场的速度发生改变而引起的附加质量效应；
  - (3) 由于结构物本身对入射波的绕射作用而产生的绕射效应；
  - (4) 由于结构物本身的相对高度较大，结构物与自由表面接近扰动了原波动场的自由表面而产生的自由表面效应。



# 简介

❖ 波浪力的计算按照其尺度大小的不同：

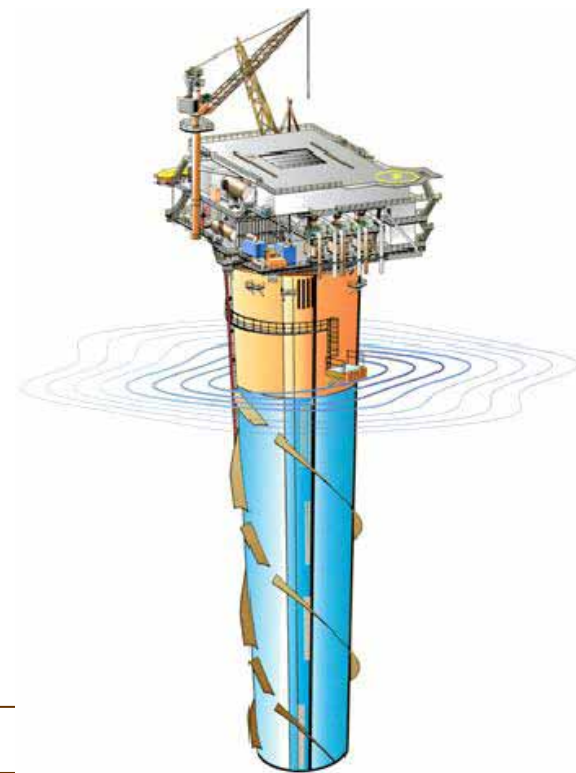
(1) 与入射波相比，尺度较小的结构物，例如孤立桩柱、水下输油管道等，此类结构物的存在对波浪运动无显著影响，波浪对结构物的作用主要为粘滞效应和附加质量效应；



# 简介

❖ 波浪力的计算按照其尺度大小的不同：

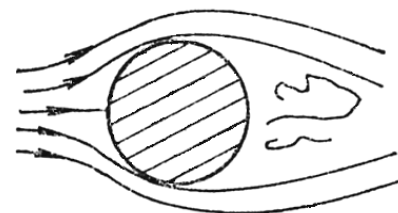
(2) 而**随着结构物尺度相对于波长比值的增大**，例如平台的大型基础沉垫、大型石油贮罐等，此类尺度较大的结构物本身的存在对波浪运动有显著影响，对入射波浪的**绕射效应以及自由表面效应必须考虑**。此时要采用绕射理论(MacCamy和Fucks)计算波浪力；



# 4.1 绕流力

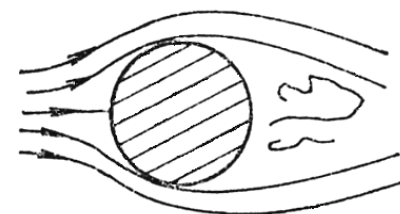
## ❖ 为什么？

- 波浪对小尺度结构物的作用力是与流体绕固体流动时所产生的**绕流现象**紧密相关。
- 波浪力的计算以**绕流理论**为基础进行分析。
- 海洋工程结构物中，经常采用**细长圆柱体**作为基本构件，采用圆柱体进行分析。
- 下面先以**定常水流**为基础，研究定常水流对圆柱体的作用力；
- 再讨论**非定常振荡水流**对圆柱体的作用力。



### ○ 4.1.1 绕流拖曳力

- ❖ 定义：当定常均匀水流以速度 $v$ 。绕过圆柱体时，沿流动方向作用在圆柱体的力称为绕流拖曳力。
- ❖ 组成：绕流拖曳力一般是由摩擦拖曳力和压差拖曳力两部分组成。



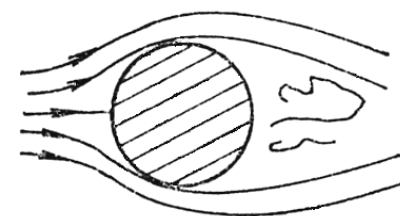
#### ❖ 摩擦拖曳力

- 是由流体的粘滞性而在柱体表面形成边界层，在边界层范围内，流体的速度梯度很大，摩擦效应显著。
- 流体作用在柱体表面各点的摩擦切应力在流动方向上的投影总和为作用在圆柱体上的摩擦拖曳力。
- 大小与柱面附近边界内流体的流态和柱体表面的粗糙度有关。

### ○ 4.1.1 绕流拖曳力

#### ❖ 压差拖曳力

- 压差拖曳力是由于边界层在圆柱体表面某点处分离，在圆柱体后部形成很强的**漩涡尾流**，使得柱体后部的压强大大低于前部的压强，就形成了柱体前后部的压力差，它在流动方向产生了一个力。
- 流体作用在柱体表面各点的**法向压应力**在流动方向上的投影总和为作用在圆柱体上的压差拖曳力。
- 大小与柱面附近边界内流体的**流态**和柱体沿流向的**形状**有关。



$$3 \times 10^5 \leq Re < 3.5 \times 10^6$$

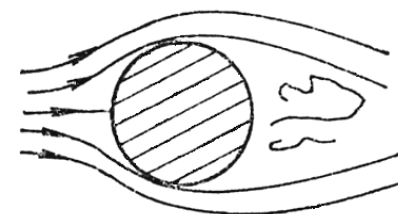


### ○ 4.1.1 绕流拖曳力

#### ❖ 拖曳力计算公式

□ 单位长度柱体上的拖曳力可用下式计算：

$$f_D = \frac{1}{2} C_D \rho A v_0^2$$



#### ❖ 各项含义

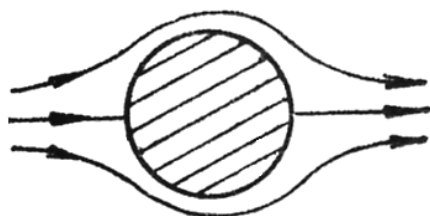
□  $\rho$ —流体的密度；

□  $A$ —单位长度柱体垂直于流体流动方向的投影面积；

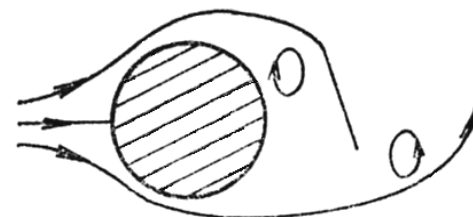
□ 圆柱体， $A = 1 \times D$ ， $D$ 是圆柱体的直径；

□  $C_D$ —拖曳力系数，它集中反映了流体的粘滞性而引起的粘滞效应，与雷诺数 $Re$ 和柱面粗糙度 $\delta$ 有关系。

## ○ 4.1.2 绕流横向力

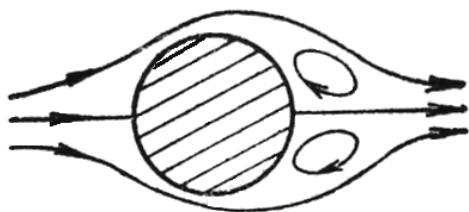


$Re < 5$

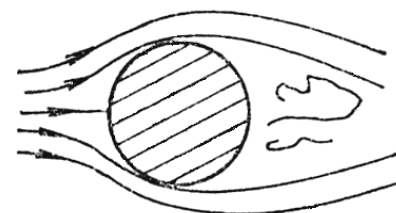


$150 \leq Re < 300$

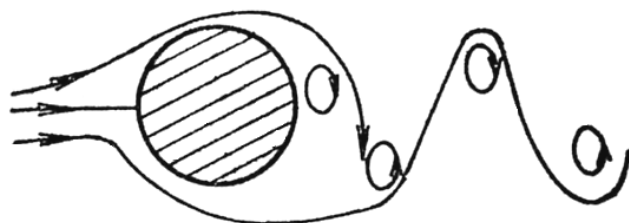
$300 \leq Re < 3 \times 10^5$



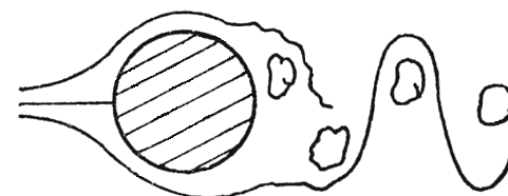
$5 \leq Re < 40$



$3 \times 10^5 \leq Re < 3.5 \times 10^6$



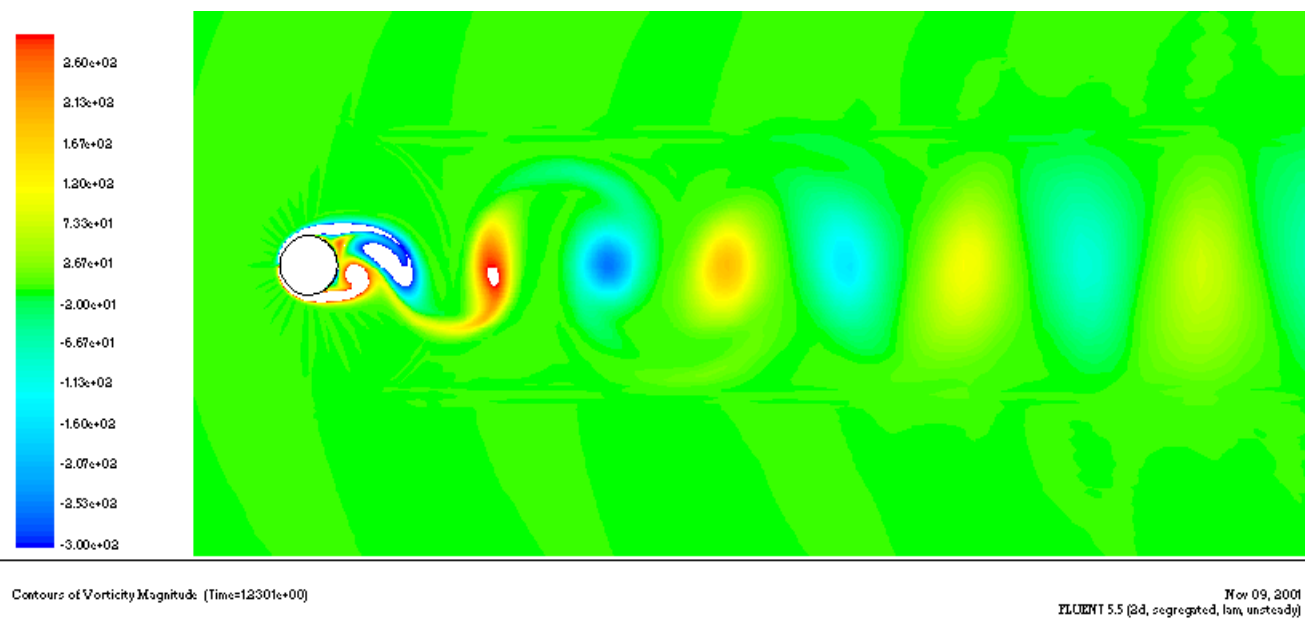
$40 \leq Re < 150$



$3.5 \times 10^6 < Re$

### ○ 4.1.2 绕流横向力

圆柱绕流问题：随着雷诺数的增大边界层首先出现分离，分离点并不断的前移，当雷诺数大到一定程度时，会形成两列几乎稳定的、非对称性的、交替脱落的、旋转方向相反的旋涡，并随主流向下游运动，这就是卡门涡街。



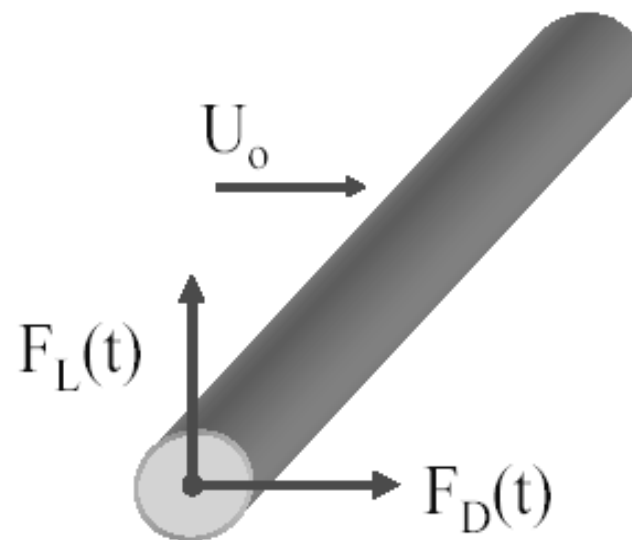
### ○ 4.1.2 绕流横向力

当流体横向流经圆柱体时，流体作用在柱体上的作用力可以分解为与来流方向**垂直的升力**和与来流方向一致的**拖曳力**。升力主要是由于涡旋交替自柱体脱落而使柱体两侧压力产生脉动而造成的。

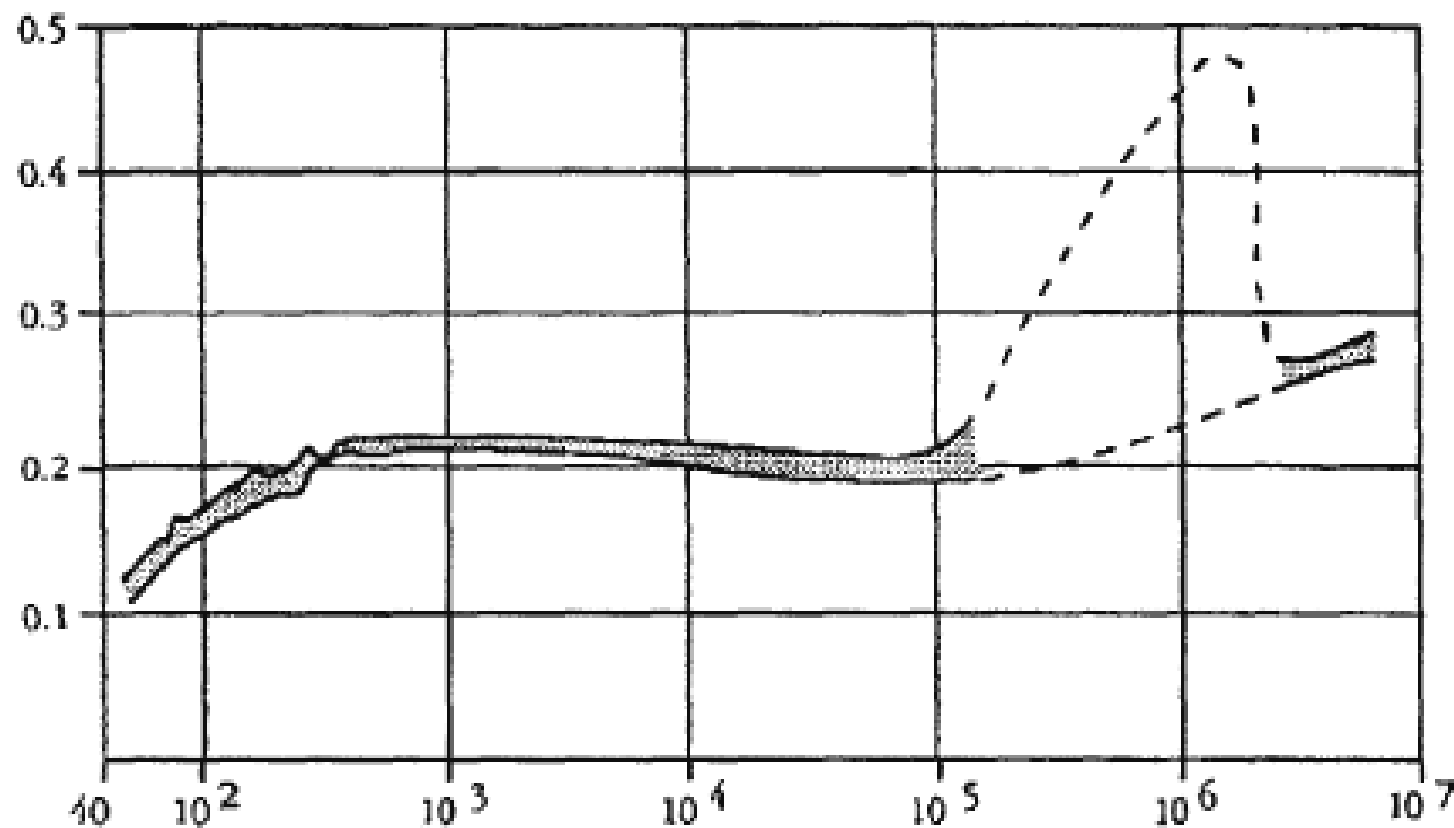
$$S = \frac{f D}{V_0}$$

$$f_L = \frac{1}{2} C_L \rho D V_0^2 \cos(2\pi f t)$$

$$f_D' = \frac{1}{2} C_D' \rho D V_0^2 \cos(4\pi f t)$$



### ○ 4.1.2 绕流横向力



圆柱体的Strouhal数 $S$ 和雷诺数 $Re$ 的关系



### ○ 4.1.3 绕流惯性力

- 在**非定常绕流**运动中，绕流流体对圆柱体的作用除了拖曳力外还有流体**加速度**引起的**惯性力**。
- 假设流体理想不可压缩，在流场中，有一排水体积为 $V_0$ 的柱体固定于其中。
- 若暂时不考虑柱体对流场的影响，也就是假设流场内的压强不因为柱体的存在而改变，那么可以假象为：柱体的边界作为加速流体边界的一部分，即**被柱体置换的那部分体积内的水体**，它本来应该以一个与流场中该处相应的加速度做加速运动，但实际上由于柱体的存在，这个体积的水体将被减速至静止不动。因此**加速的流体将对排水体积为 $V_0$ 的柱体沿流动方向作用一个惯性力**。

### ○ 4.1.3 绕流惯性力

□ 这个惯性力就是未受柱体存在影响的流体压强对柱体沿流动方向的作用力。其大小为：

$$F_K = \rho V_0 \left( \frac{dv}{dt} \right) = M_0 \left( \frac{dv}{dt} \right)$$

□ 但柱体的存在，必将使柱体周围的流体质点受到扰动而引起速度的变化，从而改变了原来流场内的压强分布。这种变化在柱体表面附近为最大，随着离柱体距离的增加而逐渐减小，衰减规律取决于柱体截面形状的形成和流体的运动方向。

### ○ 4.1.3 绕流惯性力

□ 柱体的扰动使柱体周围改变了原来得运动状态的那部分附加质量沿流体流动方向也将对柱体产生一个附加惯性力  $M_w$ ，又称附加质量力。

□ 因此加速的流体沿流动方向真正作用在柱体的绕流惯性力为：

$$f_I = (M_0 + M_w) \frac{dv}{dt} = C_M M_0 \frac{dv}{dt}$$

1.  $C_M$ 为质量系数(惯性力系数)，集中反映了由于流体的惯性以及柱体的存在，使柱体周围流场的速度改变而引起的附加质量效应。（见表4.1）
2.  $C_M$ 为附件质量系数， $C_M = 1 + C_m$

## ○4.2 作用在直立柱体上的波浪力

- 4.2.1 Morison方程
- 4.2.2 单柱体上的波浪力
- 4.2.3 单柱体上的横向力
- 4.2.4 群柱上的波浪力
- 4.2.5 拖曳力系数、惯性力系数

### 4.2.1 Morison方程

莫里森等认为作用于柱体任意高度 $z$ 处的水平波浪力 $f_H$ 包括两个分量：

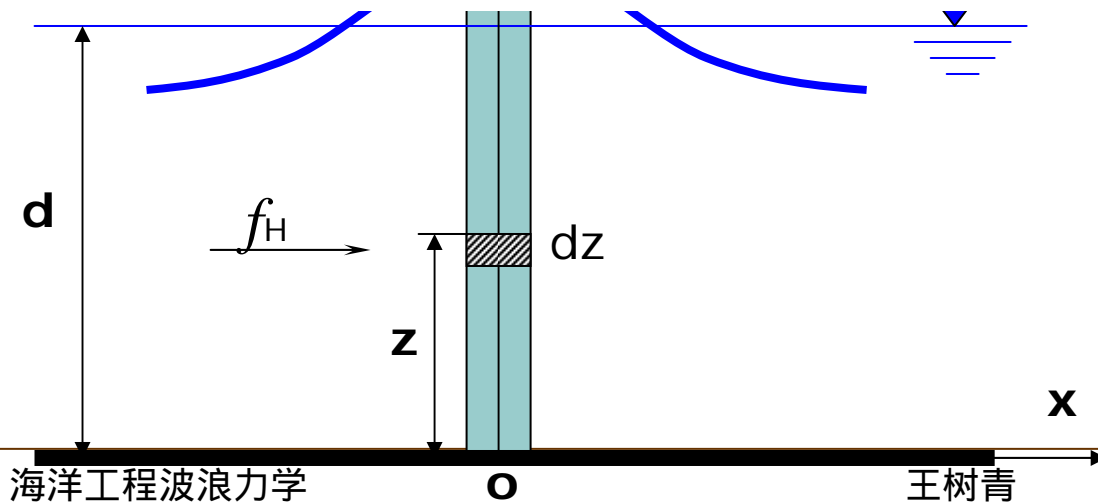
❖ 水平拖曳力 $f_D$

——波浪水质点的水平速度 $u_x$ 引起的对柱体的作用力；

□ 大小与单向定常水流作用在柱体上的拖曳力模式相同，即与波浪水质点的水平速度的平方和单位柱高垂直于波向的投影面积成正比。

□ 不同的是波浪水质点作周期性的往复的振荡运动，水平速度是时正时负，因而对柱体的拖曳力也是时正时负；

$$f_D = \frac{1}{2} C_D \rho A u_x |u_x|$$





### 4.2.1 Morison方程

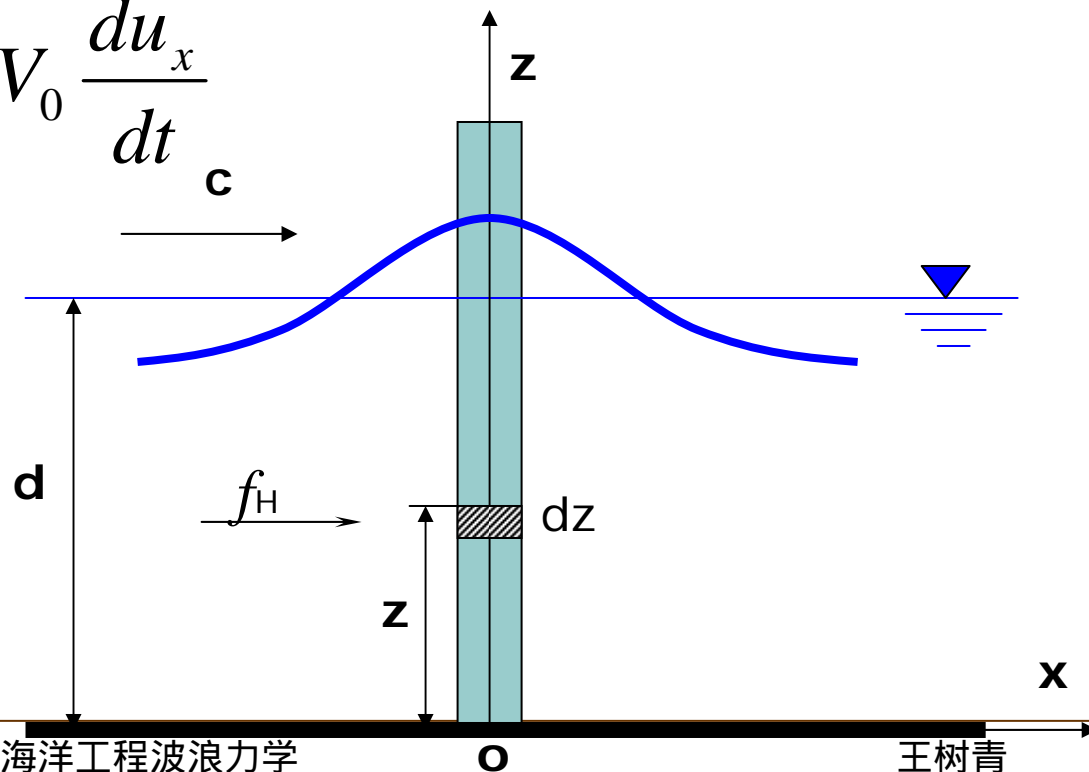
莫里森等认为作用于柱体任意高度 $z$ 处的水平波浪力 $f_H$ 包括两个分量：

❖ 水平惯性力 $f_I$

——水质点运动的水平加速度引起的对柱体的作用力；

$$f_I = \rho V_0 \frac{du_x}{dt} + C_m \rho V_0 \frac{du_x}{dt}$$

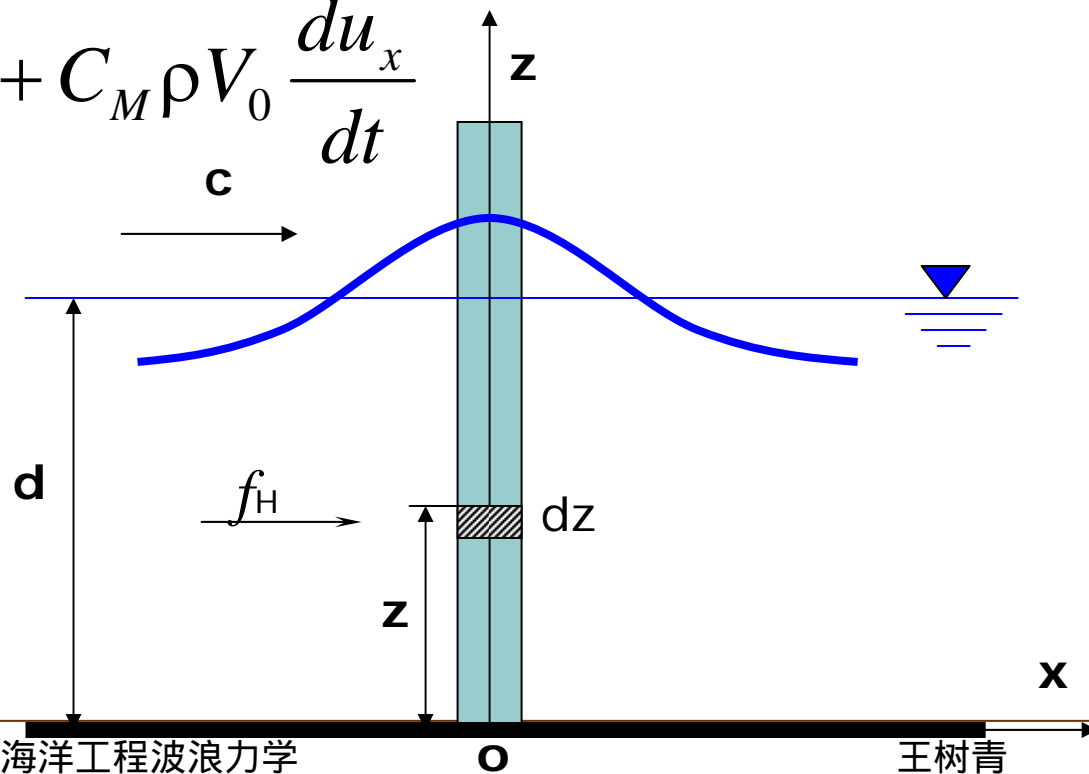
$$= C_M \rho V_0 \frac{du_x}{dt}$$



### 4.2.1 Morison方程

作用于柱体任意高度 $z$ 处的水平波浪力：

$$\begin{aligned} f_H &= f_D + f_I \\ &= \frac{1}{2} C_D \rho A u_x |u_x| + \rho V_0 \frac{du_x}{dt} + C_m \rho V_0 \frac{du_x}{dt} \\ &= \frac{1}{2} C_D \rho A u_x |u_x| + C_M \rho V_0 \frac{du_x}{dt} \end{aligned}$$

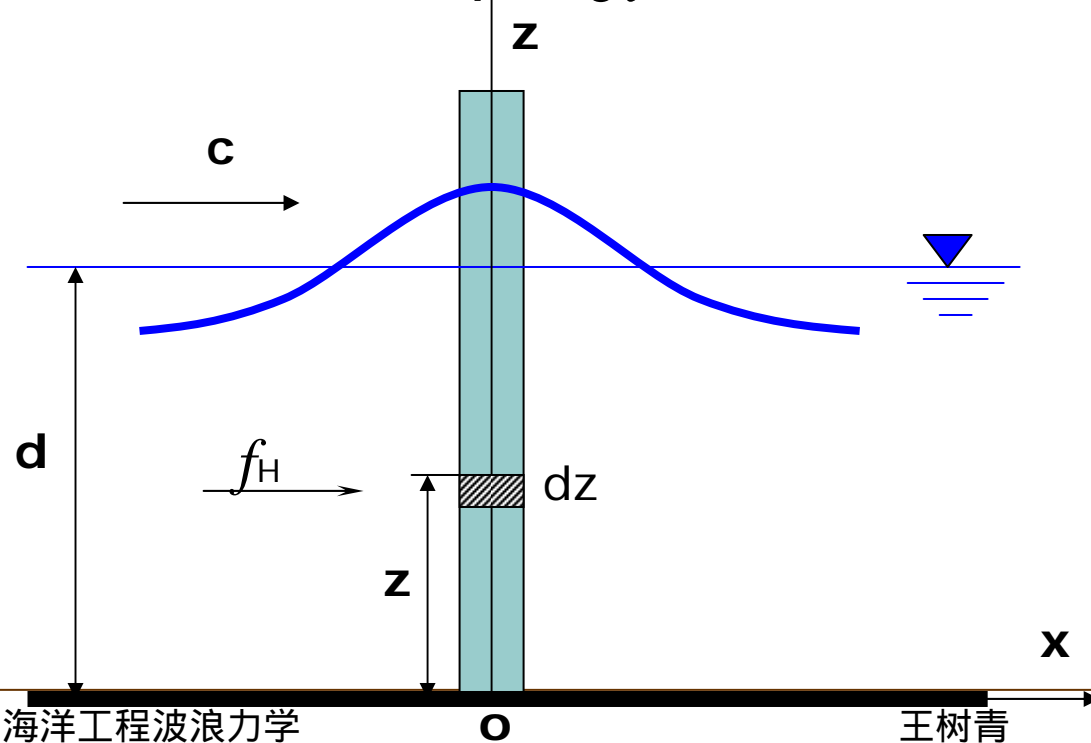


### 4.2.1 Morison方程

**固定圆柱体**任意高度 $z$ 处的水平波浪力:

$$f_H = \frac{1}{2} C_D \rho D u_x |u_x| + C_M \rho \frac{\pi D^2}{4} \frac{du_x}{dt}$$

$$f_H = \frac{1}{2} C_D \rho D u_x |u_x| + C_M \rho \frac{\pi D^2}{4} \frac{\partial u_x}{\partial t}$$

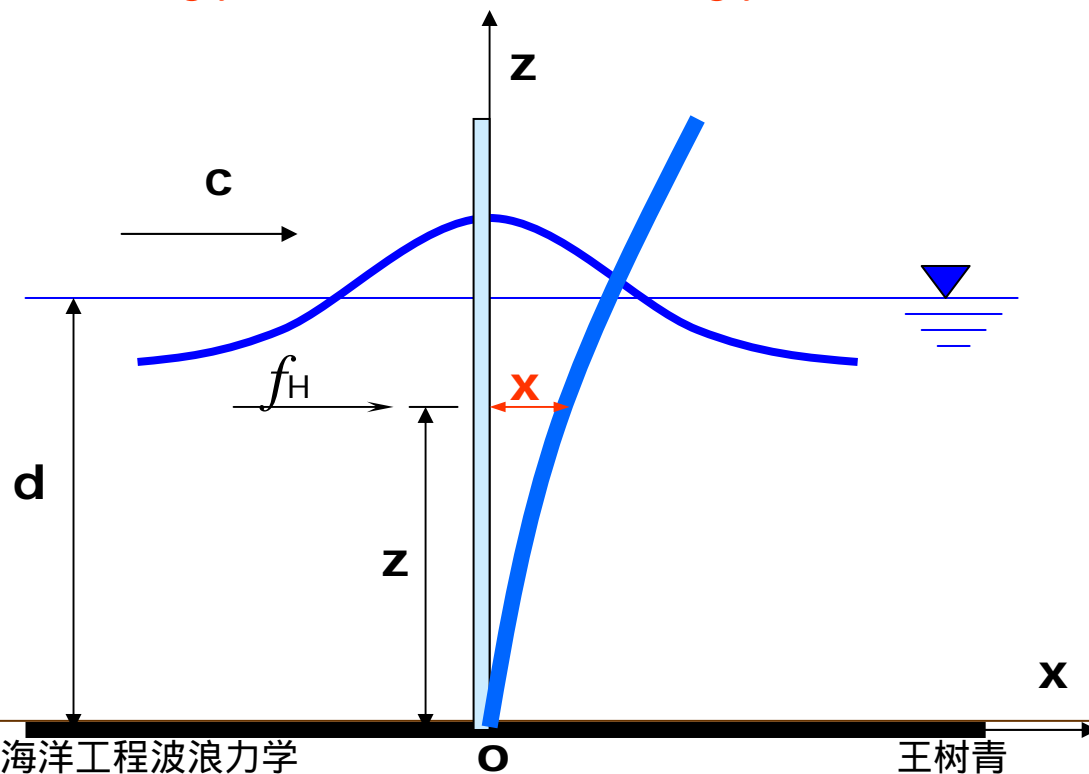


### 4.2.1 Morison方程

考虑圆柱体的运动时，任意高度 $z$ 处的水平波浪力：

$$f_H = \frac{1}{2} C_D \rho D (u_x - \dot{x}) |u_x - \dot{x}| + \rho \frac{\pi D^2}{4} \frac{\partial u_x}{\partial t} + C_m \rho \frac{\pi D^2}{4} \left( \frac{\partial u_x}{\partial t} - \ddot{x} \right)$$

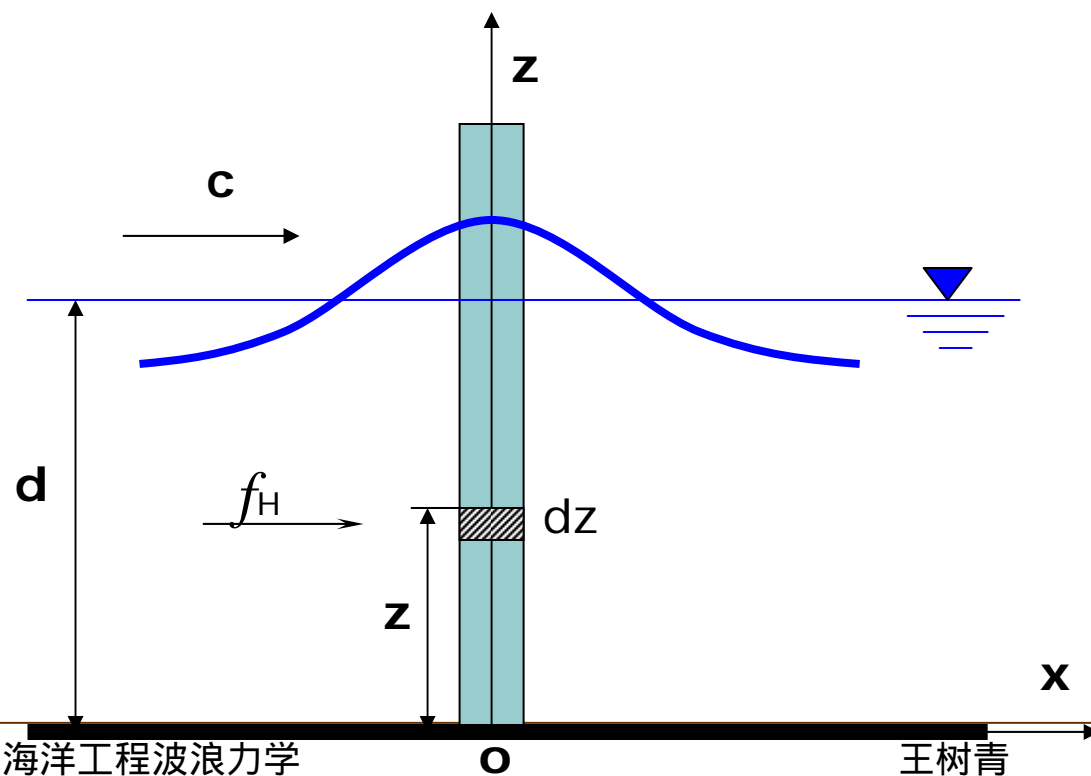
$$f_H = \frac{1}{2} C_D \rho D (u_x - \dot{x}) |u_x - \dot{x}| + C_M \rho \frac{\pi D^2}{4} \frac{\partial u_x}{\partial t} - C_m \rho \frac{\pi D^2}{4} \ddot{x}$$



### 4.2.2 单柱体上的波浪力

**圆柱体**任意高度 $z$ 处、柱高 $dz$ 上的水平波浪力:

$$dF_H = f_H dz = \frac{1}{2} C_D \rho D u_x |u_x| dz + C_M \rho \frac{\pi D^2}{4} \frac{\partial u_x}{\partial t} dz$$



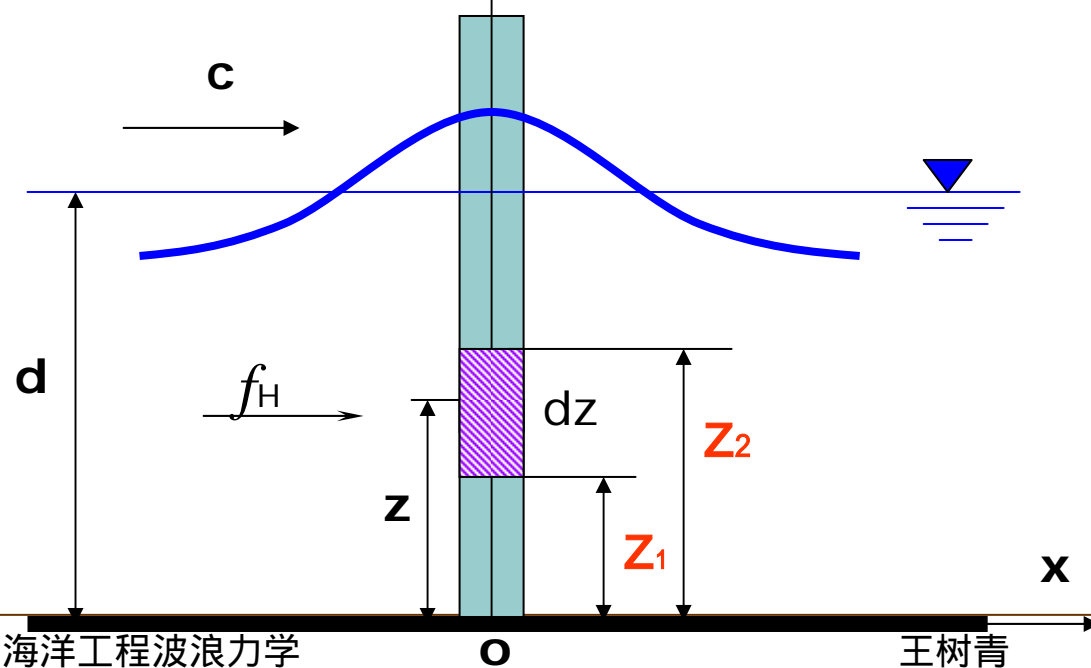


## 4.2.2 单柱体上的波浪力

某一段柱体 ( $z_1$ - $z_2$ ) 上的水平波浪力:

$$F_H = \int_{z_1}^{z_2} f_H dz$$

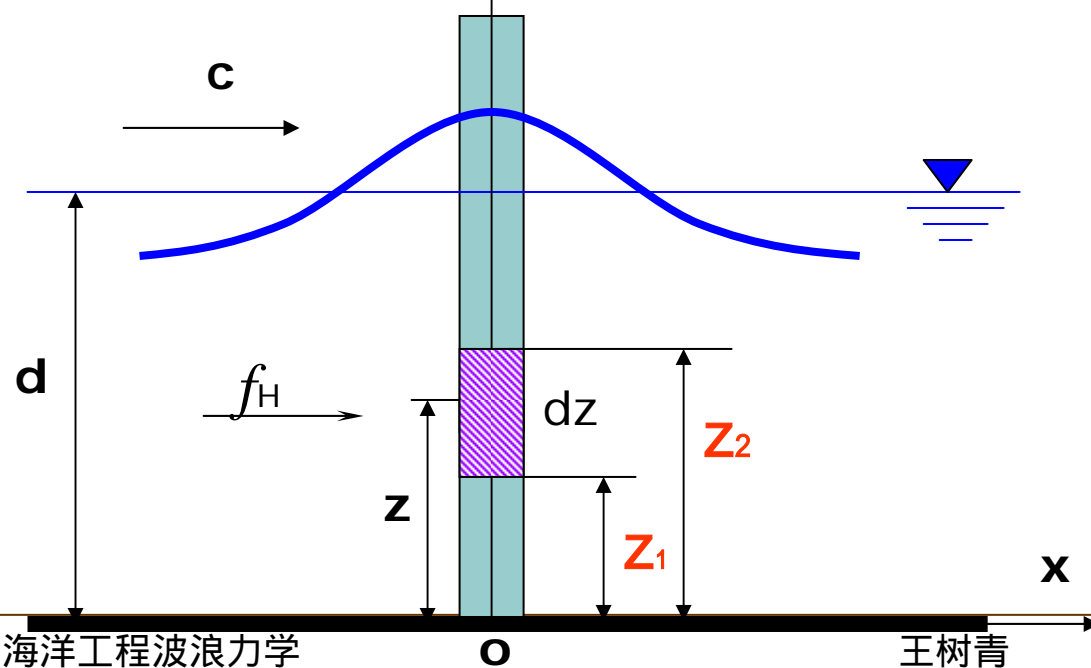
$$= \int_{z_1}^{z_2} \frac{1}{2} C_D \rho D u_x |u_x| dz + \int_{z_1}^{z_2} C_M \rho \frac{\pi D^2}{4} \frac{\partial u_x}{\partial t} dz$$



### 4.2.2 单柱体上的波浪力

整个柱体上的水平波浪力：

$$\begin{aligned} F_H &= \int_0^{d+\eta} f_H dz \\ &= \int_0^{d+\eta} \frac{1}{2} C_D \rho D u_x |u_x| dz + \int_0^{d+\eta} C_M \rho \frac{\pi D^2}{4} \frac{\partial u_x}{\partial t} dz \end{aligned}$$

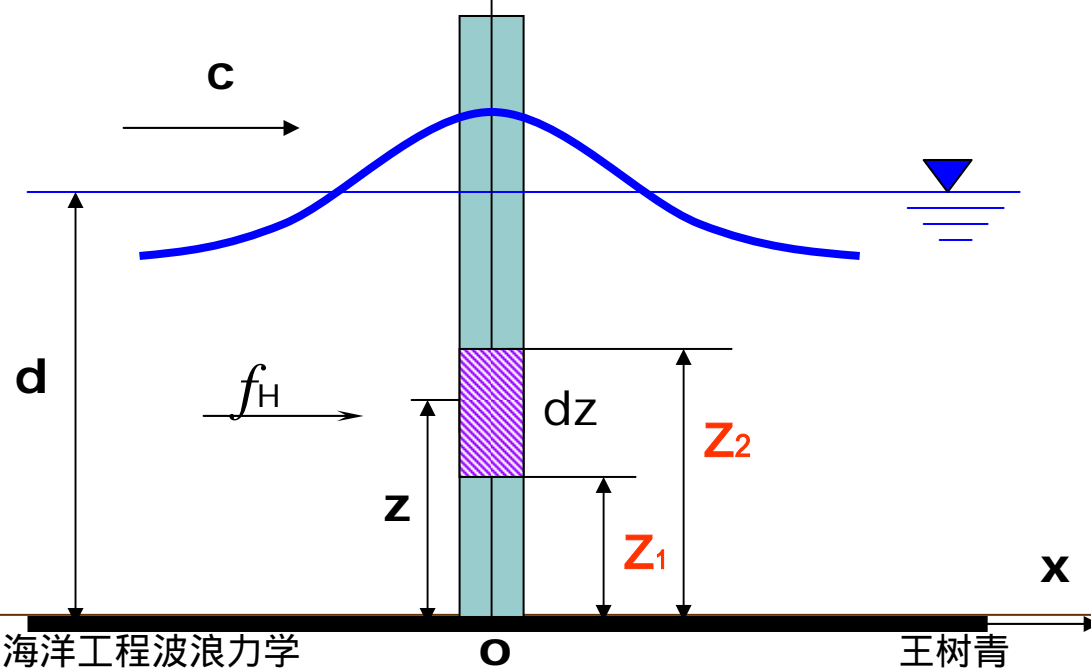


## 4.2.2 单柱体上的波浪力

整个柱体上的水平波力矩：

$$M_H = \int_0^{d+\eta} z f_H dz$$

$$= \int_0^{d+\eta} \frac{1}{2} C_D \rho D u_x |u_x| z dz + \int_0^{d+\eta} C_M \rho \frac{\pi D^2}{4} \frac{\partial u_x}{\partial t} z dz$$



### ○ 4.2.2 单柱体上的波浪力

$$F_H = \int_0^{d+\eta} \frac{1}{2} C_D \rho D u_x |u_x| dz + \int_0^{d+\eta} C_M \rho \frac{\pi D^2}{4} \frac{\partial u_x}{\partial t} dz$$

说明：

- (1) 针对水深d、波高H、周期T选取合适的波浪理论；
- (2) 选取合理的拖曳力系数 $C_D$ 和质量力系数 $C_M$ ；

### ○ 4.2.2 单柱体上的波浪力——线性波浪

$$F_H = \int_0^{d+\eta} \frac{1}{2} C_D \rho D u_x |u_x| dz + \int_0^{d+\eta} C_M \rho \frac{\pi D^2}{4} \frac{\partial u_x}{\partial t} dz$$

$$\eta = a \cos(kx - \omega t)$$

$$u_x = \frac{\pi H}{T} \frac{\operatorname{ch} k(z+d)}{\operatorname{sh} kd} \cos(kx - \omega t)$$

$$\frac{\partial u_x}{\partial t} = \frac{2\pi^2 H}{T^2} \frac{\operatorname{ch} k(z+d)}{\operatorname{sh} kd} \sin(kx - \omega t)$$

### ○ 4.2.2 单柱体上的波浪力

**圆柱体**任意高度 $z$ 处、柱高 $dz$ 上的水平波浪力：

$$dF_H = f_H dz = \frac{1}{2} C_D \rho D u_x |u_x| dz + C_M \rho \frac{\pi D^2}{4} \frac{\partial u_x}{\partial t} dz$$

$$dF_H = f_H dz = \frac{1}{2} C_D \rho D \left( \frac{\pi H}{T} \frac{\operatorname{ch} kz}{\operatorname{sh} kd} \right)^2 \cos \theta |\cos \theta| dz \\ + C_M \rho \frac{\pi D^2}{4} \frac{2\pi^2 H}{T^2} \frac{\operatorname{ch} kz}{\operatorname{sh} kd} \sin \theta dz$$

### ○ 4.2.2 单柱体上的波浪力

某一段柱体 ( $z_1$ - $z_2$ ) 上的水平波浪力:

$$F_H = \int_{z_1}^{z_2} f_H dz = \int_{z_1}^{z_2} \frac{1}{2} C_D \rho D \left( \frac{\pi H}{T} \frac{\text{ch } kz}{\text{sh } kd} \right)^2 \cos \theta |\cos \theta| dz$$

$$+ \int_{z_1}^{z_2} C_M \rho \frac{\pi D^2}{4} \frac{2\pi^2 H}{T^2} \frac{\text{ch } kz}{\text{sh } kd} \sin \theta dz$$

$$= C_D \frac{\gamma D H^2}{2} K_1 \cos \theta |\cos \theta| + C_M \frac{\gamma \pi D^2 H}{8} K_2 \sin \theta$$

$$K_1 = \frac{2k(z_2 - z_1) + \text{sh } 2kz_2 - \text{sh } 2kz_1}{8 \text{sh } 2kd}$$

$$K_2 = \frac{\text{sh } kz_2 - \text{sh } kz_1}{\text{ch } kd}$$

### ○ 4.2.2 单柱体上的波浪力

整个柱体上的水平波浪力：

$$\begin{aligned} F_H &= \int_0^{d+\eta} f_H dz \\ &= C_D \frac{\gamma D H^2}{2} K_1 \cos \theta |\cos \theta| + C_M \frac{\gamma \pi D^2 H}{8} K_2 \sin \theta \end{aligned}$$

$$K_1 = \frac{2k(d + \eta) + \operatorname{sh} 2k(d + \eta)}{8 \operatorname{sh} 2kd}$$

$$K_2 = \frac{\operatorname{sh} k(d + \eta)}{\operatorname{ch} kd}$$



### ○ 4.2.2 单柱体上的波浪力

**整个柱体**上的水平波浪力——简化计算：

□  $K_1, K_2$  随波面高度  $\eta$  变化，不是定值；

□ 令  $K_1$  中  $\eta = H/2$ ，而  $K_2$  中  $\eta = 0$  近似计算；

$$K_1' = K_1 = \frac{2k(d + \frac{H}{2}) + \text{sh } 2k(d + \frac{H}{2})}{8 \text{ sh } 2kd}$$

$$K_2' = K_2 = \frac{\text{sh } kd}{\text{ch } kd}$$

$$F_H = C_D \frac{\gamma D H^2}{2} K_1' \cos \theta |\cos \theta| + C_M \frac{\gamma \pi D^2 H}{8} K_2' \sin \theta$$

$$F_H = C_D \frac{\gamma D H^2}{2} K_1 \cos \theta |\cos \theta| + C_M \frac{\gamma \pi D^2 H}{8} K_2 \sin \theta$$

$$K_1 = \frac{2k(d + \eta) + \text{sh } 2k(d + \eta)}{8 \text{ sh } 2kd}$$

$$K_2 = \frac{\text{sh } k(d + \eta)}{\text{ch } kd}$$

### 4.2.2 单柱体上的波浪力

整个柱体上的水平波浪力——简化计算：

$$F_H = C_D \frac{\gamma D H^2}{2} K_1' \cos \theta |\cos \theta| + C_M \frac{\gamma \pi D^2 H}{8} K_2' \sin \theta$$

最大总水平拖曳力  $F_{HD\max}$

最大总水平惯性力  $F_{HI\max}$

在任何相位时，作用在整个柱体上的总水平波浪力：

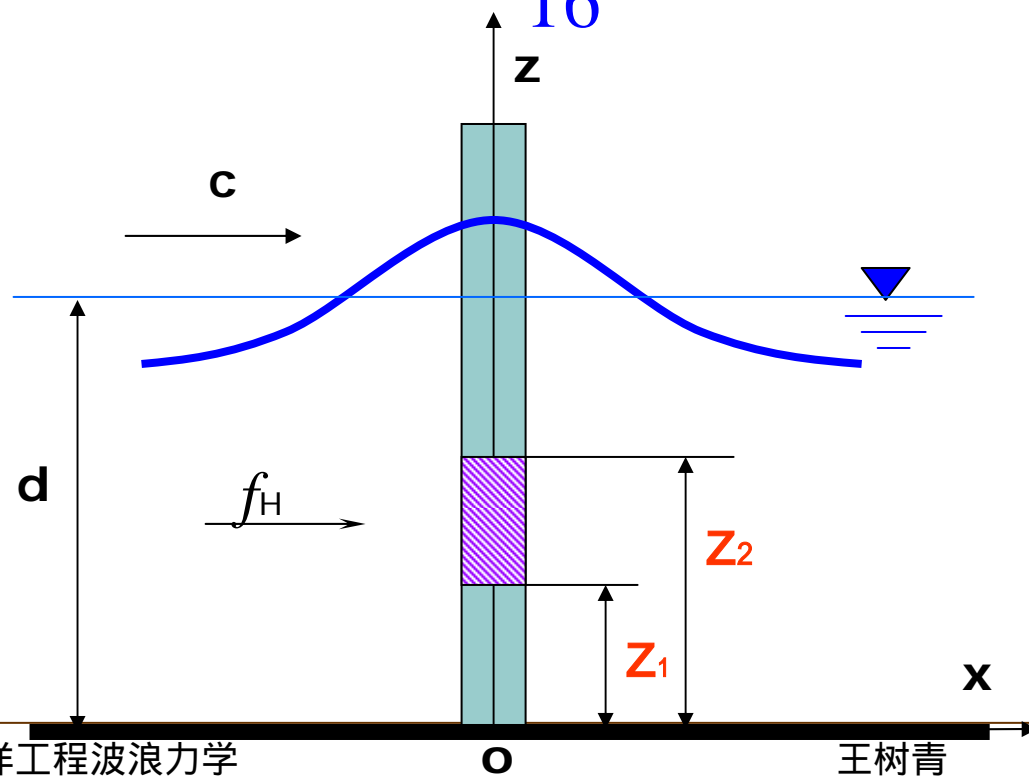
$$F_H = F_{HD\max} \cos \theta |\cos \theta| + F_{HI\max} \sin \theta$$

### 4.2.2 单柱体上的波浪力

作用在柱段  $(z_2 - z_1)$  上对截面  $z_1$  的水平波力矩:

$$M_H = \int_{z_1}^{z_2} (z - z_1) f_H dz$$

$$= C_D \frac{\gamma D H^2 L}{2\pi} K_3 \cos \theta |\cos \theta| + C_M \frac{\gamma D^2 H L}{16} K_4 \sin \theta$$



### ○ 4.2.2 单柱体上的波浪力

作用在柱段  $(z_2 - z_1)$  上对截面  $z_1$  的水平波力矩:

$$\begin{aligned} M_H &= \int_{z_1}^{z_2} (z - z_1) f_H dz \\ &= C_D \frac{\gamma D H^2 L}{2\pi} K_3 \cos \theta |\cos \theta| + C_M \frac{\gamma D^2 H L}{16} K_4 \sin \theta \end{aligned}$$

$$K_3 = \frac{1}{32 \operatorname{sh} 2kd} \left[ 2k^2 (z_2 - z_1)^2 + 2k(z_2 - z_1) \operatorname{sh} 2kz_2 - (\operatorname{ch} 2kz_2 - \operatorname{ch} 2kz_1) \right]$$

$$K_4 = \frac{1}{\operatorname{ch} 2kd} \left[ k(z_2 - z_1) \operatorname{sh} kz_2 - (\operatorname{ch} kz_2 - \operatorname{ch} kz_1) \right]$$

### ○ 4.2.2 单柱体上的波浪力

整个柱体上的水平波力矩：

$$\begin{aligned} M_H &= \int_0^{d+\eta} z f_H dz \\ &= \int_0^{d+\eta} \frac{1}{2} C_D \rho D u_x |u_x| z dz + \int_0^{d+\eta} C_M \rho \frac{\pi D^2}{4} \frac{\partial u_x}{\partial t} z dz \\ &= C_D \frac{\gamma D H^2 L}{2\pi} K_3 \cos \theta |\cos \theta| + C_M \frac{\gamma D^2 H L}{16} K_4 \sin \theta \end{aligned}$$


$$K_3 = \frac{1}{32 \operatorname{sh} 2kd} \left[ 2k^2 (d+\eta)^2 + 2k(d+\eta) \operatorname{sh} 2k(d+\eta) - \operatorname{ch} 2k(d+\eta) + 1 \right]$$

$$K_4 = \frac{1}{\operatorname{ch} 2kd} \left[ k(d+\eta) \operatorname{sh} k(d+\eta) - \operatorname{ch} k(d+\eta) + 1 \right]$$


### ○ 4.2.2 单柱体上的波浪力

整个柱体上的水平波力矩：——简化计算：

$$M_H = C_D \frac{\gamma D H^2 L}{2\pi} K_3' \cos \theta |\cos \theta| + C_M \frac{\gamma D^2 H L}{16} K_4' \sin \theta$$



最大总水平拖曳力矩  $M_{HD\max}$



最大总水平惯性力矩  $M_{HI\max}$

在任何相位时，作用在整个柱体上的总水平波浪力矩：

$$M_H = M_{HD\max} \cos \theta |\cos \theta| + M_{HI\max} \sin \theta$$

### ○ 4.2.2 单柱体上的波浪力

整个柱体上的最大水平波浪力：

$$F_H = F_{HD\max} \cos\theta |\cos\theta| + F_{HI\max} \sin\theta$$

$$\frac{dF_H}{d\theta} = -2F_{HD\max} \cos\theta \sin\theta + F_{HI\max} \cos\theta$$

$$= \cos\theta (-2F_{HD\max} \sin\theta + F_{HI\max})$$

成立条件：

$$(1) \cos\theta = 0$$

$$(2) -2 F_{HD\max} \sin\theta + F_{HI\max} = 0 \longrightarrow F_{HI\max} < 2 F_{HD\max}$$

### ○ 4.2.2 单柱体上的波浪力

整个柱体上的最大水平波浪力： $F_H = F_{HD\max} \cos\theta |\cos\theta| + F_{HI\max} \sin\theta$

(1)  $\cos\theta=0$

(2)  $-2 F_{HD\max} \sin\theta + F_{HI\max} = 0 \longrightarrow F_{HI\max} < 2 F_{HD\max}$

最大水平波力发生的相位及其数值：

(1)  $F_{HI\max} > 2F_{HD\max}$ ，发生相位  $\cos\theta=0$ ， $F_{H\max} = F_{HI\max}$

(2)  $F_{HI\max} = 2F_{HD\max}$ ， $\sin\theta=1$ ，此时  $\cos\theta=0$ ，同前

(3)  $F_{HI\max} < 2F_{HD\max}$ ，最大水平波力发生的相位为：

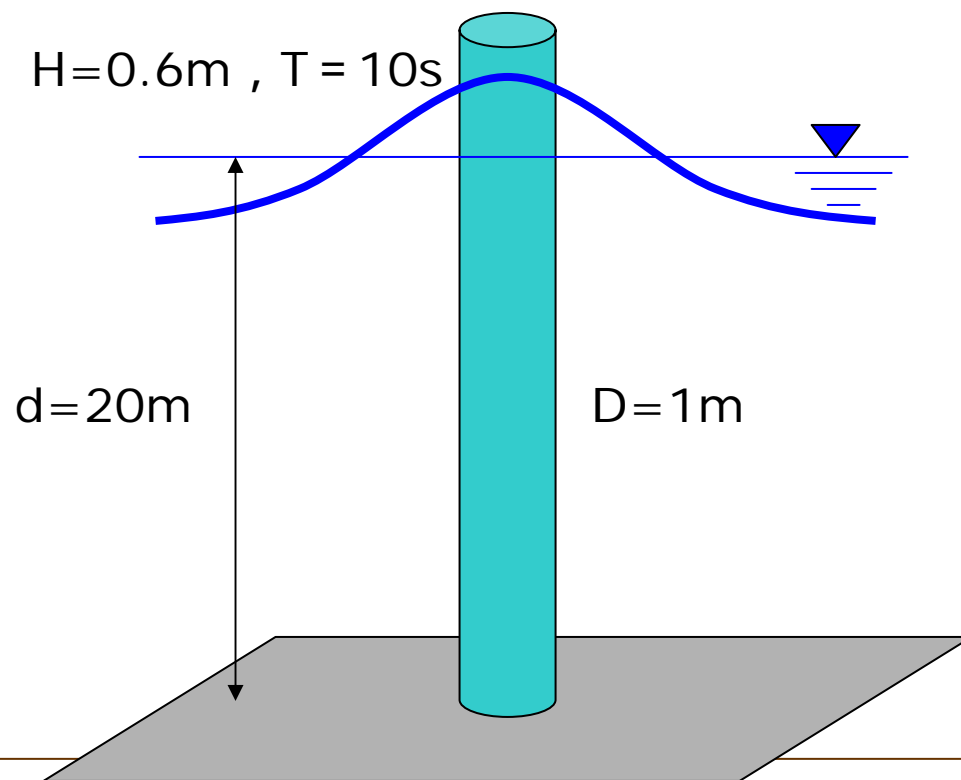
$$\theta = \arcsin\left(\frac{F_{HI\max}}{2F_{HD\max}}\right) \quad F_{H\max} = F_{HD\max} \left[ 1 + \frac{1}{4} \left( \frac{F_{HI\max}}{F_{HD\max}} \right)^2 \right]$$



## 练习

整个柱体上的最大水平波浪力及发生的相位？

( $C_D=1.2, C_M=2.0$ )

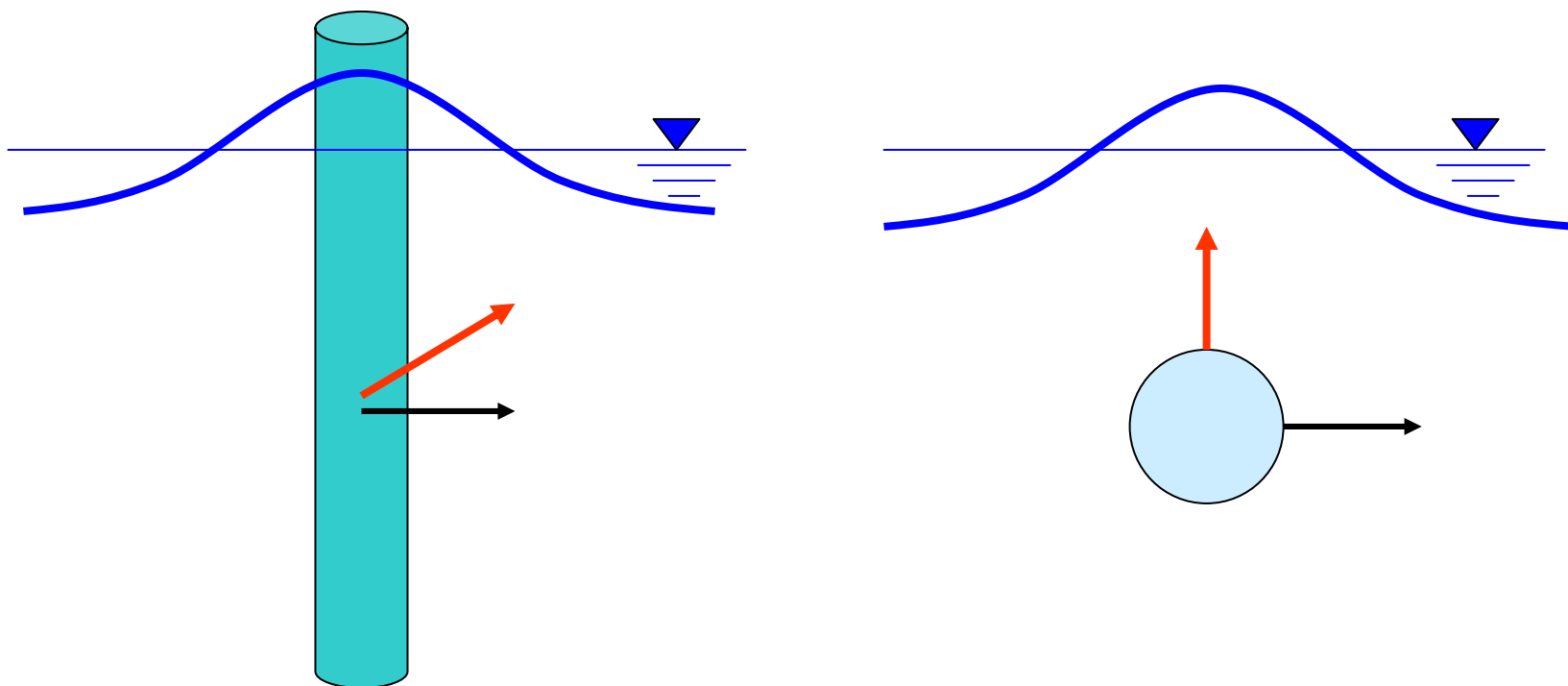


### ○ 4.2.3 单柱体上的**横向力**

波浪对柱体的作用力：

(1) 顺向波浪力——拖曳力 + 惯性力

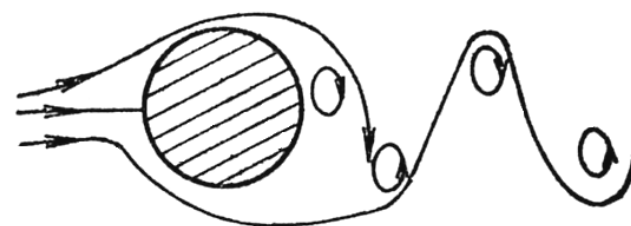
(2) 横向波浪力——漩涡尾流



### ○ 4.2.3 单柱体上的**横向力**

同定常均匀流的漩涡泄放相比，波浪的漩涡泄放要复杂：

- (1) 波浪非定常、非均匀的振荡水流；
- (2) 由于波浪方向的规则变换，在某一方向上持续时间短，不一定形成涡街；即使形成，水流转向前，是否能保持足够长的距离？
- (3) 波浪引起的泄放仅在表层；



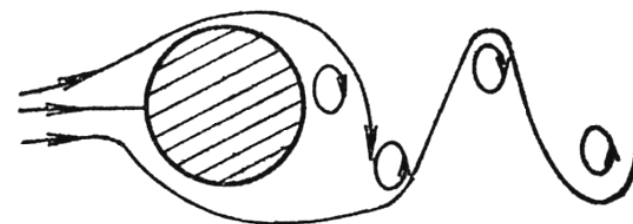
$$40 \leq Re < 150$$

### ○ 4.2.3 单柱体上的横向力

两个参数：

$$Re = \frac{u_m D}{\nu}$$

$$KC = \frac{u_m T}{D}$$



$$40 \leq Re < 150$$

### ○ 4.2.3 单柱体上的横向力

波浪（振荡水流）中漩涡泄放频率 $f_v$ ：

$$S = \frac{f_v D}{u_m}$$

$$S = \frac{f_r}{KC}$$

$$f_r = \frac{f_v}{f_w}$$

$$f_w = \frac{1}{T}$$

### ○ 4.2.3 单柱体上的横向力

- ❖  $KC > 15$ 时，漩涡泄放将会引起横向力；
- ❖ Chakrabarti 横向力公式；

$$f_L = \frac{1}{2} \rho D u_m^2 \sum_{n=1}^N C_L^n \cos(n\omega t + \theta_n)$$

- $U_m, D$ ——水质点速度最大值、管径；
- $\omega$ ——波浪的圆频率；
- $\theta_n$ —— $n$ 次谐力的相位角；
- $C_L^n$  —— $n$ 次谐力的横向力系数，是 $KC$ 的函数；

### ○ 4.2.3 单柱体上的横向力

❖ Chakrabarti 横向力公式；

$$f_L = \frac{1}{2} \rho D u_m^2 \sum_{n=1}^N C_L^n \cos(n\omega t + \theta_n)$$

- $C_L^n$  ——  $n = 1 \dots 5$  对应的横向力系数见图 4.14；
- $C_L^2$  —— 从图 4.14 可以看出，二次谐波系数大大超过其它系数；
- **说明**：横向力主要频率成分——**波浪频率的二倍**；
- **工程设计**：

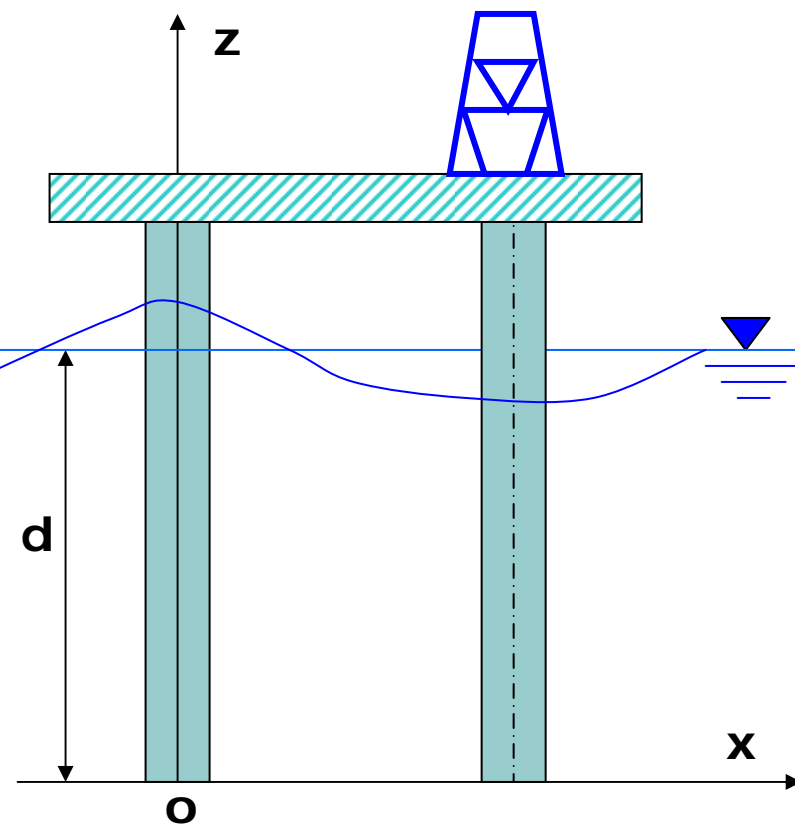
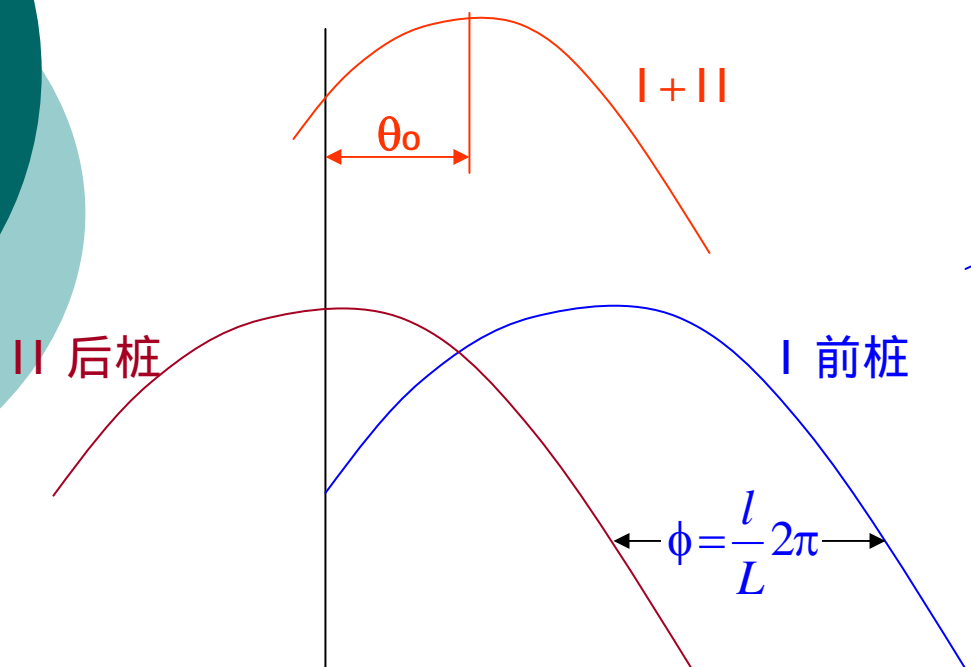
$$F_L = C_L \frac{\gamma D H^2}{2} K_1 \cos 2(kx - \omega t)$$

### ○ 4.2.4 群柱体上的波浪力

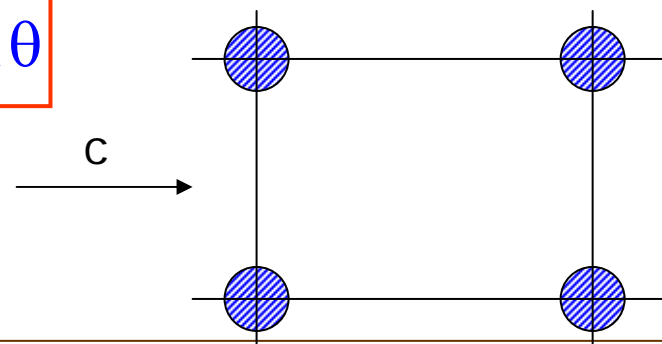




# 4.2.4 群柱体上的波浪力



$$F_H = F_{HD\max} \cos \theta |\cos \theta| + F_{HI\max} \sin \theta$$

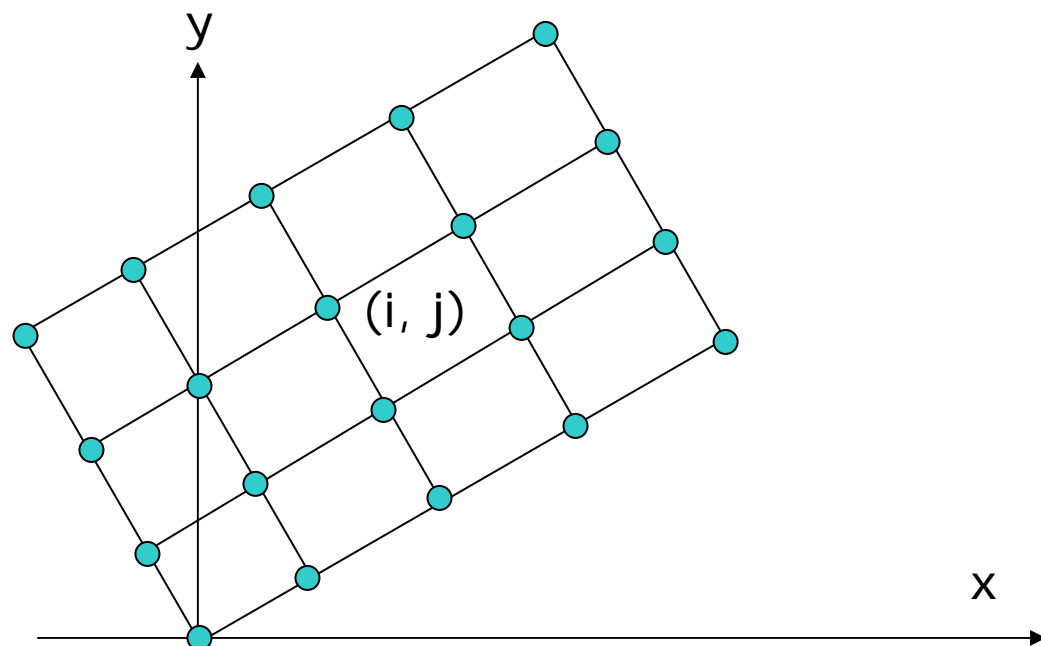


### 4.2.4 群柱体上的波浪力

作用在柱体  $(i, j)$  上的水平波浪力:

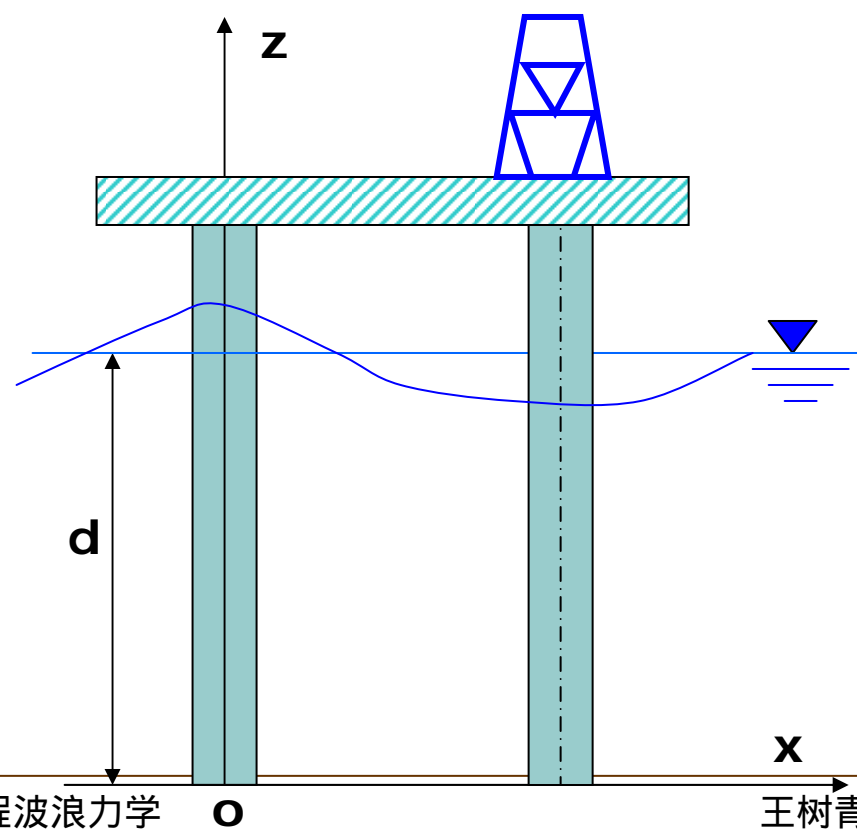
$$F_{Hij} = F_{HDmaxij} \cos(kx_{ij} - \omega t) \cos(kx_{ij} - \omega t) + F_{HImaxij} \sin(kx_{ij} - \omega t)$$

$$F_H = \sum_i \sum_j F_{Hij}$$



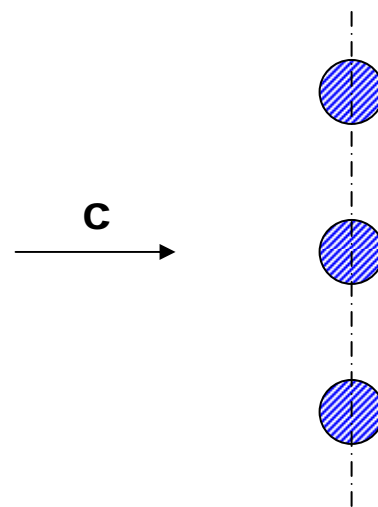
### 4.2.4 群柱体上的波浪力

❖ 在上面的计算式中，只考虑了由于波剖面在各桩柱间的相位差而引起的各桩柱上波浪力的变化，但在波浪对柱群的作用中，除了这个影响外，还有一个由于各桩柱绕射而引起的波动场的变化对桩上波力的影响。



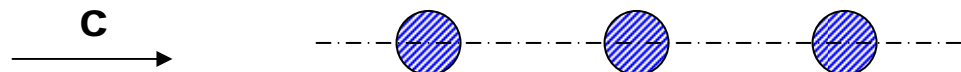
### ○ 4.2.4 群柱体上的波浪力

❖ 对于排成一行的桩柱(即桩柱行的轴线垂直于波浪传播方向), 当柱间距离较小时, 中间桩柱上的波浪力将比单个桩柱上所受波浪力大, 称之为干扰效应。



### ○ 4.2.4 群柱体上的波浪力

❖ 对于**排成一行**的小桩柱(即桩柱列的轴线**平行于**波浪传播方向), 当桩柱间距较小时, 后面桩柱上的波浪力比单个桩柱所受的波浪力小, 称之为**遮蔽效应**。



### ○ 4.2.4 群柱体上的波浪力

$$F_H = \sum_i \sum_j K_{ij} F_{Hij}$$

$l/D$	2	3	4
垂直于波向	1.5	1.25	1
平行于波向	0.7	0.8	1.0

### ○ 4.2.6 三大系数— $C_D$ 、 $C_M$ 、 $C_L$

❖ 模型实验和现场观测——离散性大。

❖ 主要影响因素：

$$C_D = f_1(KC, Re, \frac{\delta}{D}, \frac{t}{T})$$

$$C_M = f_2(KC, Re, \frac{\delta}{D}, \frac{t}{T})$$

$$C_L = f_3(KC, Re, \frac{\delta}{D}, \frac{t}{T})$$

### ○ 4.2.6 三大系数— $C_D$ 、 $C_M$ 、 $C_L$

❖ 一个波浪周期 $T$ 内的平均值

$$\{C_D \quad C_M \quad C_L\} = f_i(KC, \text{Re}, \frac{\delta}{D})$$

❖ 引入频率参数

$$\beta = \frac{\text{Re}}{KC} = \frac{D^2}{\nu T}$$

$$\{C_D \quad C_M \quad C_L\} = f_i(KC, \beta, \frac{\delta}{D})$$

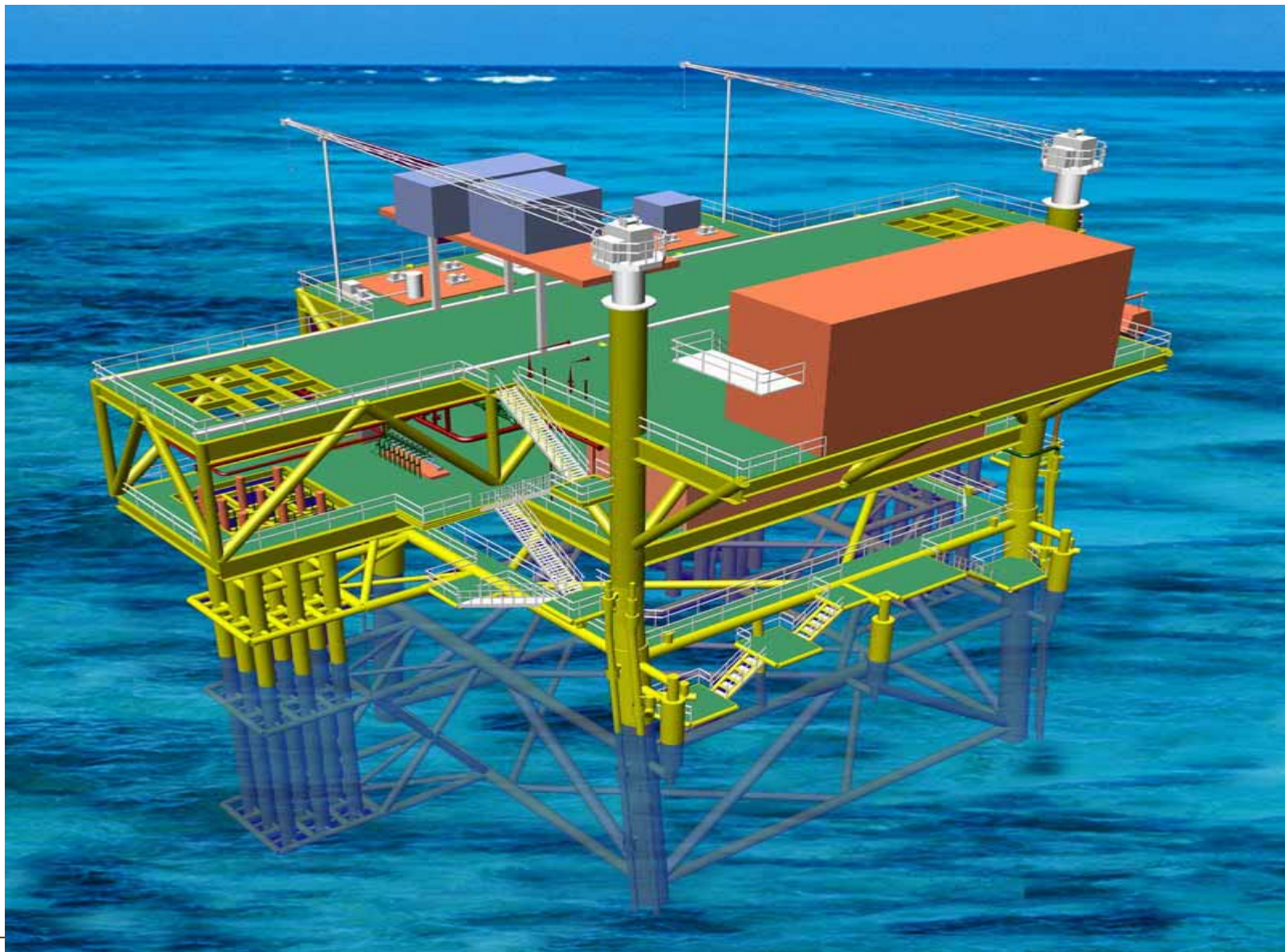


### ○ 4.2.6 三大系数— $C_D$ 、 $C_M$ 、 $C_L$

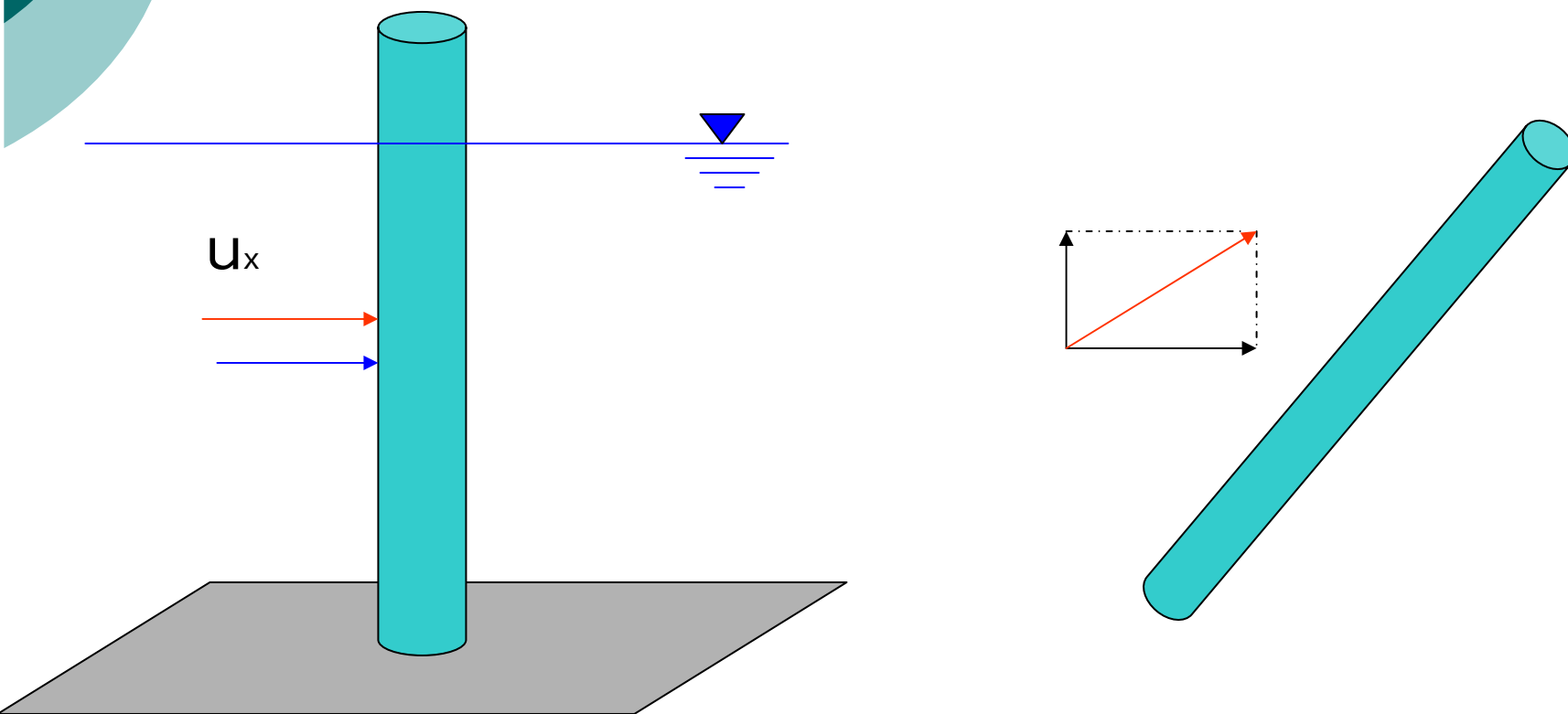
#### ❖ 各国规范的建议值

规范名称	API	DNV	CCS
采用的波浪理论	Stokes五阶	Stokes五阶	按水深采用适宜的波浪理论
$C_D$	0.6 - 1.0	0.5 - 1.2	1.2
$C_M$	1.5 - 2.0	2.0	2.0

## ○4.3 作用在倾斜柱体上的波浪力



## ○4.3 作用在倾斜柱体上的波浪力

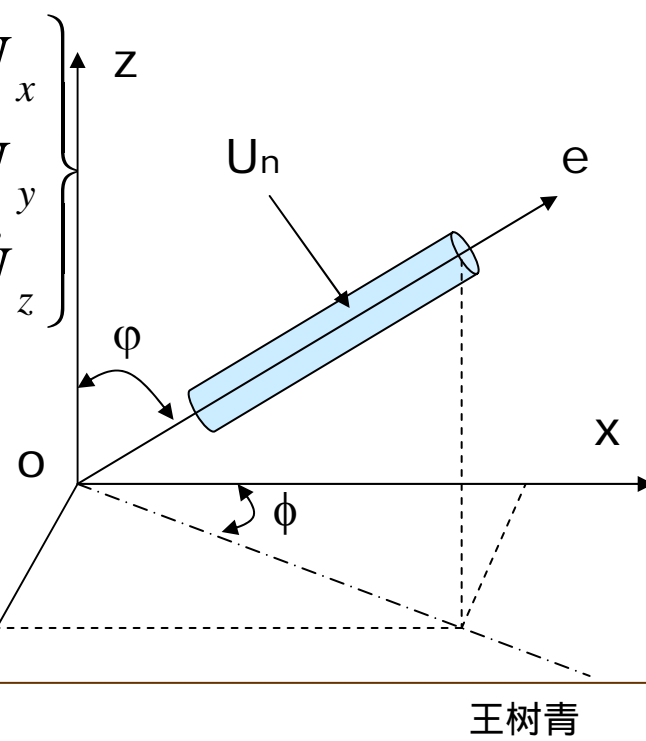


### 4.3.1 倾斜柱体上的波浪力

#### ❖ 矢量形式的Morison方程

$$\mathbf{f} = \frac{1}{2} C_D \rho D \mathbf{U}_n |\mathbf{U}_n| + C_M \rho \frac{\pi D^2}{4} \dot{\mathbf{U}}_n$$

$$\begin{Bmatrix} f_x \\ f_y \\ f_z \end{Bmatrix} = \frac{1}{2} C_D \rho D |\mathbf{U}_n| \begin{Bmatrix} U_x \\ U_y \\ U_z \end{Bmatrix} + C_M \rho \frac{\pi D^2}{4} \begin{Bmatrix} \dot{U}_x \\ \dot{U}_y \\ \dot{U}_z \end{Bmatrix}$$



### 4.3.1 倾斜柱体上的波浪力

#### ❖ 柱轴线单位矢量 $e$

$$e = e_x i + e_y j + e_z k$$

#### ❖ 与柱轴正交的速度矢量 $U_n$

$$U_n = e \times (u \times e)$$

#### • 其中

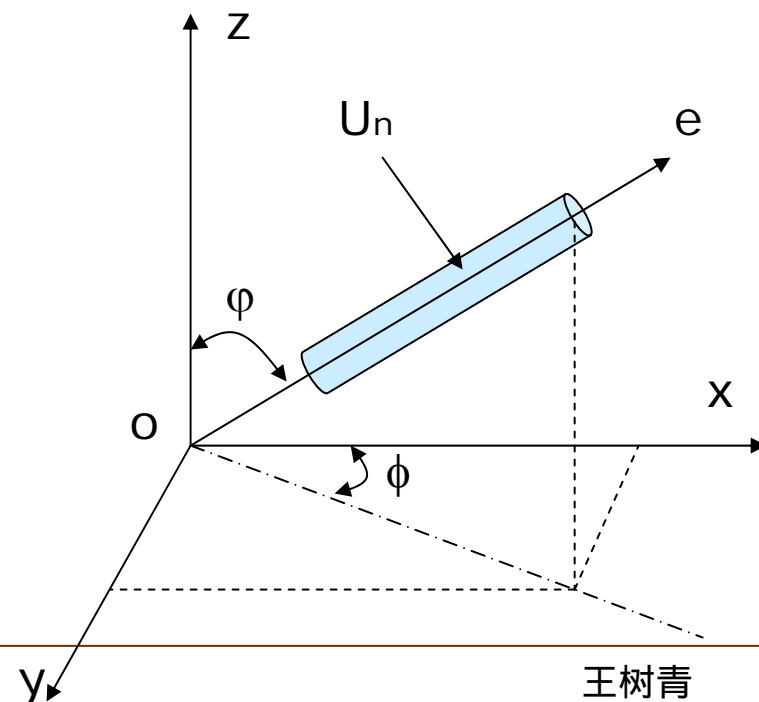
$$u = u_x i + u_y j + u_z k$$

#### • 对二维波浪（沿 $x$ 轴传播）

$$u = u_x i + u_z k$$

$$\begin{Bmatrix} f_x \\ f_y \\ f_z \end{Bmatrix} = \frac{1}{2} C_D \rho D |U_n| \begin{Bmatrix} U_x \\ U_y \\ U_z \end{Bmatrix} + C_M \rho \frac{\pi D^2}{4} \begin{Bmatrix} \dot{U}_x \\ \dot{U}_y \\ \dot{U}_z \end{Bmatrix}$$

$$\begin{cases} e_x = \sin \varphi \cos \phi \\ e_y = \sin \varphi \sin \phi \\ e_z = \cos \varphi \end{cases}$$



### 4.3.1 倾斜柱体上的波浪力

❖ 与柱轴正交的速度矢量  $U_n$

$$U_n = e \times (u \times e)$$

$$U_n = U_x i + U_y j + U_z k$$

$$U_x = [u_x(1 - e_x^2) - u_z e_x e_z] = u_x - e_x(e_x u_x + e_z u_z)$$

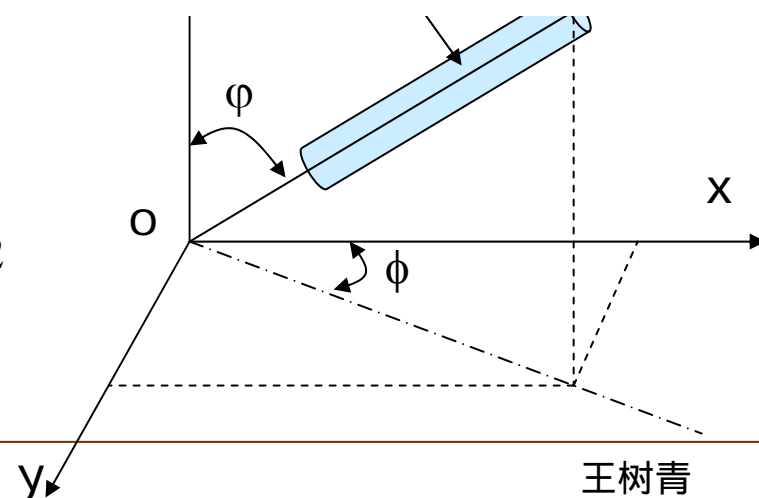
$$U_y = [-u_x e_x e_y - u_z e_z e_y] = -e_y(e_x u_x + e_z u_z)$$

$$U_z = [-u_x e_x e_z + u_z(1 - e_z^2)] = u_z - e_z(e_x u_x + e_z u_z)$$

$$|U_n| = [U_x^2 + U_y^2 + U_z^2]^{1/2}$$

$$= [u_x^2 + u_z^2 - (e_x u_x + e_z u_z)^2]^{1/2}$$

$$\begin{Bmatrix} f_x \\ f_y \\ f_z \end{Bmatrix} = \frac{1}{2} C_D \rho D |U_n| \begin{Bmatrix} U_x \\ U_y \\ U_z \end{Bmatrix} + C_M \rho \frac{\pi D^2}{4} \begin{Bmatrix} \dot{U}_x \\ \dot{U}_y \\ \dot{U}_z \end{Bmatrix}$$



### 4.3.1 倾斜柱体上的波浪力

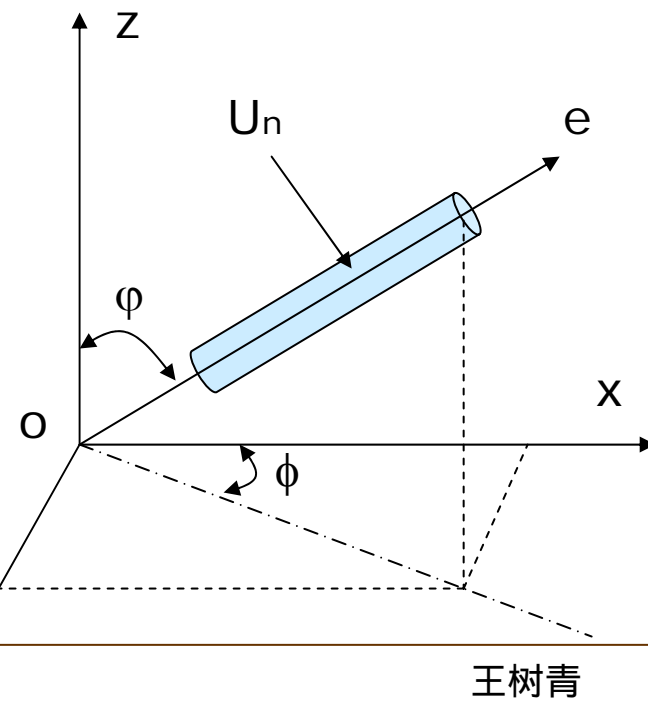
#### ❖ 加速度分量

$$\dot{U}_x = (1 - e_x^2) \frac{\partial u_x}{\partial t} - e_z e_x \frac{\partial u_z}{\partial t}$$

$$\dot{U}_y = -e_x e_y \frac{\partial u_x}{\partial t} - e_z e_y \frac{\partial u_z}{\partial t}$$

$$\dot{U}_z = -e_x e_z \frac{\partial u_x}{\partial t} + (1 - e_z^2) \frac{\partial u_z}{\partial t}$$

$$\begin{Bmatrix} f_x \\ f_y \\ f_z \end{Bmatrix} = \frac{1}{2} C_D \rho D |U_n| \begin{Bmatrix} U_x \\ U_y \\ U_z \end{Bmatrix} + C_M \rho \frac{\pi D^2}{4} \begin{Bmatrix} \dot{U}_x \\ \dot{U}_y \\ \dot{U}_z \end{Bmatrix}$$



### 4.3.1 倾斜柱体上的波浪力

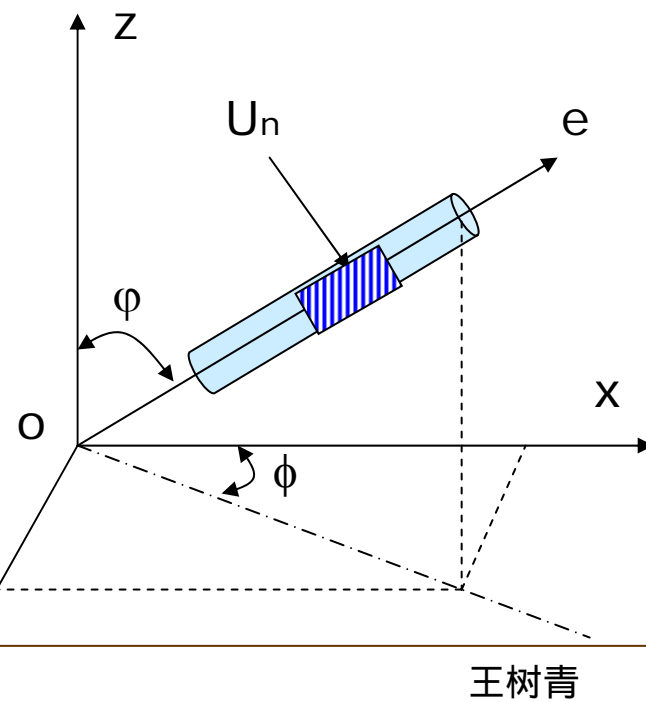
❖ 波峰通过时倾斜柱体任意高度 $z$ 处 $ds$ 上的拖曳力

$$\mathbf{u} = u_x \mathbf{i} + u_y \mathbf{j} + u_z \mathbf{k} = u_x \mathbf{i} \longrightarrow \mathbf{U}_n = \mathbf{e} \times (\mathbf{u} \times \mathbf{e})$$

$$\mathbf{U}_n = u_x [(1 - e_x^2) \mathbf{i} - e_x e_y \mathbf{j} - e_x e_z \mathbf{k}]$$

$$|\mathbf{U}_n| = u_x \sqrt{1 - e_x^2}$$

$$dF_D = \frac{1}{2} C_D \rho D |\mathbf{U}_n| \mathbf{U}_n ds$$





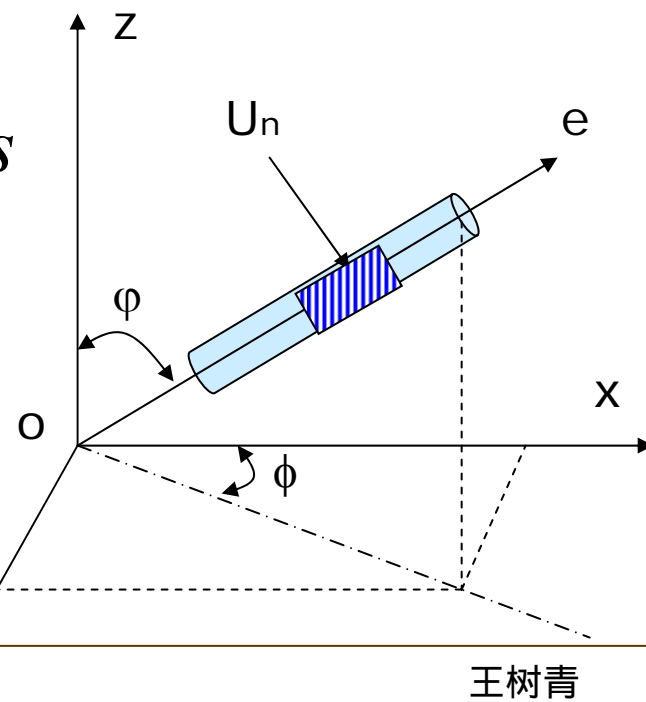
### ○4.3.1 倾斜柱体上的波浪力

❖ 波峰通过时倾斜柱体任意高度 $z$ 处 $ds$ 上的拖曳力

$$dF_{Dx} = \frac{1}{2} C_D \rho D \sqrt{(1 - e_x^2)^3} u_x^3 ds$$

$$dF_{Dy} = -\frac{1}{2} C_D \rho D \sqrt{1 - e_x^2} e_x e_y u_x^2 ds$$

$$dF_{Dz} = -\frac{1}{2} C_D \rho D \sqrt{1 - e_x^2} e_x e_z u_x^2 ds$$



### 4.3.1 倾斜柱体上的波浪力

#### ❖ (1) 任意两坐标轴平面上的斜柱

□ **xoz**平面： $\phi = 0$ ， $e_x = \sin\phi$ ， $e_y = 0$ ， $e_z = \cos\phi$

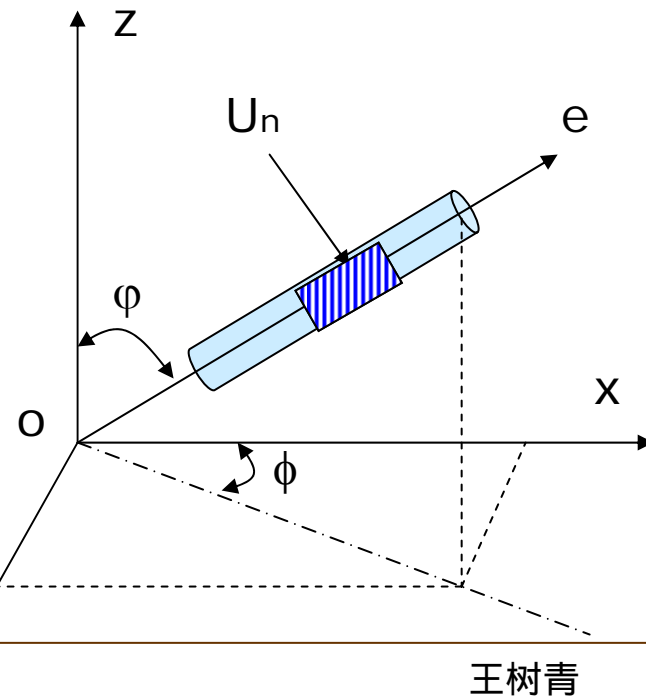
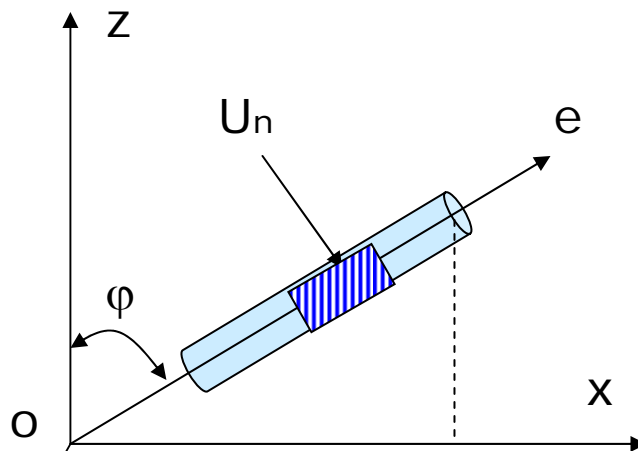
$$dF_{Dx} = \frac{1}{2} C_D \rho D \sqrt{(1 - e_x^2)^3} u_x^3 ds$$

$$dF_{Dy} = -\frac{1}{2} C_D \rho D \sqrt{1 - e_x^2} e_x e_y u_x^2 ds$$

$$dF_{Dz} = -\frac{1}{2} C_D \rho D \sqrt{1 - e_x^2} e_x e_z u_x^2 ds$$

$$dF_{Dx} = \frac{1}{2} C_D \rho D \cos^3 \phi u_x^2 ds = \frac{1}{2} C_D \rho D u_x^2 \cos^2 \phi dz$$

$$dF_{Dz} = -\frac{1}{2} C_D \rho D u_x^2 \cos^2 \phi \sin \phi ds = -\frac{1}{2} C_D \rho D u_x^2 \cos \phi \sin \phi dz$$



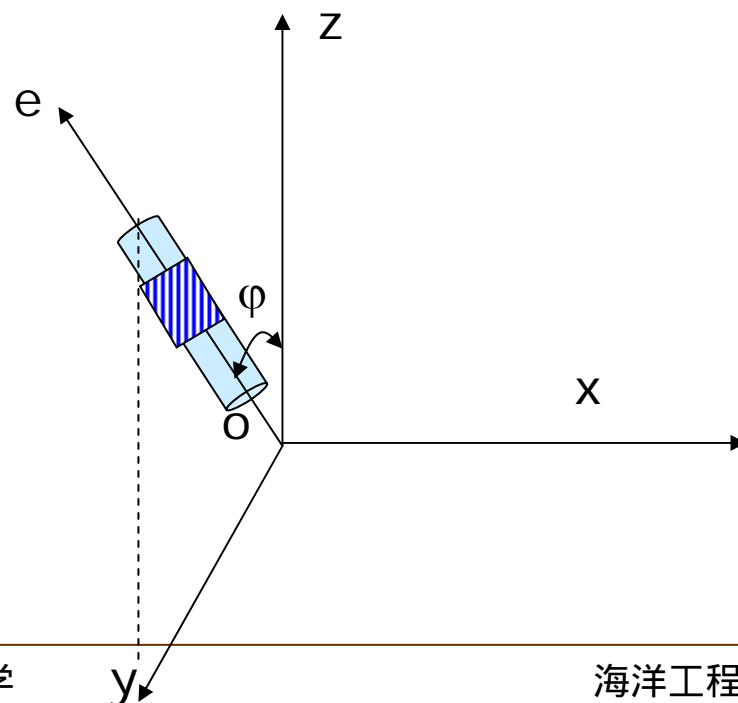
### 4.3.1 倾斜柱体上的波浪力

#### ❖ (1) 任意两坐标轴平面上的斜柱

□ **yo**z平面： $\phi = 90^\circ$ ， $e_x = 0, e_y = \sin\phi, e_z = \cos\phi$

$$dF_{Dx} = \frac{1}{2} C_D \rho D u_x^2 ds$$

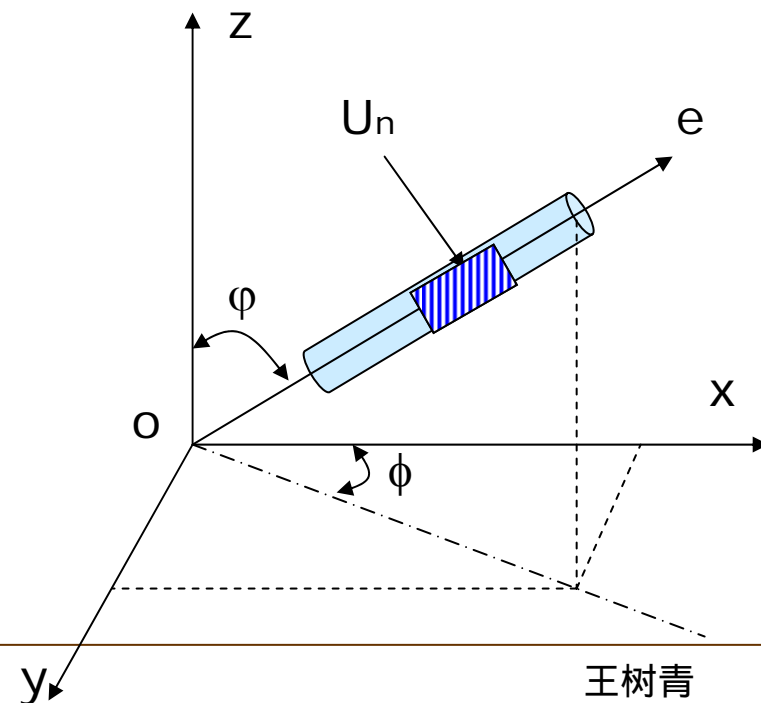
$$dF_{Dy} = dF_{Dz} = 0$$



$$dF_{Dx} = \frac{1}{2} C_D \rho D \sqrt{(1 - e_x^2)^3} u_x^3 ds$$

$$dF_{Dy} = -\frac{1}{2} C_D \rho D \sqrt{1 - e_x^2} e_x e_y u_x^2 ds$$

$$dF_{Dz} = -\frac{1}{2} C_D \rho D \sqrt{1 - e_x^2} e_x e_z u_x^2 ds$$



### ○4.3.1 倾斜柱体上的波浪力

#### ❖ (2) 水平柱体

□  $\varphi = 90^\circ$ ,  $e_x = \cos\phi$ ,  $e_y = \sin\phi$ ,  $e_z = 0$

$$dF_{Dx} = \frac{1}{2} C_D \rho D u_x^2 \sin^2 \phi ds$$

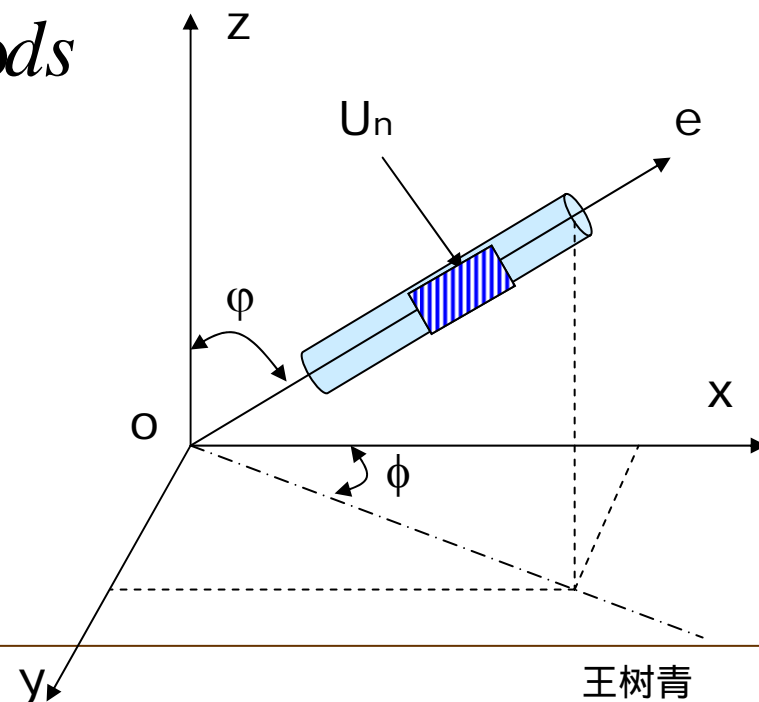
$$dF_{Dy} = -\frac{1}{2} C_D \rho D u_x^2 \sin^2 \phi \cos\phi ds$$

$$dF_{Dz} = 0$$

$$dF_{Dx} = \frac{1}{2} C_D \rho D \sqrt{(1-e_x^2)^3} u_x^3 ds$$

$$dF_{Dy} = -\frac{1}{2} C_D \rho D \sqrt{1-e_x^2} e_x e_y u_x^2 ds$$

$$dF_{Dz} = -\frac{1}{2} C_D \rho D \sqrt{1-e_x^2} e_x e_z u_x^2 ds$$



### ○4.3.1 倾斜柱体上的波浪力

#### ❖ (2) 水平柱体

□  $\varphi = 90$ ,  $e_x = \cos\phi$ ,  $e_y = \sin\phi$ ,  $e_z = 0$

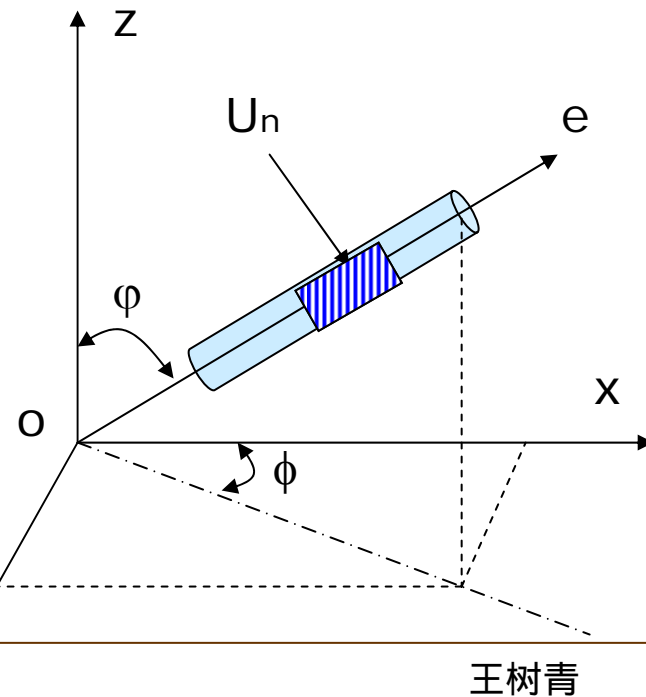
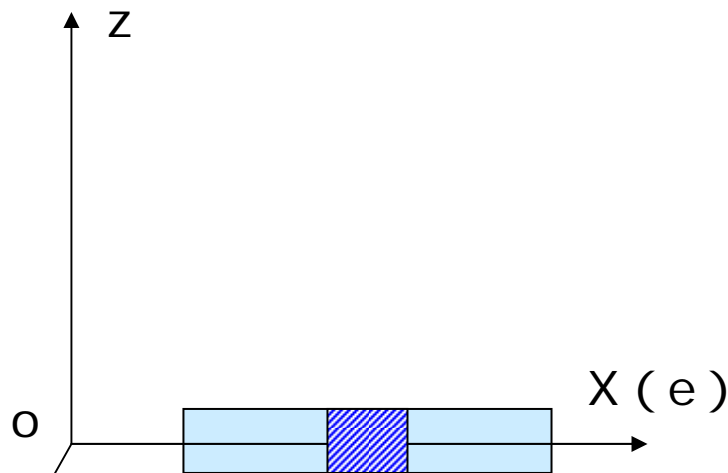
□ (a)  $\phi = 0$ ,  $e_x = 1$ ,  $e_y = e_z = 0$ ;

$$dF_{Dx} = dF_{Dy} = dF_{Dz} = 0$$

$$dF_{Dx} = \frac{1}{2} C_D \rho D u_x^2 \sin^2 \phi ds$$

$$dF_{Dy} = -\frac{1}{2} C_D \rho D u_x^2 \sin^2 \phi \cos \phi ds$$

$$dF_{Dz} = 0$$



### ○4.3.1 倾斜柱体上的波浪力

#### ❖ (2) 水平柱体

□  $\varphi = 90$ ,  $e_x = \cos\phi$ ,  $e_y = \sin\phi$ ,  $e_z = 0$

□ (a)  $\phi = 90$ ,  $e_x = 0$ ,  $e_y = 1$ ,  $e_z = 0$ ;

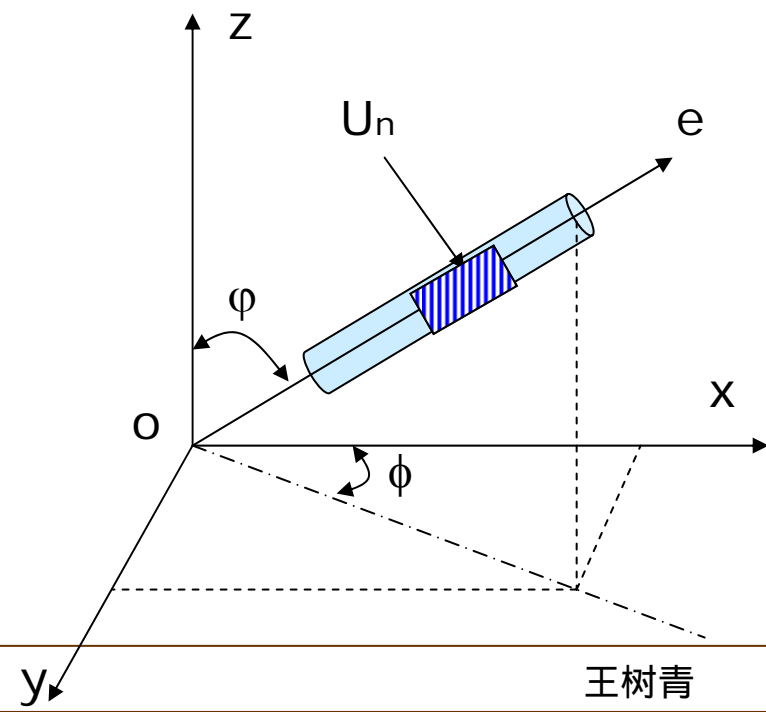
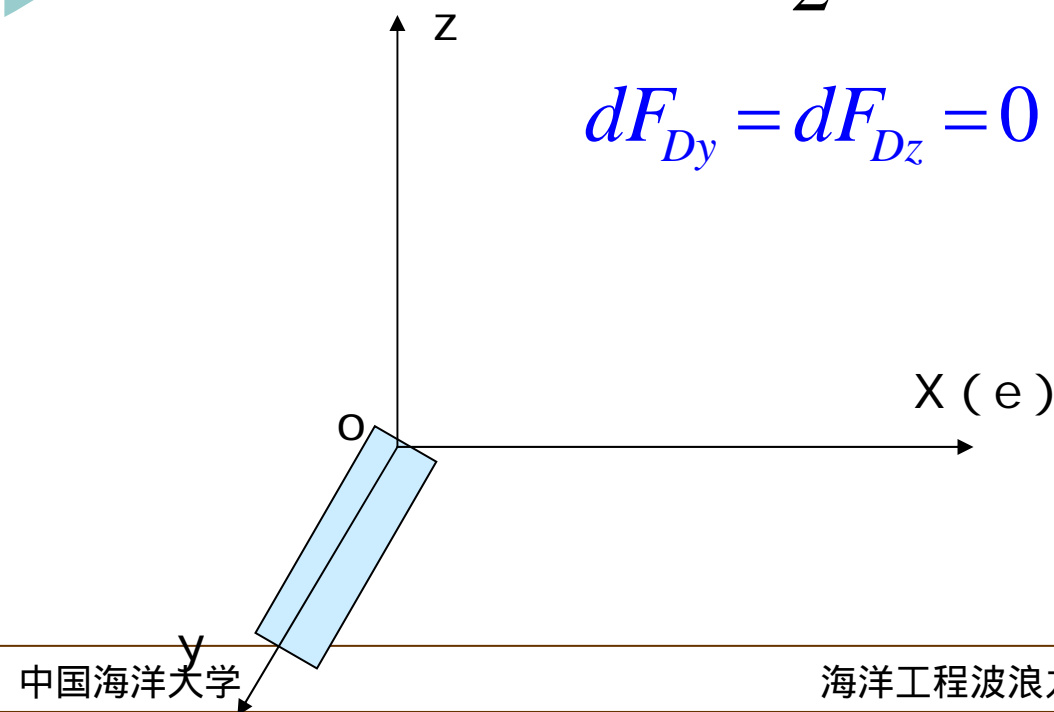
$$dF_{Dx} = \frac{1}{2} C_D \rho D u_x^2 ds$$

$$dF_{Dy} = dF_{Dz} = 0$$

$$dF_{Dx} = \frac{1}{2} C_D \rho D u_x^2 \sin^2 \phi ds$$

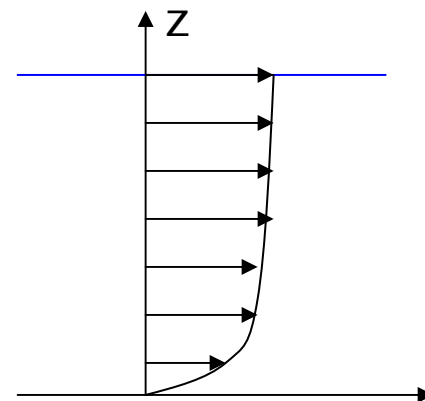
$$dF_{Dy} = -\frac{1}{2} C_D \rho D u_x^2 \sin^2 \phi \cos \phi ds$$

$$dF_{Dz} = 0$$



### ○4.3.2 海流对波浪力的影响

- ❖ 前述莫里森方程计算的仅是波浪力作用的结果，没有考虑海流或潮流与波浪的联合作用。
- ❖ 海流的速度随时间 $t$ 的变化是缓慢的。常将海流看作是定常水流，并认为它对柱体的作用力仅为拖曳力。
- ❖ 海流的速度随深度的变化也是缓慢的，所以在工程中一般认为同一垂线上的海流速度是近似相等的，这样可视海流作用在柱体上的拖曳力将不随 $z$ 而改变。



### ○4.3.2 海流对波浪力的影响

- ❖ 海流的存在，必定会改变波浪原来的运动特性。
  - 当流向与波向一致时，顺流可使波高降低，波形变缓
  - 当流向与波向相反时，逆流可使波高加大，波形变陡
- ❖ 海流的速度与波浪水质点速度的联合作用必然会影响作用在柱体上的拖曳力。由于拖曳力正比于速度的平方，所以这个影响很显著。

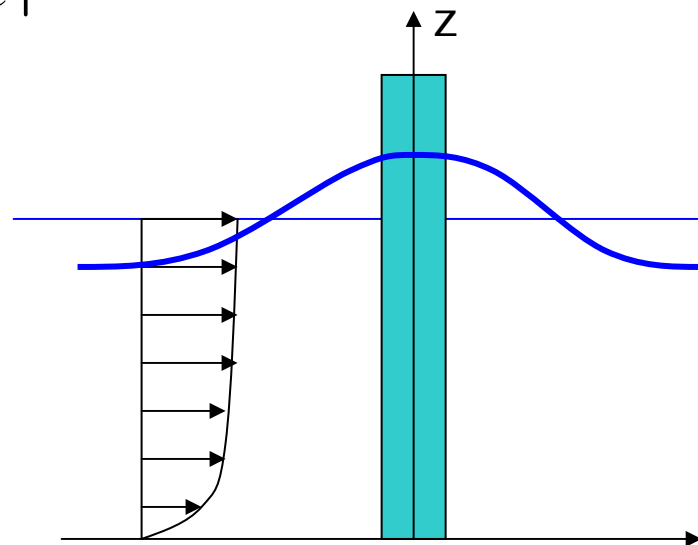


### ○4.3.2 海流对波浪力的影响

❖ 波和流的联合作用极为复杂，不能对波和流各自作用的拖曳力简单的线性迭加。

$$f = \frac{1}{2} C_D \rho D U_n |U_n| \quad U_n = e \times |u_r \times e| \quad u_r = u + u_c$$

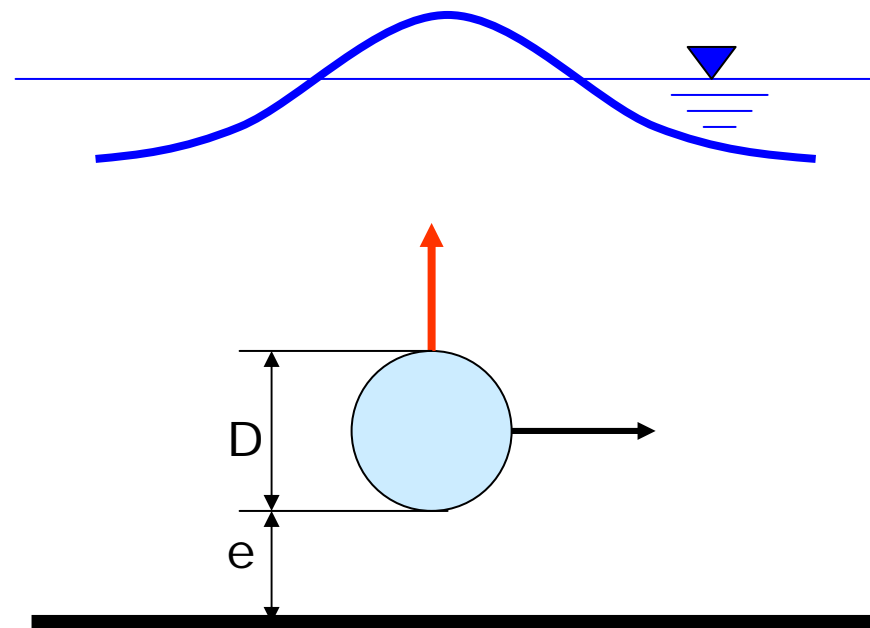
$$f = \frac{1}{2} C_D \rho D (u + u_c) |u + u_c|$$



# 4.4 作用在海底管道上的波浪力

$$dF_H = dF_{DH} + dF_{IH}$$

$$= \frac{1}{2} C_D \rho D u_x |u_x| dl + C_M \rho \frac{\pi D^2}{4} \frac{\partial u_x}{\partial t} dl$$

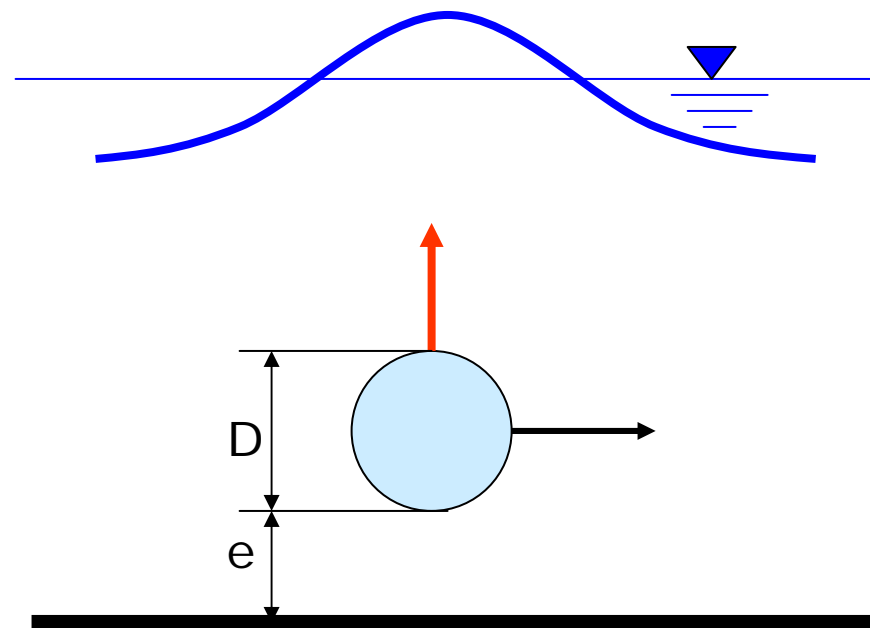


# 4.4 作用在海底管道上的波浪力

$$dF_V = dF_{DV} + dF_{IV} + dF_L$$

$$= \frac{1}{2} C_D \rho D u_z |u_z| dl + C_M \rho \frac{\pi D^2}{4} \frac{\partial u_z}{\partial t} dl + \frac{1}{2} C_L \rho D u_x^2 dl$$

$$dF_V = \frac{1}{2} C_L \rho D u_x^2 dl$$

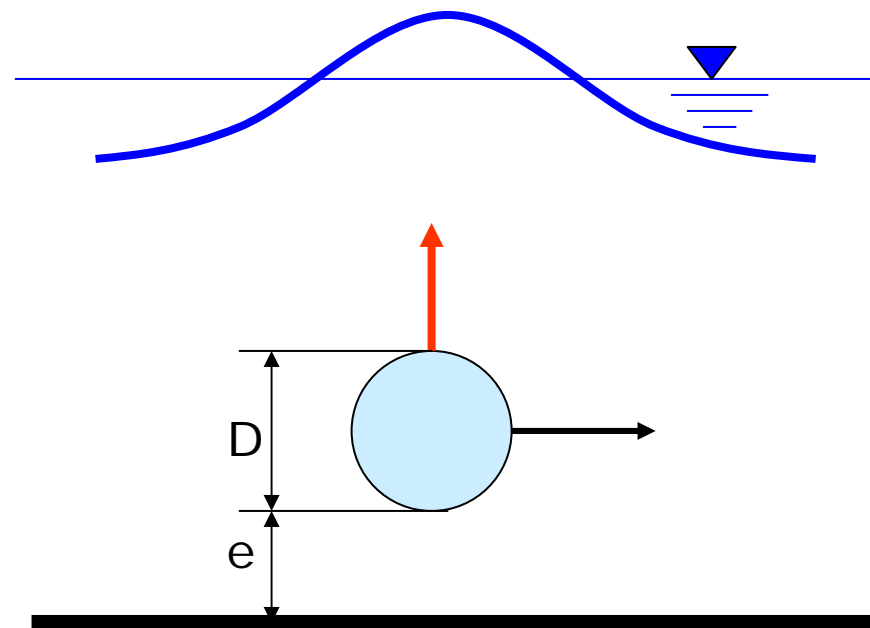


## ○4.4 作用在海底管道上的波浪力

❖  $C_D/C_M/C_L$  与  $Re$ 、 $KC$ 、 $e/D$  有关。

❖ 图4.26、4.27、4.28、4.29

——系数随  $e/D$  的减小而增大。



# 标准 $k-\varepsilon$ 模式

雷诺平均N-S方程 (RANS) :

$$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial t} + \bar{u}_j \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} + \nu \frac{\partial^2 \bar{u}_i}{\partial x_j \partial x_j} - \frac{\partial}{\partial x_j} \overline{u'_i u'_j}$$

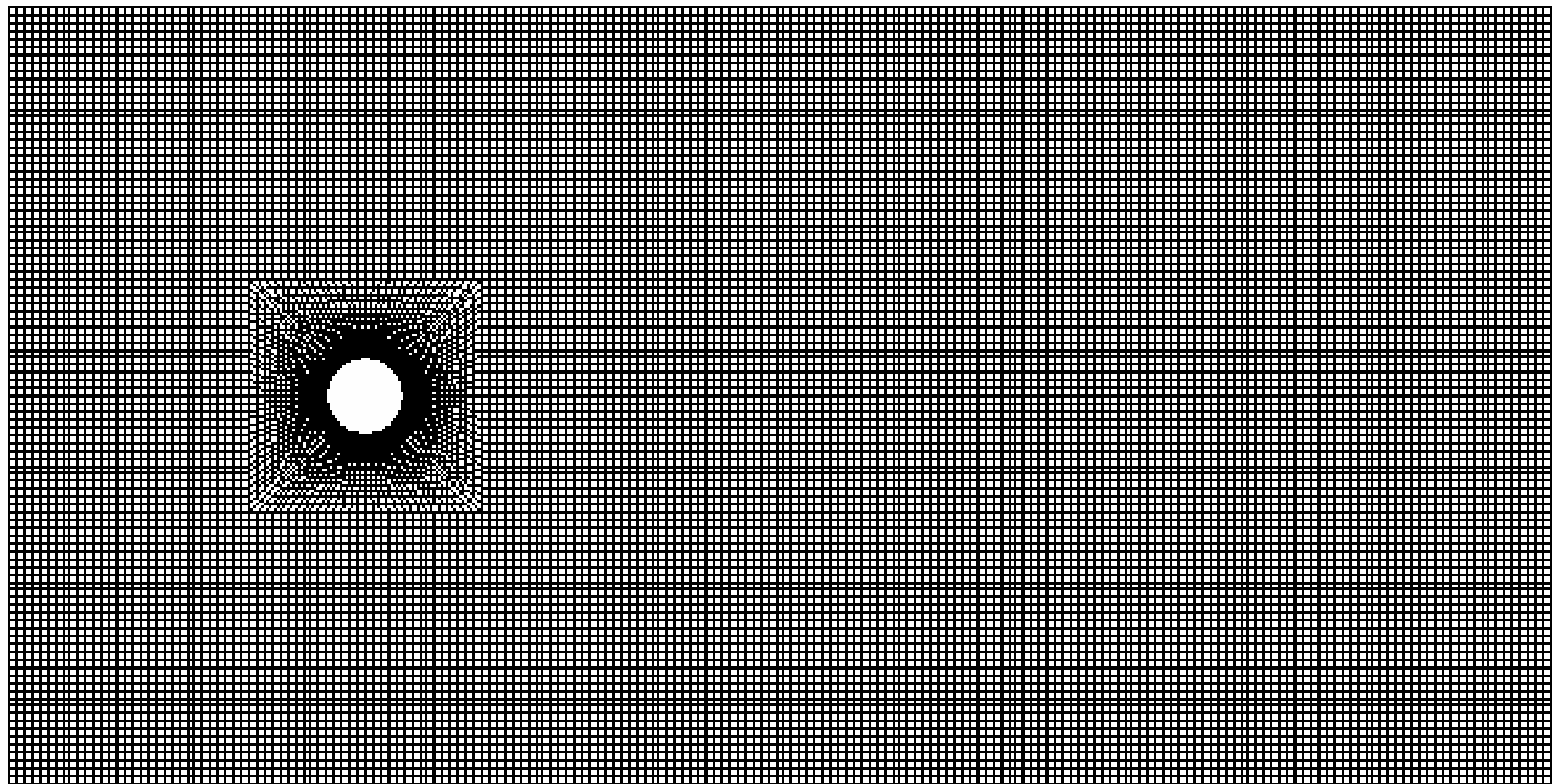
雷诺应力项

$$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_i} = 0$$

Boussinesq假设 :

$$-\overline{u'_i u'_j} = \nu_T \left( \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} k \delta_{ij}$$

## ○4.4 作用在海底管道上的波浪力



初始状态的计算域和计算网格

# 近底圆柱绕流尾流结构分析

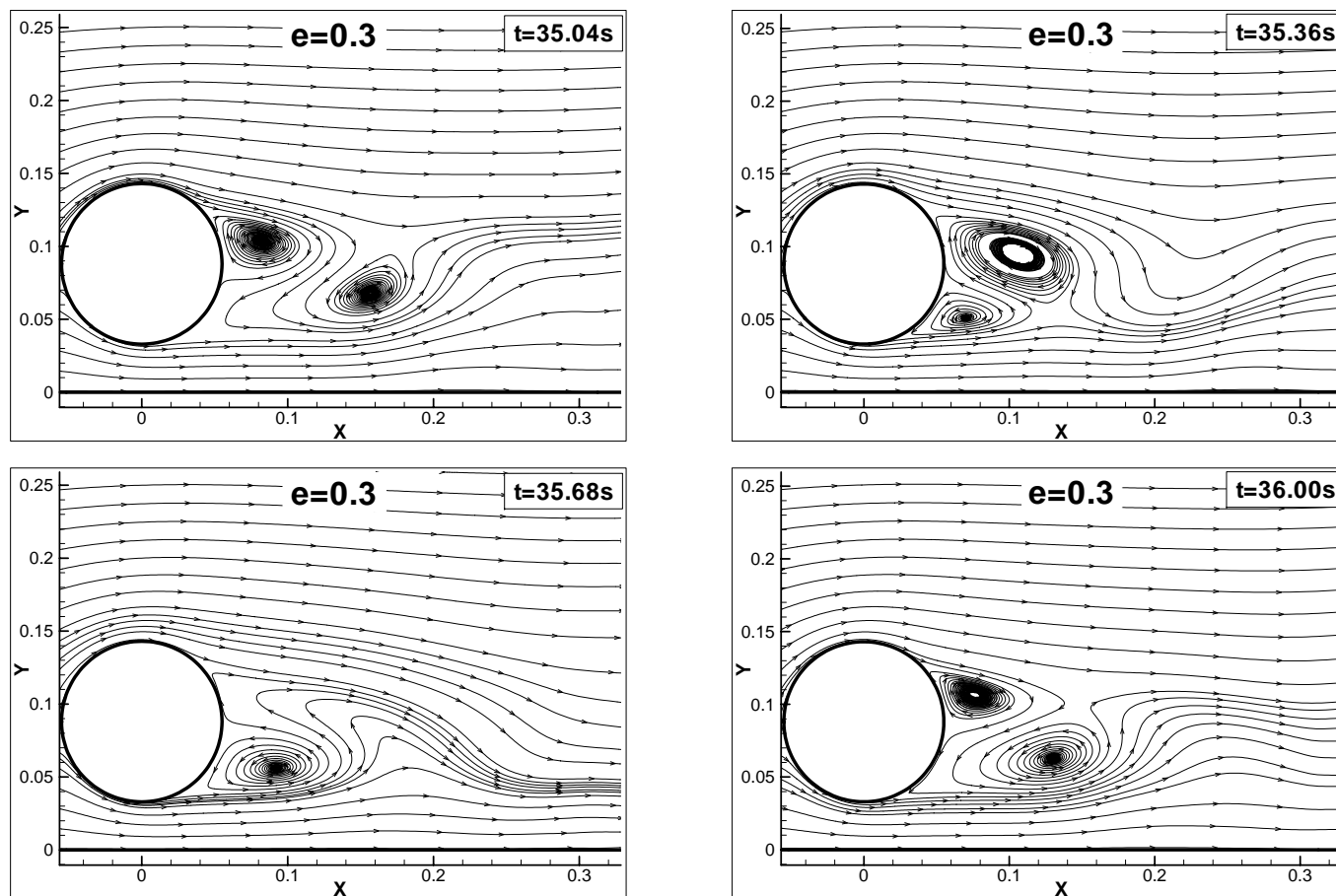


图 12 近底圆柱绕流尾流区流线图 ( $Re=2.2 \times 10^4$ )

# 涡致耦合振动的流场结构

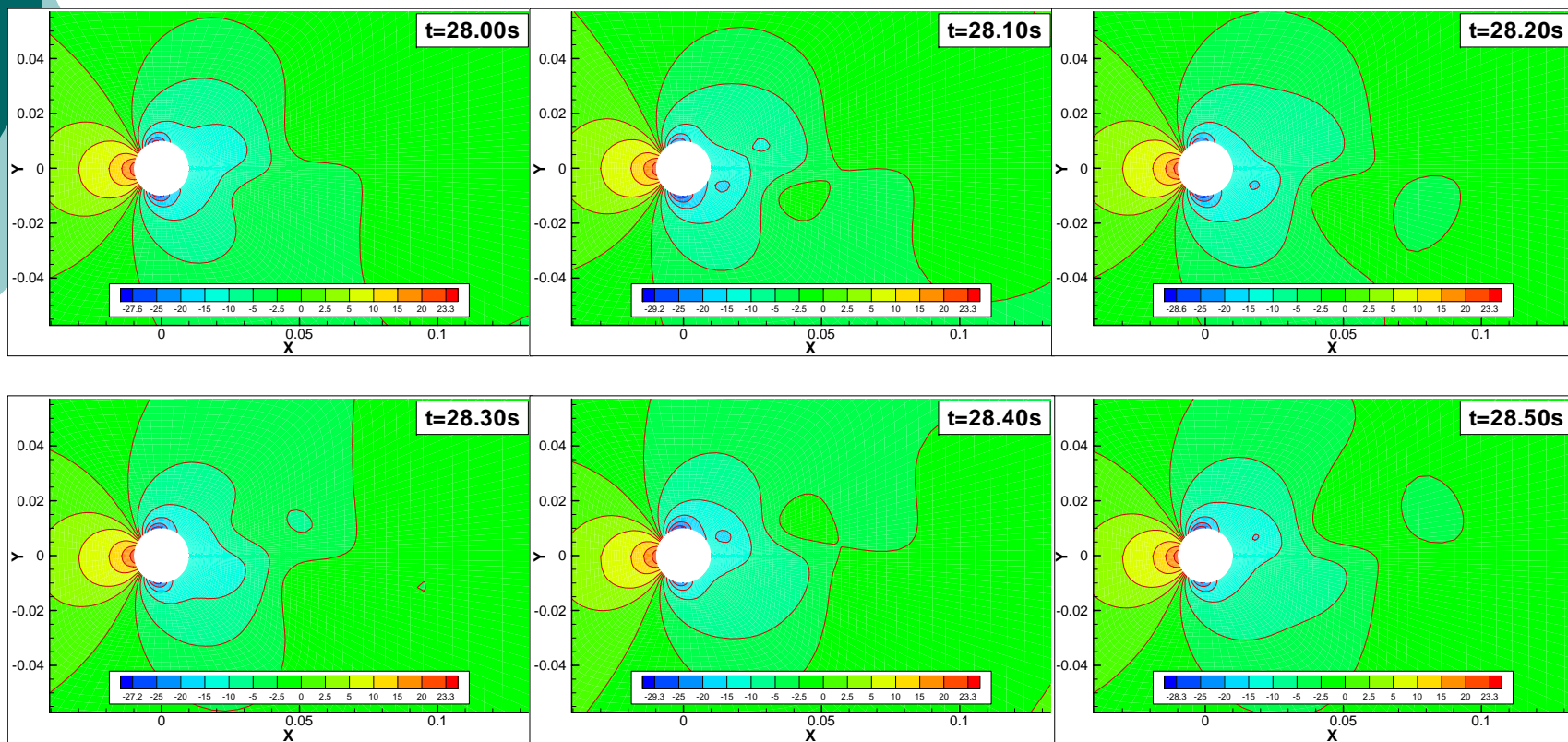


图 15 非流固耦合流场压力等值线图 ( $Re=3.46 \times 10^3$   $\mu_r=3.66$ )



# 涡致耦合作用力

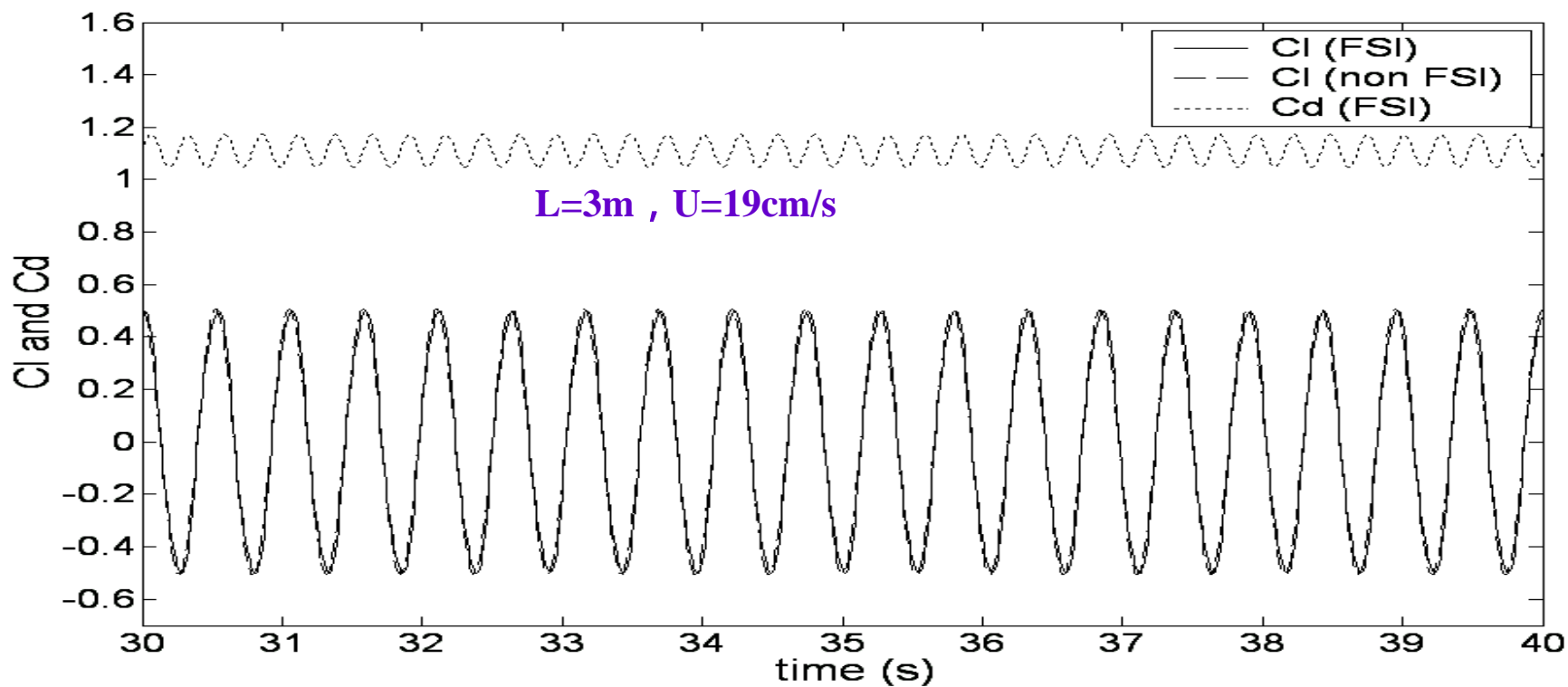


图 17 管跨结构的涡致力系数的时程

